

Chương 2 : Mạch xác lập điều hòa

- 2.1 Quá trình tuần hoàn
- 2.2 Quá trình điều hòa
- 2.3 Phương pháp biên độ phức
- 2.4 Giải bài toán mạch dùng ảnh phức
- 2.5 Quan hệ dòng áp trên các phần tử mạch
- 2.6 Các định luật mạch dạng phức

2.1 Quá trình tuần hoàn

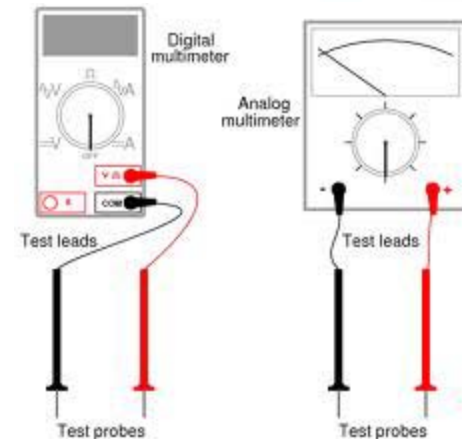
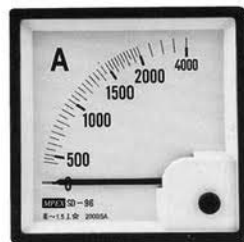
Tín hiệu khảo sát : dòng điện $i(t)$, điện áp $u(t)$

♦ Tuần hoàn : $f(t) = f(t+T)$

♦ Đo đặc

Dao động ký quan sát, đo **trị tức thời**

Volt , Amper đo **trị hiệu dụng**



2.1 Quá trình tuần hoàn

❖ Trị hiệu dụng

- ♦ Dòng điện (điện áp) tuần hoàn sẽ có trị hiệu dụng I_{RMS} (U_{RMS}) là bằng với trị số dòng (áp) DC khi công suất tiêu tán trung bình do 2 dòng điện (điện áp) gây ra trên cùng điện trở R là như nhau
- ♦ Biểu thức tính trị hiệu dụng
(**RMS** Root Mean Square)

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

2.2 Quá trình điều hòa

❖ Mô tả

- ♦ Dòng điện , điện áp

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$
$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

- ♦ I_m , U_m : biên độ
- ♦ ω : tần số góc
- ♦ φ , ψ : pha ban đầu

❖ Trị hiệu dụng

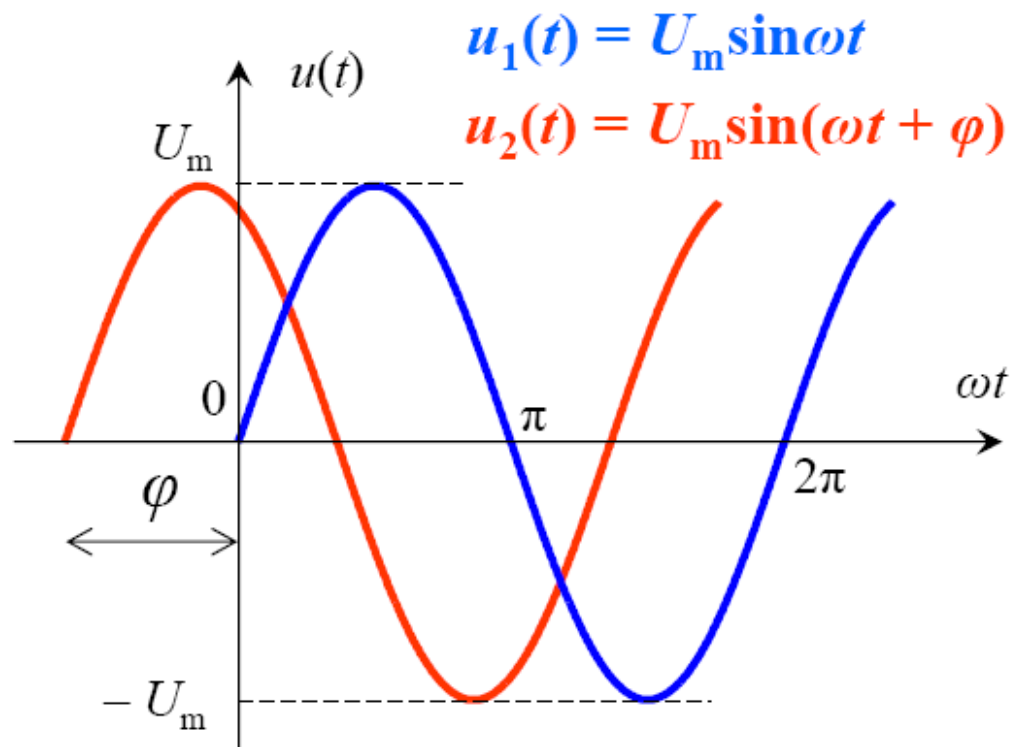
$$I_{RMS} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$
$$U_{RMS} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

2.2 Quá trình điều hòa

φ : pha ban đầu, ta có thể nói $u_2(t)$ sớm pha so với $u_1(t)$, hoặc $u_1(t)$ chậm pha so với $u_2(t)$.

$\varphi \neq 0$ ta nói $u_1(t)$ và $u_2(t)$ lệch pha.

$\varphi = 0$ ta nói $u_1(t)$ và $u_2(t)$ đồng pha



So sánh pha hai tín hiệu điều hòa

- ♦ Cùng tần số.
- ♦ Cùng dạng lượng giác.
- ♦ Cùng dạng biên độ (cực đại hay hiệu dụng)

$$u_1(t) = U_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

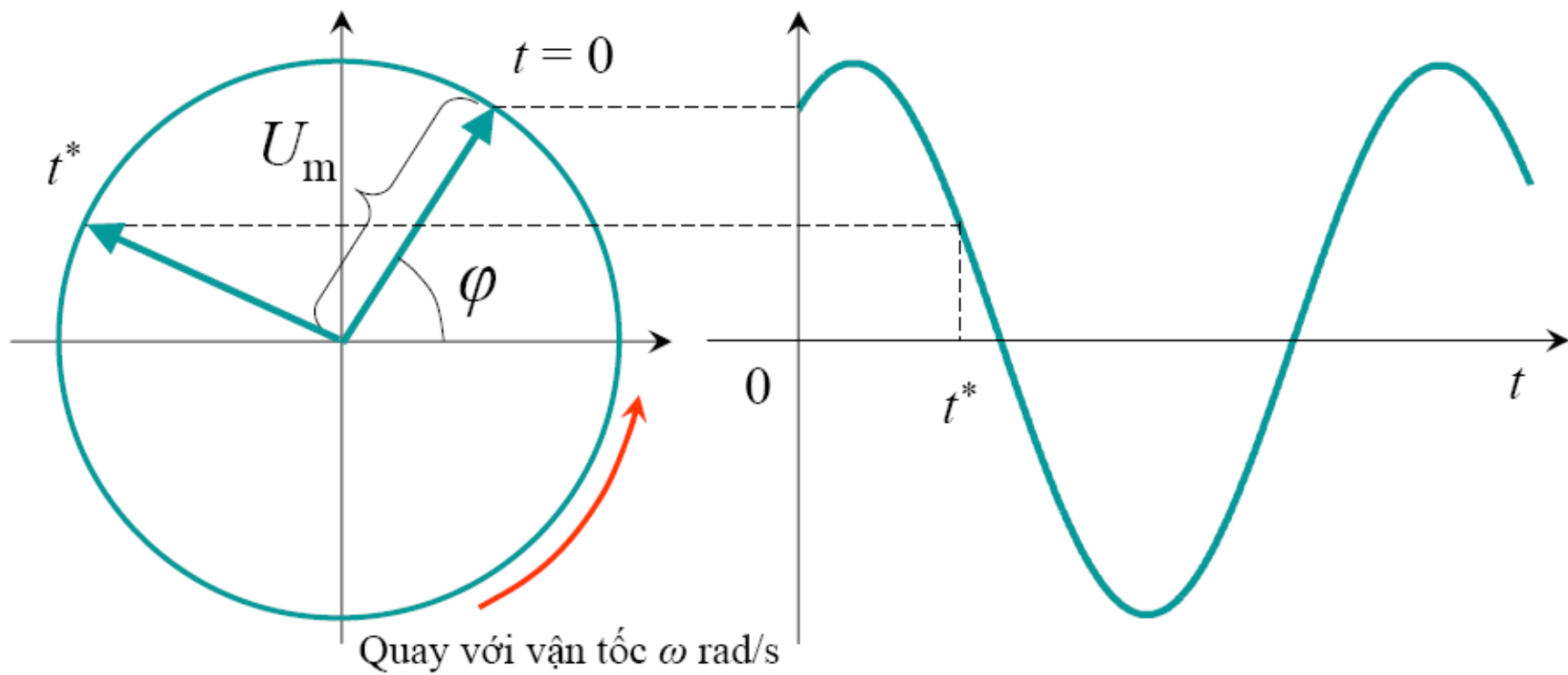
$$u_2(t) = U_{2m} \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Ta nói $u_1(t)$ nhanh pha hơn $u_2(t)$ một góc φ thì $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ (hay ta có thể nói φ_2 chậm pha hơn φ_1 một góc φ).

Nếu ta nói $u_2(t)$ nhanh pha hơn $u_1(t)$ một góc φ thì $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

2.3 Phương pháp biên độ phức

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

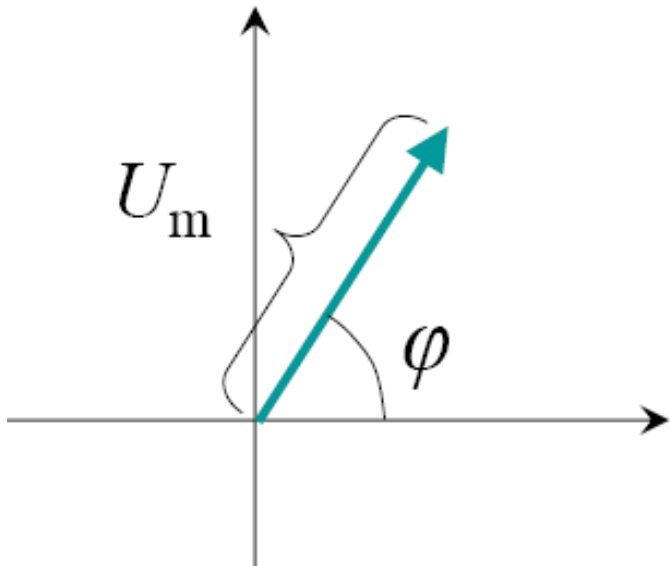


Véctor quay

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$



Biểu diễn dưới dạng véctor quay

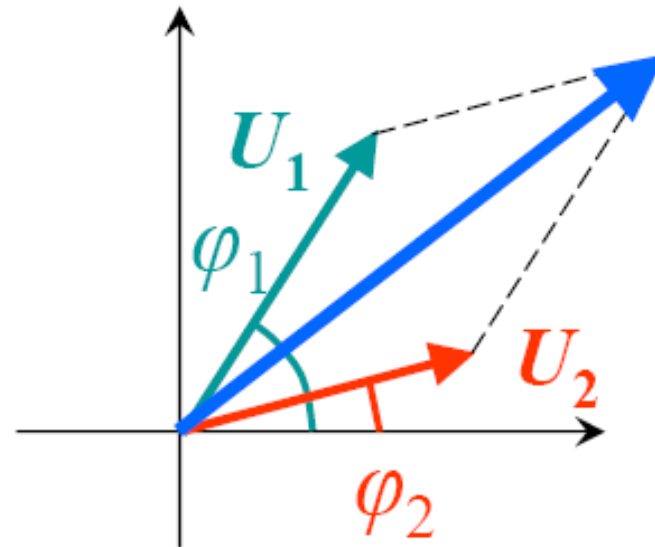


$$u_1(t) = U_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

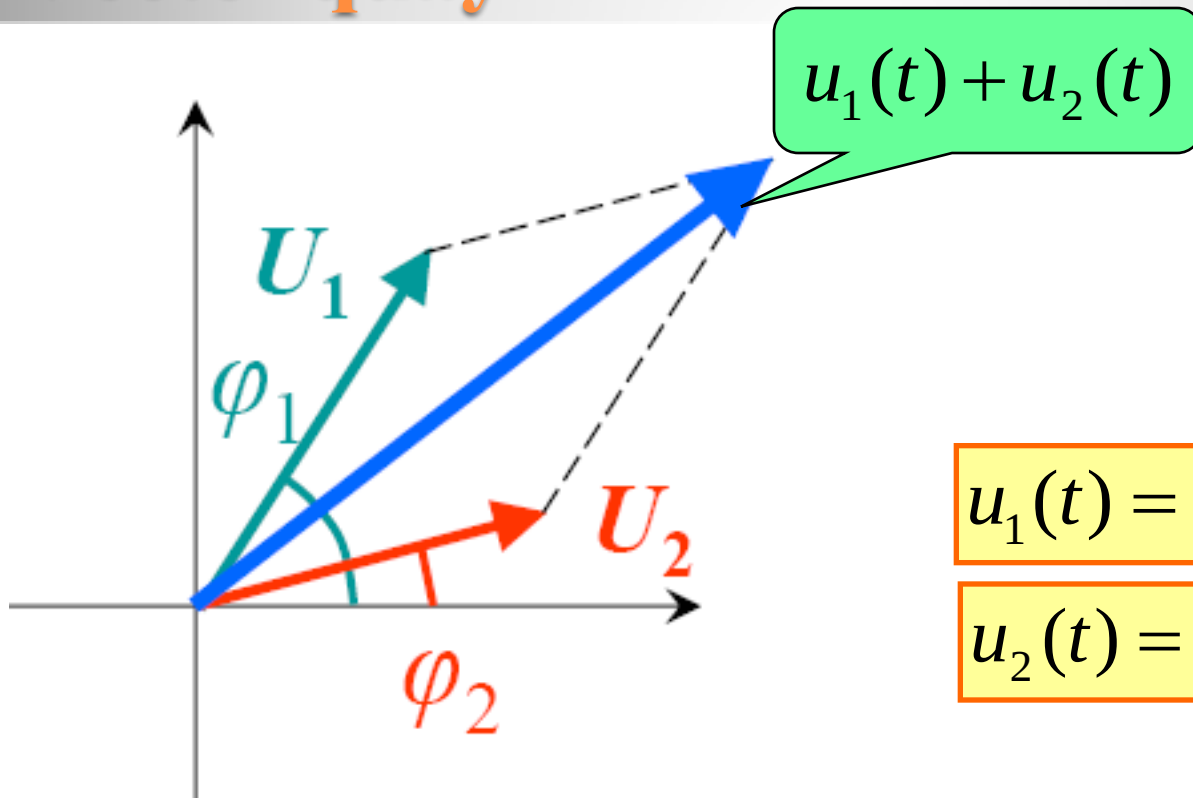
$$u_2(t) = U_{2m} \sin(\omega t + \varphi_2)$$



Biểu diễn dưới dạng véctor quay



Véc tơ quay



$$u_1(t) = U_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$u_2(t) = U_{2m} \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) \\ &= U_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + U_{2m} \sin(\omega t + \varphi_2) \end{aligned}$$

Ảnh phức

❖ Ảnh phức cho tín hiệu điều hòa

Miền t

Miền phức

$$f(t) = F_m \sin(\omega t + \varphi)$$



$$\dot{F} = F_m e^{j\varphi} = F_m \angle \varphi$$

• Các quan hệ

$$f_1(t) = \text{Im} \left\{ \dot{F}_m \right\} = F_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$f_2(t) = \text{Re} \left\{ \dot{F}_m \right\} = F_m \cos(\omega t + \varphi)$$

❖ Hiệu dụng phức

$$F_{RMS} = \frac{\dot{F}}{\sqrt{2}}$$

Các tính chất của véctor biên độ phức

$$\text{Cho: } f(t) \leftrightarrow \dot{F} \quad ; \quad g(t) \leftrightarrow \dot{G}$$

$$\text{VD: } f(t) = 3\cos(2t + 30^\circ) \leftrightarrow \dot{F} = 3\angle 30^\circ$$

$$g(t) = 4\cos(2t - 60^\circ) \leftrightarrow \dot{G} = 4\angle -60^\circ$$

♦ Tính tỉ lệ $kf(t) \leftrightarrow k\dot{F}$

$$3f(t) \leftrightarrow 3\dot{F} = 9\angle 30^\circ$$

♦ Tính xếp chồng $f(t) \pm g(t) \leftrightarrow \dot{F} \pm \dot{G}$

$$\dot{F} + \dot{G} = 3\angle 30^\circ + 4\angle -60^\circ = 5\angle -23,13^\circ$$

$$f(t) + g(t) = 5\cos(2t - 23,13^\circ)$$

Các tính chất của véctor biên độ phức

$$\text{Cho: } f(t) \leftrightarrow \dot{F} \quad ; \quad g(t) \leftrightarrow \dot{G}$$

$$\text{VD: } f(t) = 3\cos(2t + 30^\circ) \leftrightarrow \dot{F} = 3\angle 30^\circ$$

$$g(t) = 4\cos(2t - 60^\circ) \leftrightarrow \dot{G} = 4\angle -60^\circ$$

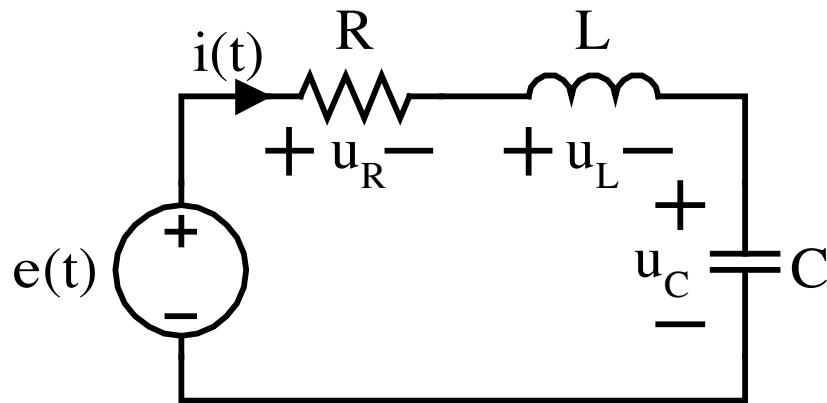
♦ Tính đạo hàm $\frac{df(t)}{dt} \leftrightarrow j\omega \dot{F}$

$$\frac{df(t)}{dt} = -6\sin(2t + 30^\circ) = 6\cos(2t + 120^\circ) \leftrightarrow j2\dot{F} = 6\angle 120^\circ$$

♦ Tính tích phân $\int f(t)dt \leftrightarrow \frac{1}{j\omega} \dot{F}$

$$\int f(t)dt = \frac{3}{2}\sin(2t + 30^\circ) = \frac{3}{2}\cos(2t - 60^\circ) \leftrightarrow \frac{1}{j2} \dot{F} = \frac{3}{2}\angle -60^\circ$$

2.4 Giải bài toán mạch dùng ảnh phức



$$e(t) = 10 \cos 2t \text{ (V)}$$

$$R = 4\Omega; L = 2\text{H}; C = 0,5\text{F}$$

♦ Miền t

$$u_R + u_L + u_C = e(t)$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = e(t)$$

⇒ Giải pt vi phân tìm $i(t)$

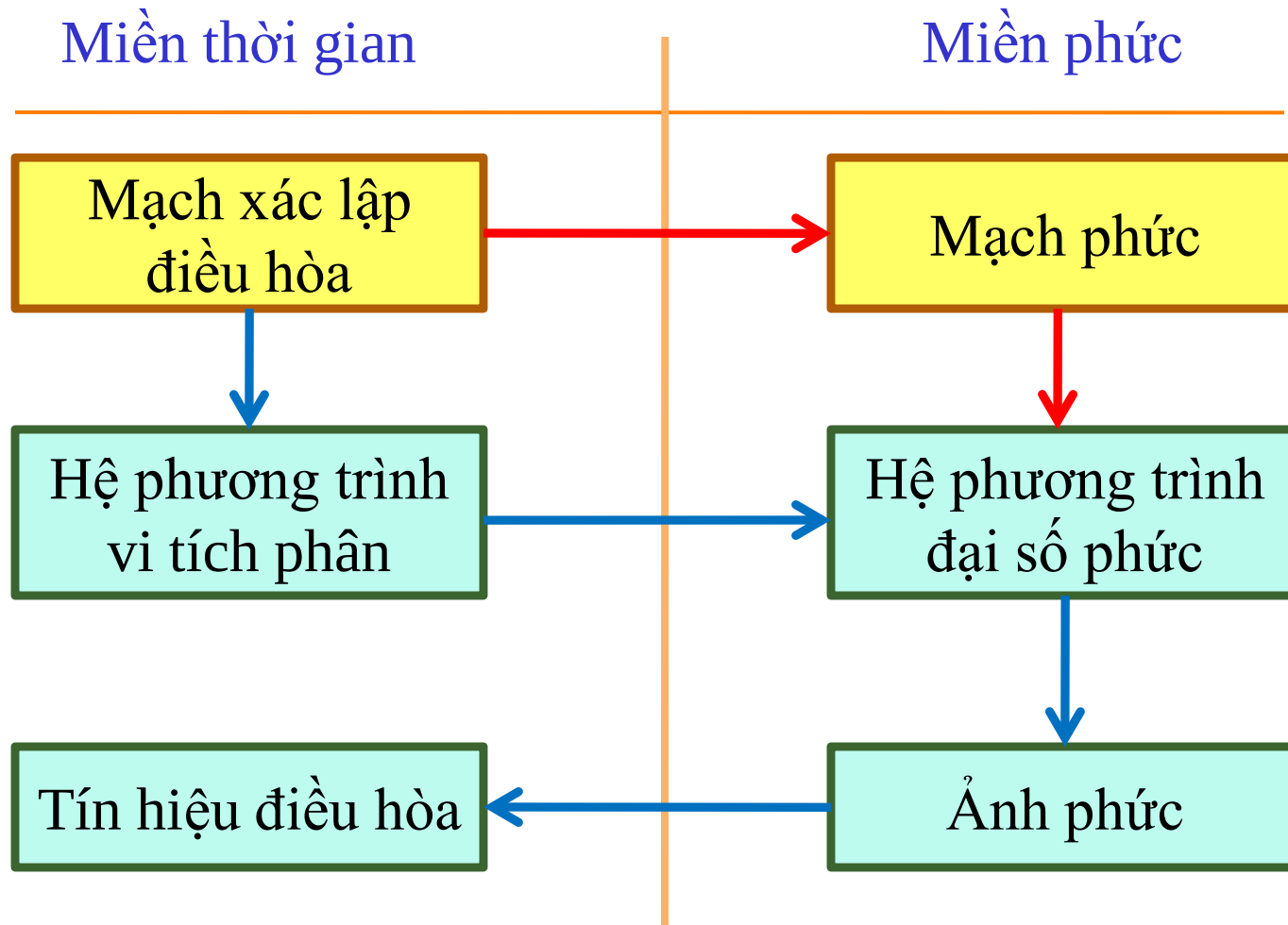
♦ Miền phức $e(t) \leftrightarrow \dot{E} = E_m e^{j\psi}$

$$R \dot{I} + j\omega L \dot{I} + \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = \dot{E} \Rightarrow (R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}) \dot{I} = \dot{E} \quad \text{Pt đại số}$$

$$\dot{I} = \frac{E_m \angle \psi}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \Rightarrow \dot{I} = \frac{10 \angle 0^\circ}{4 + j(2 \cdot 2 - \frac{1}{2 \cdot 0,5})} = \frac{10}{4 + j3} = 2 \angle -36,87^\circ$$

Vậy : $i(t) = 2 \cos (2t - 36,87^\circ) \text{ A}$

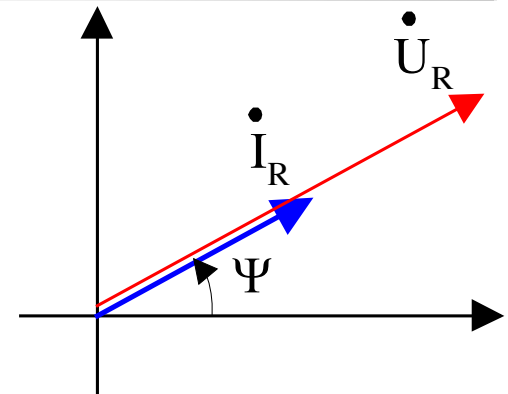
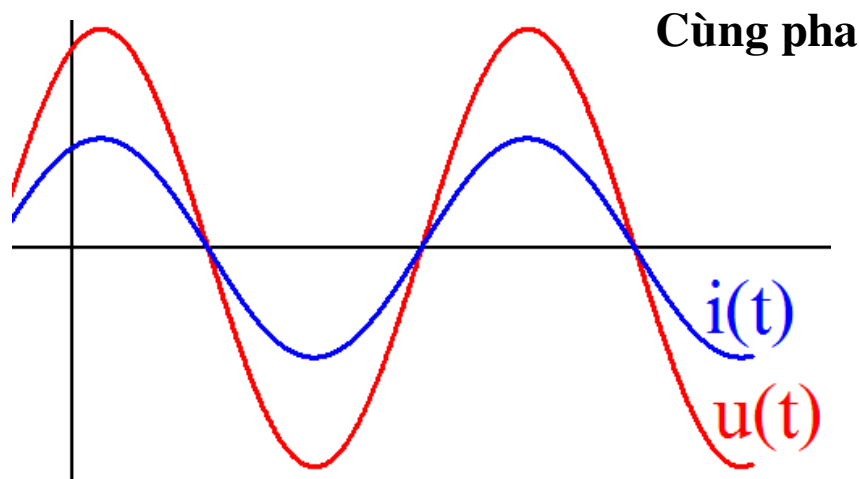
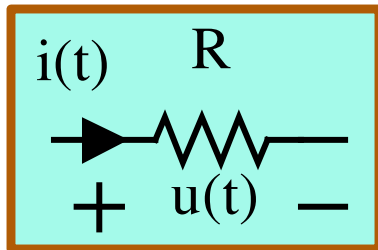
Phương pháp véctor biên độ phức



PP này do Charles Proteus Steinmetz tìm ra vào năm 1897 .

2.5 Quan hệ dòng áp trên các phần tử mạch

- Điện trở



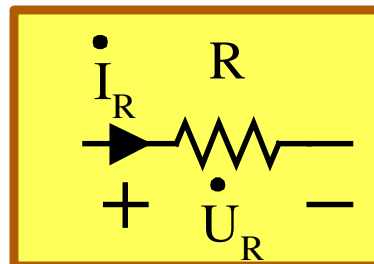
$$i_R = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

$$\Leftrightarrow \dot{I}_R = I_m \angle \psi$$

$$u_R = Ri_R = RI_m \cos(\omega t + \psi)$$

$$\Leftrightarrow \dot{U}_R = RI_m \angle \psi$$

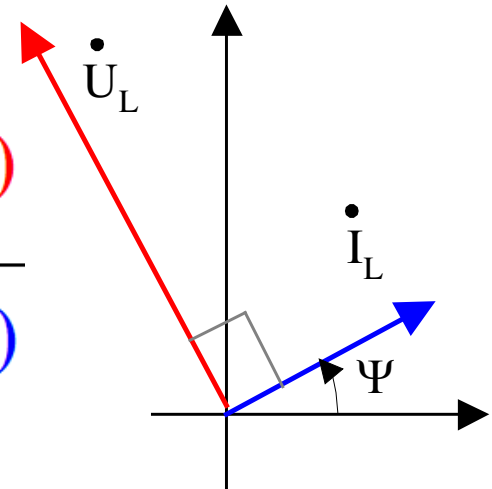
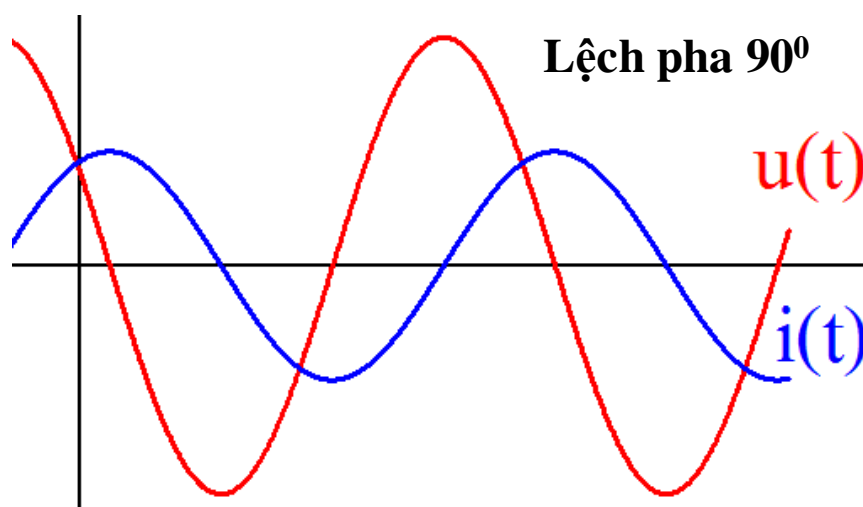
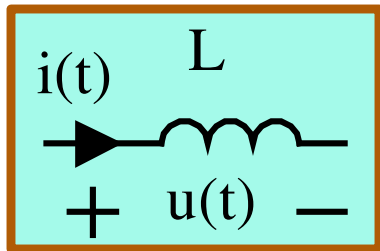
- Miền phức



$$\dot{U}_R = R \dot{I}_R$$

2.5 Quan hệ dòng áp trên các phần tử mạch

- Điện cảm



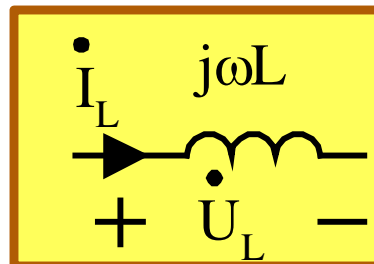
$$i_L = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

$$\Leftrightarrow \dot{I}_L = I_m \angle \psi$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = \omega L I_m \cos(\omega t + \psi + 90^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \dot{U}_L = j\omega L I_m \angle \psi$$

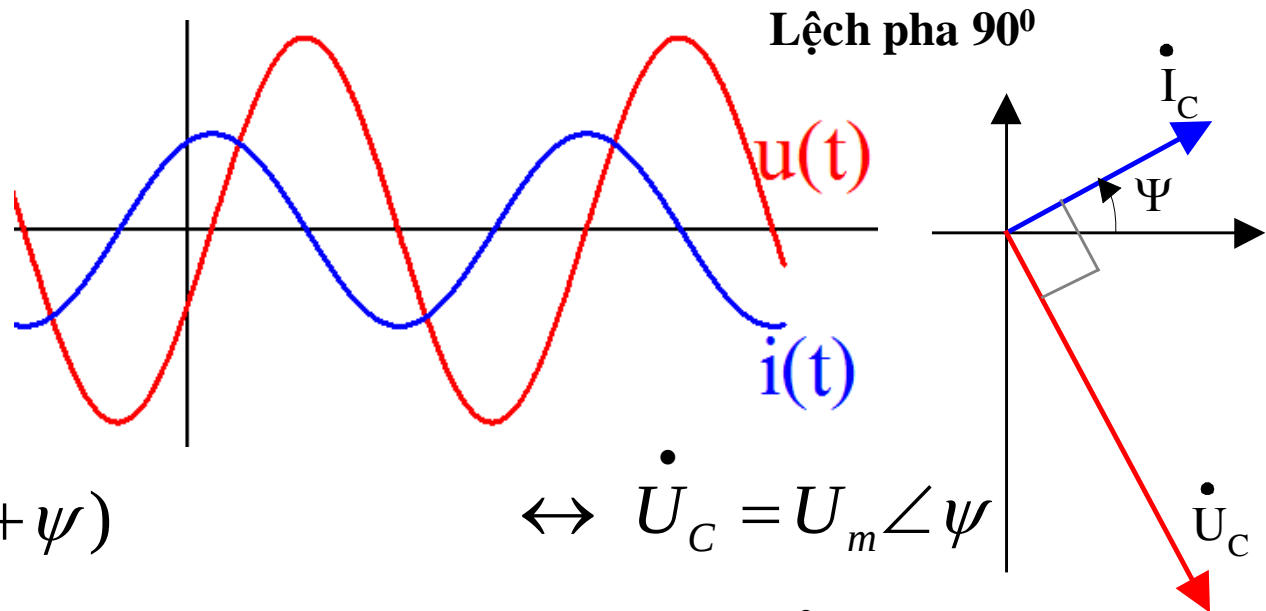
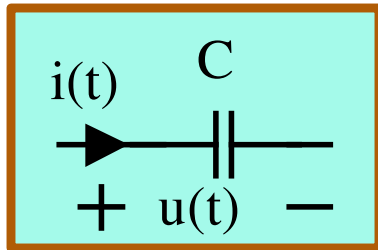
- Miền phức



$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

2.5 Quan hệ dòng áp trên các phần tử mạch

- Điện dung

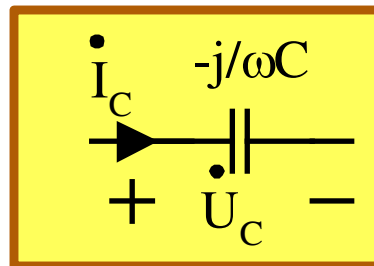


$$u_C = U_m \cos(\omega t + \psi)$$

$$\Leftrightarrow \dot{U}_C = U_m \angle \psi$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \omega C U_m \cos(\omega t + \psi + 90^\circ) \Leftrightarrow \dot{I}_C = j\omega C U_m \angle \psi$$

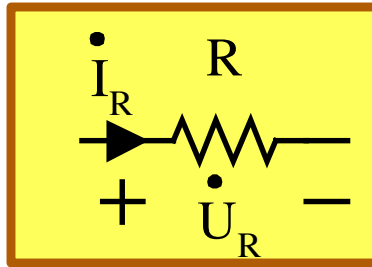
- Miền phức



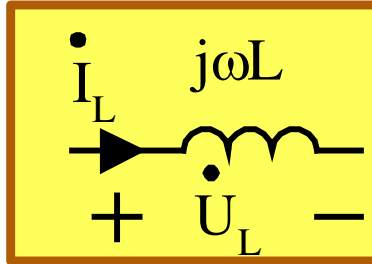
$$\dot{U}_C = \frac{-j}{\omega C} \dot{I}_C$$

2.6 Các định luật dạng phức

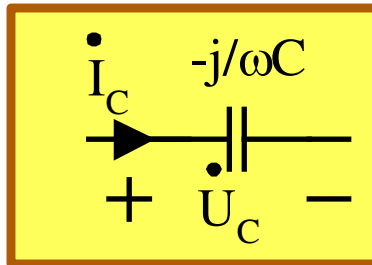
- Điện trở
- Điện cảm
- Điện dung



$$\dot{U}_R = R \dot{I}_R$$



$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L = jX_L \dot{I}_L$$



$$\dot{U}_C = \frac{-j}{\omega C} \dot{I}_C = jX_C \dot{I}_C$$

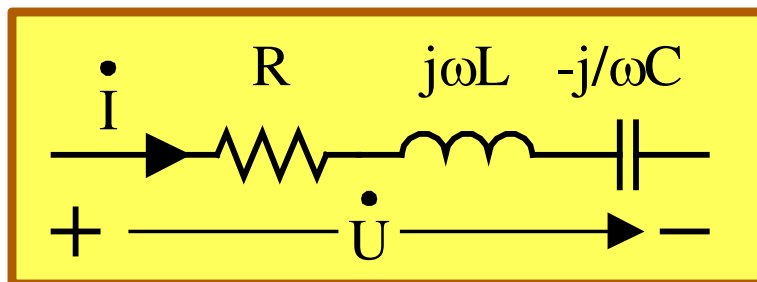
2.6 Các định luật dạng phức

- Trở kháng

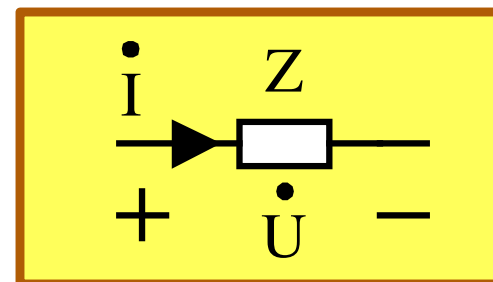
$$Y = \frac{1}{Z}$$

- Dẫn nạp

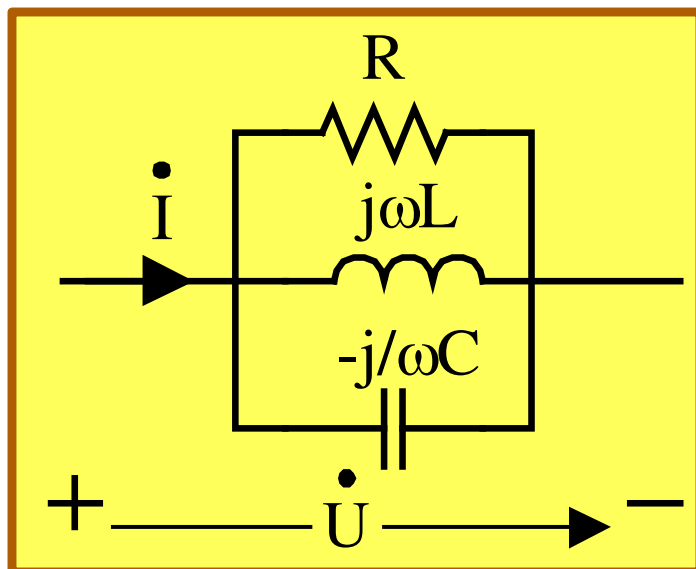
$$\dot{I} = Y \dot{U}$$



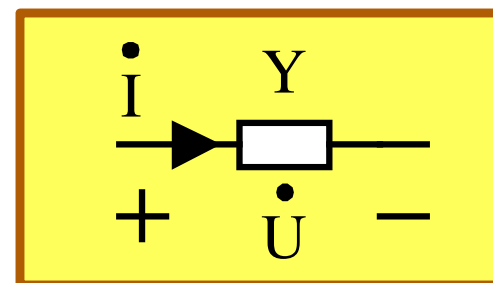
$$\dot{U} = Z \dot{I}$$



$$Z = R + jX = |Z| \angle \varphi$$



$$Y = G + jB = |Y| \angle -\varphi$$



Trở kháng & Dẫn nạp

- **Z: Trở kháng (impedance)**

- **R: Điện trở (resistance)**
- **X: Điện kháng (reactance)**
- **Đơn vị tính [Ω]**

$$Z = R + jX = |Z| \angle \varphi$$

$|Z|$: module của Z

φ : góc lệch pha giữa u và i

- **Y: Dẫn nạp (admittance)**

- **G: Điện dẫn (conductance)**
- **B: Điện nạp (susceptance)**
- **Đơn vị tính [S]**

$$Y = G + jB = |Y| \angle -\varphi$$

$|Y|$: module của Y

$-\varphi$: góc lệch pha giữa i và u

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

Định luật Kirchhoff dạng phức

- Định luật Kirchhoff dạng phức về dòng: Tổng các dòng điện phức tại một nút bằng không. Quy ước dòng đi vào nút mang dấu dương, đi ra nút mang dấu âm

$$\sum_{\text{nút}} \pm \dot{I}_K = 0$$

- Định luật Kirchhoff dạng phức về áp: Tổng các áp phức trong một vòng kín bằng không.

$$\sum_{\text{vòng kín}} \pm \dot{U}_K = 0$$