Chương 4 : Phân tích mạch trong miền thời gian

➤ Giải bài toán quá độ của mạch điện

❖ Phương pháp tích phân kinh điển

- Phương trình mạch và nghiệm
- Đáp ứng tự do
- Đáp ứng xác lập
- Sơ kiện

❖ Phương pháp toán tử Laplace

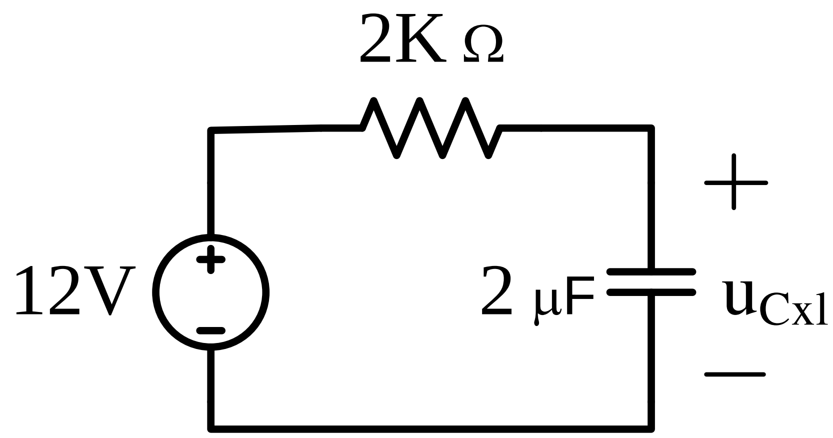
- Phép biến đổi Laplace
- Định luật Ohm và Kirchhoff dạng toán tử
- Phân tích mạch dùng toán tử Laplace

4.1 Giới thiệu

- **Chế độ xác lập (steady-state) :**

Bài toán xác lập DC:

$u_{xl} = ?$

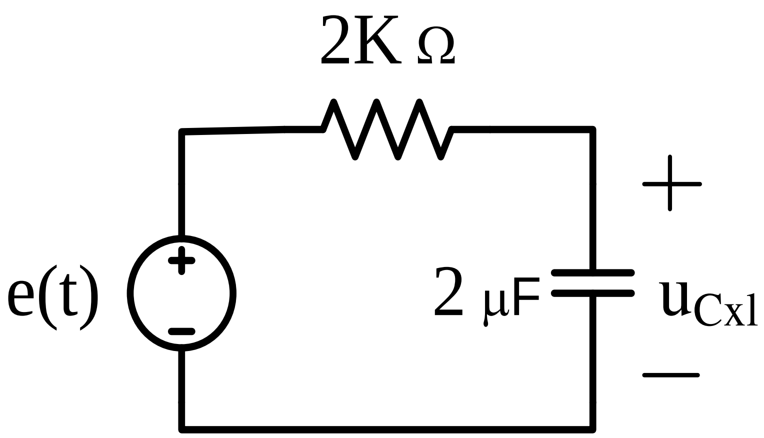


=> $U_{cxl} = 12$ V.

4.1 Giới thiệu

❖ **Bài toán xác lập AC :**

- Tìm $u_{cxl}(t)$?



e(t)=12cos(250t)

Từ mạch phức : $\frac{1}{j\omega C} = -j\frac{10^6}{250.2} = -j2K$

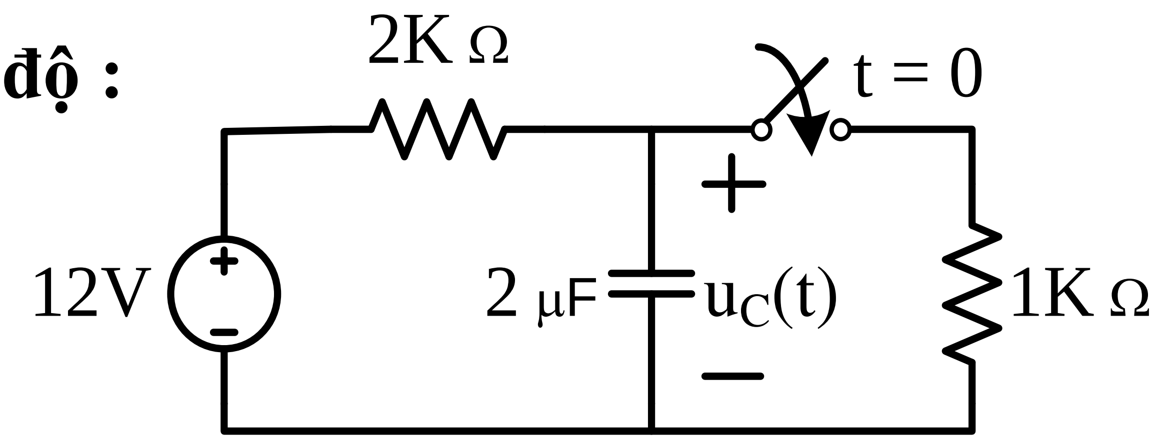
Nên : $\dot{U}_{Cxl} = 12\frac{-j2K}{2K - j2K} = 6\sqrt{2}\angle -45^o (V)$

Và biểu thức xác lập : $u_{Cxl}(t) = 6\sqrt{2}\cos(250t - 45^o)V$

4.1 Giới thiệu

❖ **Bài toán quá độ :**

- Bài toán quá độ :



➢ Trước khi đóng khóa : mạch xác lập và ta có $u_{Cxl1} = 12V$

➢ Sau khi đóng khóa và mạch xác lập : $u_{Cxl2} = 4$ V.

➢ Dạng tín hiệu $u_c(t)$ khi t > 0 (tín hiệu quá độ)

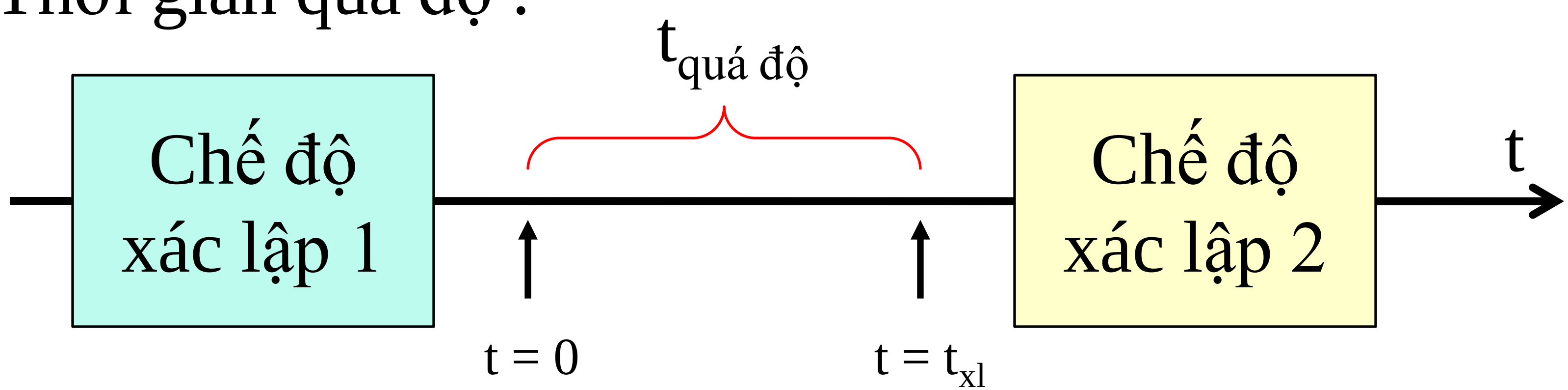
4.1 Giới thiệu

❖ **Kết luận :**

➢Bài toán quá độ (transient analysis) cho ta kết quả đúng tại mọi thời điểm .

⟹ Bao hàm cả nghiệm xác lập.

➢Thời gian quá độ :

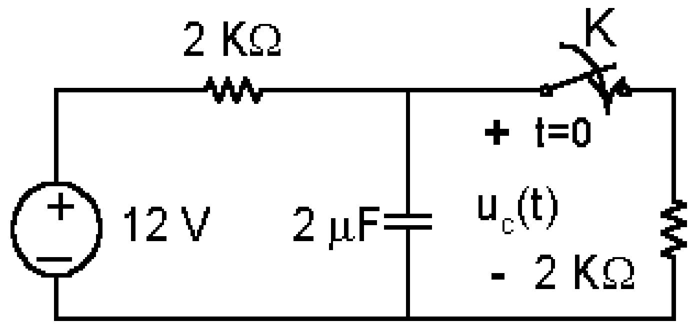


➢Phân tích quá độ = Phân tích trong miền thời gian (time-domain analysis).

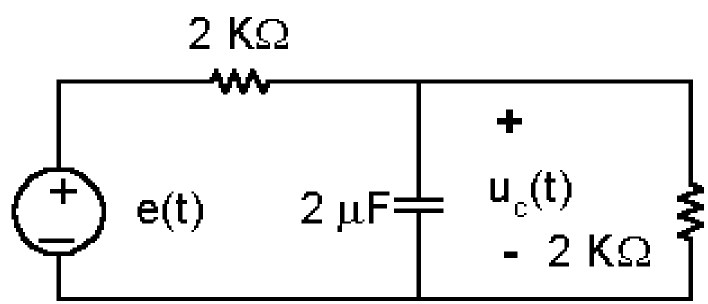
4.1 Giới thiệu

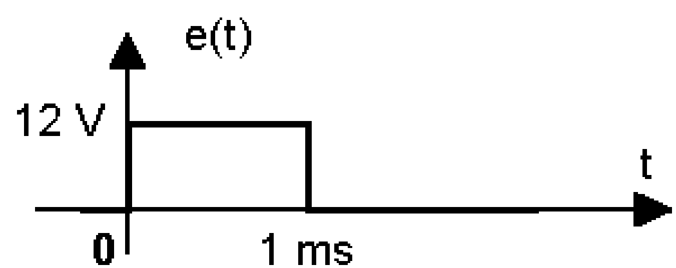
❖Các dạng bài toán quá độ thường gặp

- Bài toán quá độ do thông số mạch thay đổi (Bài toán có khóa)



- Bài toán quá độ do tác động lên mạch biến thiên đột ngột (Bài toán xung).





4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

Phương pháp
Tích phân kinh điển

- Phương trình mạch và nghiệm
- Đáp ứng tự do
- Đáp ứng xác lập
- Sơ kiện

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

❖ Phương trình mạch trong miền thời gian

- Xây dựng hệ PT theo hai định luật Kirchhoff→hệ PTVP
- Rút gọn theo 1 biến bất kỳ→PTVP cấp n mô tả quan hệ giữa đáp ứng cần tìm *y(t)* và nguồn tác động

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y' + a_0 y = f(t)$$

$a_n, a_{n-1}, \ldots$: các hằng số

$f(t)$: tổ hợp các nguồn tác động

- Phương pháp tích phân kinh điển: tìm nghiệm quá độ bằng cách giải PTVP (1) theo cách giải cổ điển

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

- **Nghiệm của PTVP**

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y' + a_0 y = f(t)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= y_{td}(t) + y_{cb}(t) \\ &= y_{td}(t) + y_{xl}(t) \end{aligned}$$

$y_{td}(t)$: nghiệm PT thuần nhất, thành phần quá độ

$y_{cb}(t)$: nghiệm cưỡng bức, thành phần xác lập $y_{xl}(t)$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y' + a_0 y = f(t)$$

$$y(t) = y_{td}(t) + y_{xl}(t)$$

❖ **Cách tìm nghiệm xác lập** (thành phần xác lập)

- Đối với mạch có nguồn tác động bất kỳ (vế phải *f(t)* là bất kỳ) $\longrightarrow$ nghiệm xác lập $y_{xl}(t)$ tìm bằng phương pháp hệ số bất định
- Đối với mạch có nguồn tác động là DC, AC→giải mạch xác lập DC, AC.

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y' + a_0 y = f(t)$$

$$y(t) = y_{td}(t) + y_{xl}(t)$$

❖ **Cách tìm nghiệm tự do** (thành phần quá độ)

- Được định dạng từ kết quả sau khi giải phương trình đặc trưng $\rightarrow$ dạng nghiệm tự do $y_{td}(t)$
- Phương trình đặc trưng có bậc n

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \textit{Nghiệm đơn} \\ \textit{Nghiệm bội} \\ \textit{Nghiệm phức}, \ldots \\ \ldots\ldots \end{array} \right.$$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

❖ Các trường hợp nghiệm đặc trưng

- Nghiệm $p_1, p_2, \ldots, p_n$ thực, phân biệt :
  - Nghiệm tự do dạng

$$\boxed{y_{td}(t) = \sum_{i=1}^{n} K_i e^{p_i t}}$$

- Nghiệm thực p_1 bội r , & $p_{r+1}, \ldots, p_n$ phân biệt
  - Nghiệm tự do dạng

$$\boxed{y_{td}(t) = (K_1 + K_2 t + \ldots + K_r t^{r-1}) e^{p_1 t} + \sum_{i=r+1}^{n} K_i e^{p_i t}}$$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

❖ Các trường hợp nghiệm đặc trưng

➢ Nghiệm phức liên hiệp $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$

, & p_3, …. , p_n phân biệt

- Nghiệm tự do dạng

$$\boxed{y_{td}(t) = Ke^{-\alpha t}\cos(\beta t + \varphi) + \sum_{i=3}^{n} K_i e^{p_i t}}$$

- Hoặc

$$\boxed{y_{td}(t) = e^{-\alpha t}\left[K_1\cos(\beta t) + K_2\sin(\beta t)\right] + \sum_{i=3}^{n} K_i e^{p_i t}}$$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

❖ **Cách tìm phương trình đặc trưng**

- Viết các phương trình Kirchhoff
- Rút gọn theo 1 biến
- Suy ra phương trình đặc trưng

- Nhận xét: phương pháp tổng quát , áp dụng cho hầu hết các trường hợp, đòi hỏi kỹ năng rút gọn…→nhìn chung là khá phức tạp, mất nhiều thời gian tính toán.

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

❖ Cách đại số hóa mạch

- Triệt tiêu các nguồn độc lập
- Thay các phần tử mạch bằng các giá trị đại số

$$\begin{cases} R \to R \\ L \to pL \\ C \to \dfrac{1}{pC} \\ M \to pM \end{cases}$$

- Do tác động của sơ đồ đại số là 0, nhưng nghiệm tự do phải khác không , nên :

- $Z_v(p)$ = 0 (trở kháng vào của một nhánh đối với dòng điện).
- $Y_v(p)$ = 0 (dẫn nạp vào giữa hai nút đối với điện áp).
- Các định thức của $Z^{ml}(p)$ hay $Y^n(p)$ bằng 0 .

$\longrightarrow$ Phương trình đặc trưng

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

Lưu ý khi dùng phương pháp này:

- Nếu PTĐT có bậc nhỏ hơn bậc quá độ mạch : chỉ dùng cho áp hay dòng đó.
- Nếu PTĐT có bậc bằng bậc quá độ mạch : dùng được cho tất cả các tín hiệu trong mạch.
- Không dùng cho các mạch có khớp nối và không tương hỗ (do không thỏa mãn nguyên lý lập luận của phương pháp này).
- Không dùng cho các tín hiệu : dòng qua dây dẫn hoặc áp trên cửa.

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

❖ **Điều kiện đầu** (sơ kiện của bài toán mạch)

- Với phương trình đặc trưng bậc n, các hệ số K_i có thể xác định nếu ta biết được các điều kiện đầu (sơ kiện) :

$$y(0^+)\ ;\ y'(0^+)\ ;\ \ldots\ ;\ y^{(n-1)}(0^+)\ .$$

- Sơ kiện có 2 loại
  - Sơ kiện độc lập: $u_C(0^+)$ & $i_L(0^+)$
  - Sơ kiện phụ thuộc: là tất cả các sơ kiện còn lại *(bao gồm cả các sơ kiện đạo hàm)*.

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

- **Xác định sơ kiện độc lập** $u_C(0^+)\ \&\ i_L(0^+)$

- Năng lượng là liên tục $W(0^+) = W(0^-)$ $\longrightarrow$ sơ kiện

- Đối với mạch điện chỉnh : dùng luật liên tục của dòng qua cuộn dây và áp trên tụ , còn gọi là luật đóng ngắt (switching laws)

$$\begin{cases} u_C(0^+) = u_C(0^-) \\ i_L(0^+) = i_L(0^-) \end{cases}$$

- Các giá trị tại t = 0- xác định từ việc giải mạch khi t < 0

$$\begin{cases} u_C(0^-) = \lim\limits_{t\to 0}\left(u_C(t) \leftrightarrow khi: t<0\right) \\ i_L(0^-) = \lim\limits_{t\to 0}\left(i_L(t) \leftrightarrow khi: t<0\right) \end{cases}$$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

Xác định sơ kiện độc lập

- Đối với mạch điện không chỉnh :

  - Dùng luật liên tục của từ thông (loop)

$$\boxed{\sum_{loop} \psi_k(0^+) = \sum_{loop} \psi_k(0^+)}$$

    - *Mạch chứa tập cắt cảm*

$$\sum_{loop} L_k i_{Lk}(0^+) = \sum_{loop} L_k i_{Lk}(0^-)$$

  - Luật bảo toàn điện tích (node)

$$\boxed{\sum_{node} q_k(0^+) = \sum_{node} q_k(0^-)}$$

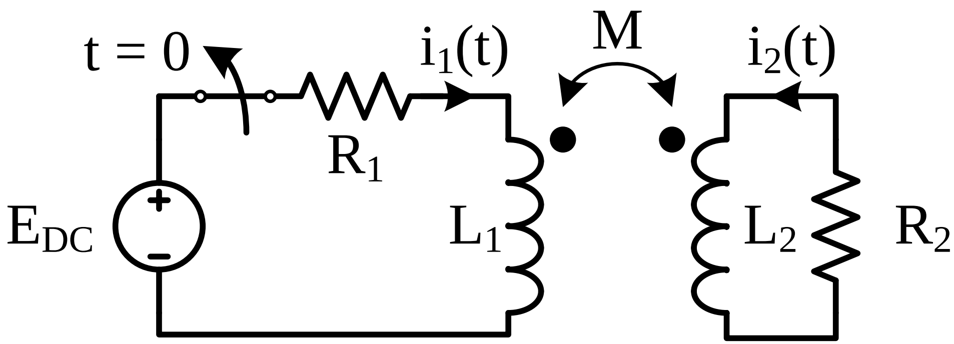
    - *Mạch chứa vòng điện dung*

$$\sum_{node} C_k u_{Ck}(0^+) = \sum_{node} C_k u_{Ck}(0^-)$$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

➢ Xác định sơ kiện độc lập

- Đối với mạch điện không chỉnh chứa hỗ cảm:



$$i_1(0^-) = \frac{E_{DC}}{R_1} \qquad t > 0 \rightarrow i_1 = 0$$

$$i_2(0^-) = 0 \qquad \rightarrow i_1(0^+) = 0$$

- Vòng chứa cuộn L_2 $\quad \psi_2(t) = L_2 i_2(t) + M i_1(t)$

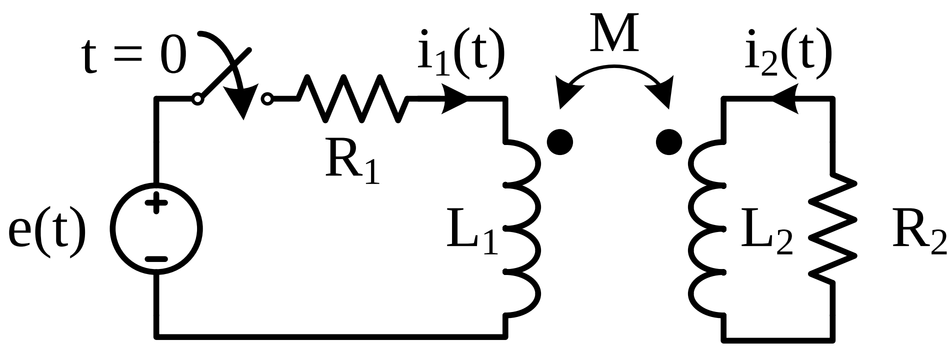
$$\left.\begin{aligned} \psi_2(0^-) &= 0 + M i_1(0^-) \\ \psi_2(0^+) &= L_2 i_2(0^+) + 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow L_2 i_2(0^+) = M i_1(0^-)$$

$$\rightarrow i_2(0^+) = \tfrac{M}{L_2} i_1(0^-) = \tfrac{M}{L_2 R_1} E_{DC}$$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

➢ **Xác định sơ kiện độc lập**

- Đối với mạch điện không chỉnh chứa hỗ cảm:



$$i_1(0^-) = 0$$
$$i_2(0^-) = 0$$

- Vòng chứa cuộn L_1

$$\left.\begin{aligned} \psi_1(0^-) &= 0 \\ \psi_1(0^+) &= L_1 i_1(0^+) + M i_2(0^+) \end{aligned}\right\} \rightarrow L_1 i_1(0^+) + M i_2(0^+) = 0$$

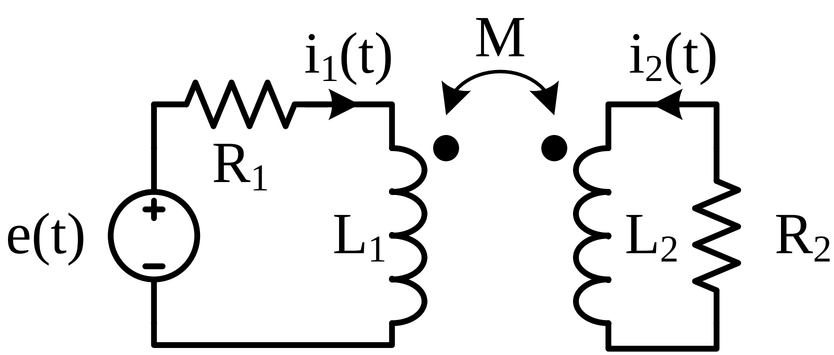
- Tương tự $\rightarrow L_2 i_2(0^+) + M i_1(0^+) = 0$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

➢ **Xác định sơ kiện độc lập**

$$\left.\begin{aligned} L_1 i_1(0^+) + M i_2(0^+) = 0 \\ L_2 i_2(0^+) + M i_1(0^+) = 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2}\right) i_1(0^+) = L_1(1-k^2) i_1(0^+) = 0 \\ \left(L_2 - \frac{M^2}{L_1}\right) i_2(0^+) = L_2(1-k^2) i_2(0^+) = 0 \end{cases}$$

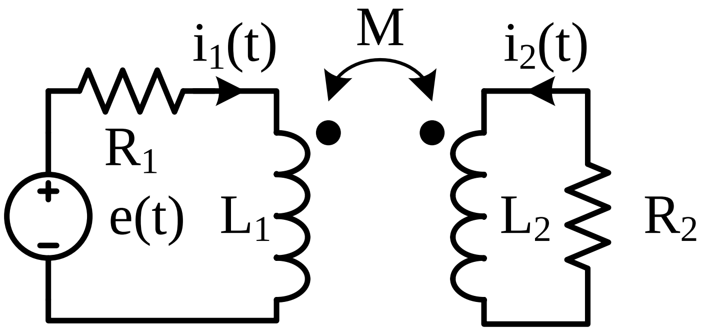
- Hệ số ghép k < 1 → $i_1(0^+) = 0 \quad \& \quad i_2(0^+) = 0$
- Hệ số ghép k = 1 → viết thêm các PT Kirchhoff → sơ kiện



$$R_1 i_1 + L_1 i_1' + M i_2' = e(t)$$
$$R_2 i_2 + L_2 i_2' + M i_1' = 0$$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

- Hệ số ghép k=1 → viết thêm các PT Kirchhoff → sơ kiện



$$\left.\begin{aligned} L_1 i_1(0^+) + M i_2(0^+) = 0 \\ L_2 i_2(0^+) + M i_1(0^+) = 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow i_2(0^+) = -\sqrt{\tfrac{L_1}{L_2}}\, i_1(0^+)$$

$$R_1 i_1 + L_1 i_1' + M i_2' = e(t) \qquad (1)$$

$$R_2 i_2 + L_2 i_2' + M i_1' = 0 \qquad (2)$$

$$(2) \rightarrow \tfrac{L_1 L_2}{M} i_2' + L_1 i_1' = -\tfrac{L_1 R_2}{M} i_2$$

$$k = 1 \rightarrow M i_2' + L_1 i_1' = -\tfrac{L_1 R_2}{M} i_2$$

$$(1) \rightarrow R_1 i_1 - \tfrac{L_1 R_2}{M} i_2 = e(t) \qquad (3)$$

PT (3) đúng ∀ t>0

$$(3) \rightarrow R_1 i_1(0^+) - R_2 \sqrt{\tfrac{L_1}{L_2}}\, i_2(0^+) = e(0^+)$$

$$\left(R_1 + R_2 \tfrac{L_1}{L_2}\right) i_1(0^+) = e(0^+)$$

$$i_1(0^+) = \frac{L_2}{R_1 L_2 + R_2 L_1} e(0^+)$$

$$i_2(0^+) = \frac{-\sqrt{L_1 L_2}}{R_1 L_2 + R_2 L_1} e(0^+)$$

4.2 Phương pháp tích phân kinh điển

- **Xác định sơ kiện phụ thuộc**

- Thường dựa vào 3 cơ sở
  - Giá trị sơ kiện độc lập
  - Giá trị nguồn tác động tại $t = 0^+$
  - Hệ phương trình mô tả mạch tại $t = 0^+$

Các sơ kiện đạo hàm → tìm từ việc lấy đạo hàm các PT KCL & KVL

Qui trình PP tích phân kinh điển

- **Giải mạch khi t < 0:** Chỉ tìm $u_C(0^-)$ và $i_L(0^-)$

- **Giải mạch khi t > 0:**

  a) *Tìm nghiệm xác lập : $y_{xl}(t)$.*

  b) *Tìm nghiệm tự do:*
     - Tìm PTĐT.
     - Giải PTĐT và suy ra $y_{td}(t)$.

$$\boxed{y(t) = y_{td}(t) + y_{xl}(t)}$$

- **Sơ kiện :** Tìm đủ số sơ kiện cho bài toán

- **Xác định K_i :** Dựa vào y(t) và sơ kiện , tính các hệ số K_i.