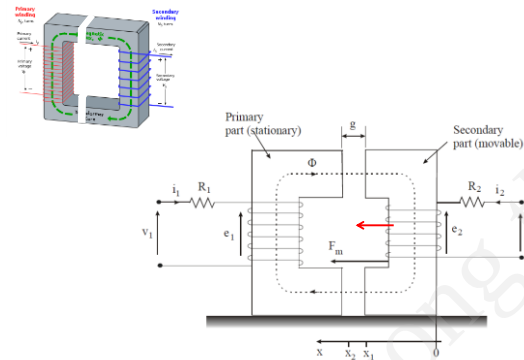


Chương 4: PHÂN TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN-CƠ DÙNG KHÁI NIỆM NĂNG LƯỢNG

1. Giới thiệu chung
2. Hệ thống chuyển động thẳng.
3. Hệ thống chuyển động quay.
4. Phân tích lực (moment) dùng khái niệm năng lượng
5. Phân tích lực (moment) dùng khái niệm động năng lượng
6. Khái niệm năng lượng và động năng lượng trong hệ thống đa công
7. Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng
8. Động học của hệ thống cơ thống số tập trung.
9. Mô hình không gian trạng thái
10. Phân tích dùng phương pháp số.

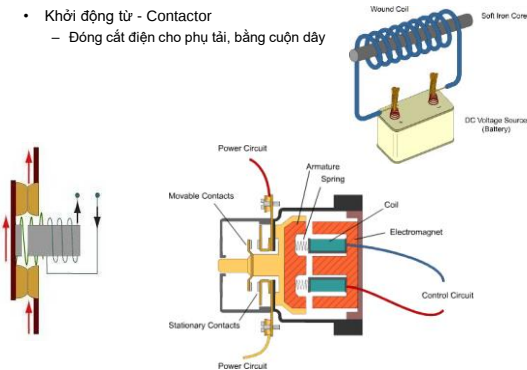
BMTBĐ-CSKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

1

BMTBĐ-CSKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

3

- Khởi động từ - Contactor
- Đóng cắt điện cho phụ tải, bằng cuộn dây



Giới thiệu – Tổng quát

Chương này khảo sát mạch từ có một bộ phận chuyển động (thẳng hoặc quay) ↔ hệ thống biến đổi điện cơ

Đối tượng khảo sát:

Các hệ thống điện cơ **thông số tập trung** (lumped-parameter electromechanical system), i.e các hệ thống có kích thước rất nhỏ so với bước sóng của trường điện từ.
→ **Khảo sát trường từ dừng chuẩn.**

Mục tiêu chương này:

- Trình bày phương pháp xây dựng **mô hình toán học** (**hệ phương trình vi phân biến trạng thái**) cho hệ thống điện cơ gồm N cuộn dây và M biến cơ. Có thể sử dụng để mô phỏng trên máy tính hoặc phân tích và thiết kế.

- **Tính lực hoặc moment** do năng lượng từ trường (tích trữ) trong các cuộn dây (có dòng điện chạy qua) tác động lên các phần ứng (vật liệu từ hoặc dòng điện) trong một hệ thống điện cơ.
- Khảo sát khi dòng điện và các lực/moment thay đổi theo thời gian.

2

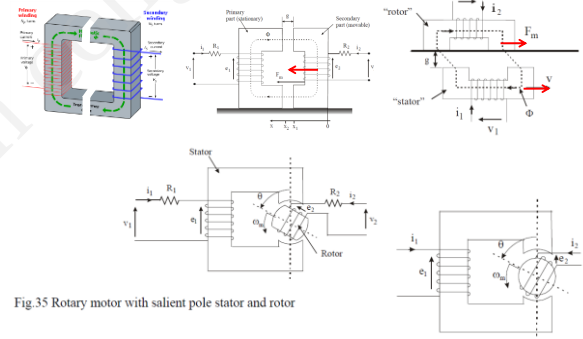


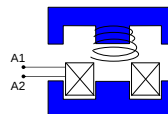
Fig.35 Rotary motor with salient pole stator and rotor

BMTBĐ-CSKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

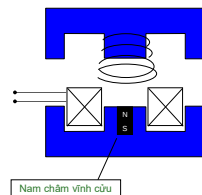
Fig.36 Motor with the salient pole stator and round rotor

Mạch từ contactor

Cuộn dây AC



Cuộn DC tiêu thụ năng lượng thấp



Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Giới thiệu – Tổng quát

Cấu trúc hệ thống điện cơ: Để dễ khảo sát, hệ thống điện cơ được chia thành 3 phần riêng biệt.

Hệ thống điện tử

v, i, λ

Kết nối điện - cơ

(Electromechanical coupling)

Hệ thống cơ

f_e, x hay T^e, θ

Lực f_m (hoặc moment T_m) có nguồn gốc từ cơ học

Chuyển động thẳng: $\lambda = \lambda(i, x)$
 Chuyển động quay: $\lambda = \lambda(i, \theta)$

f_e và T^e có nguồn gốc từ điện.
 (lực điện từ, moment điện từ)

➔ Xây dựng hệ phương trình mô tả hệ thống điện-cơ gồm các thông số trên: v, i, λ, f_e, x (hoặc T^e, θ)

Lực f_m (hoặc moment T_m) có nguồn gốc từ cơ học

➔ Xây dựng hệ phương trình mô tả hệ thống điện-cơ gồm các thông số: v, i, λ, f_e, x (hoặc T^e, θ), f_m, x (hoặc T_m, θ)

Hệ phương trình động

$Mg = f_m$

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Giới thiệu – Tổng quát

Cấu trúc hệ thống điện cơ: Để dễ khảo sát, hệ thống điện cơ được chia thành 3 phần riêng biệt.

Hệ thống điện

v, i, λ

Kết nối điện - cơ

(Electromechanical coupling)

Hệ thống cơ

f_e, x hay T^e, θ

f_m (hoặc T_m) có nguồn gốc từ cơ học

Chuyển động thẳng: $\lambda = \lambda(i, x)$
 Chuyển động quay: $\lambda = \lambda(i, \theta)$

f_e và T^e có nguồn gốc từ điện.
 (lực điện từ, moment điện từ)

• **Phân đầu** chương này sẽ xây dựng hệ phương trình mô tả hệ thống điện-cơ gồm các thông số trên: v, i, λ, f_e, x (hoặc T^e, θ)

Lực f_m (hoặc moment T_m) có nguồn gốc từ cơ học

• **Phân cuối** chương này sẽ xây dựng hệ phương trình mô tả hệ thống điện-cơ gồm các thông số: v, i, λ, f_e, x (hoặc T^e, θ), f_m, x (hoặc T_m, θ)

$Mg = f_m$

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Giới thiệu – Tổng quát

- Khảo sát 1 hệ thống chuyển động đơn giản (mạng 2 cửa: 1 cửa điện và 1 cửa cơ)

Phân đầu ➔

- Dùng các định luật KVL, KCL (Ampere và Gauss ở chương 3)

➔ Tính từ thông móc vòng $\lambda = \lambda(i, x)$ $\lambda = L(x) i$ (Điện ➔ Cơ)

♦ ♦ ♦ ➔ 1. Tính năng lượng từ trường ➔ **Tính lực f_e (moment T^e)** (Điện ➔ Cơ)

➔ 2. Tính điện áp cảm ứng v (Định luật cảm ứng điện từ Faraday) (Cơ ➔ Điện)

Phân cuối ➔

- Dùng định luật Newton ➔ để xây dựng các phương trình cân bằng lực: lực có nguồn gốc từ điện (lực điện từ) f_e , lực có nguồn gốc từ cơ (lực cơ) f_m ...
- Giải hệ thống phương trình trên ➔ Tìm nghiệm (hoặc cân bằng moment: moment có nguồn gốc từ điện (moment điện từ) T^e , moment có nguồn gốc từ cơ (moment cơ) T_m ...)

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

➔ 2. Tính điện áp cảm ứng v

Hệ thống chuyển động thẳng **nếu biết** $\lambda = \lambda(i, x) ???$ ➔ Giải mạch từ: $\Phi \leftrightarrow IN$ (Chương 3)

Điện áp cảm ứng: $v = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\partial \lambda}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{dx}{dt}$

Điện áp biến áp (transformer voltage) Điện áp tốc độ (speed voltage)

$\frac{dx}{dt}$: là tốc độ chuyển động thẳng

• Nếu hệ thống điện tuyến tính (quan hệ B-H tuyến tính, L không phụ thuộc i):

➔ $\lambda = L(x) i$

Điện áp cảm ứng: $\Rightarrow v = L(x) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(x)}{dx} \frac{dx}{dt}$ $\lambda = L(x) i ???$
 $[L] = [L][i] ???$

• Nếu hệ thống không có phần tử chuyển động

➔ $\lambda = Li$

Điện áp cảm ứng: $\Rightarrow v = L \frac{di}{dt}$ ➔ cuộn cảm, máy biến áp.

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

1

DL Ampere

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}_l \cdot \vec{n} \cdot d\vec{a}$$

$$\sum_{i=1}^n H_i l_i = Ni$$

Mạch từ

Đặc tính vật liệu từ $B(H)$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$B = \frac{\phi}{A}$: Từ cảm

ϕ : Từ thông

$\lambda = N\Phi$: Từ thông móc vòng

$L = \frac{\lambda}{i}$

DIỆN ↔ **TỪ** ↔ **CƠ**

2

Mạch tương đương

$$Ni = \sum_{k=1}^m \phi_k R_k$$

Từ trở: $R_k = \frac{l_k}{\mu A_k}$

DL Kirchhoff

$$\begin{cases} Ni = \sum_{k=1}^m \phi_k R_k = \sum_{j=1}^n H_j l_j \\ \sum_{i=1}^n \phi_i = 0 \end{cases}$$

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Mạch từ tương đương.

♦ Xét vòng xuyên từ có khe hở không khí

Tiết diện A_g
 Tiết diện A_c

g: viết tắt gap khe hở kk
 c: viết tắt core, lõi thép

1. Áp dụng định luật Ampere

$$\sum_{i=1}^n H_i l_i = Ni$$

$$\Rightarrow Ni = H_g l_g + H_c l_c = \frac{B_g}{\mu_0} l_g + \frac{B_c}{\mu_r \mu_0} l_c$$

2. Áp dụng định luật KVL

➔ Xây dựng mạch tương đương

$$Ni = \phi(R_g + R_c)$$

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A_g}$$

$$R_c = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

$A_g = ?$
 $A_c = ?$

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Năng lượng tích trữ trong các cuộn dây

Năng lượng tích trữ trong một cuộn dây

$$W = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \lambda i$$

Đơn vị: Joule



Năng lượng từ trường tích trữ trong thể tích V khi từ trường phân bố đều

$$W_m = w_m V$$

Nếu mạch từ tuyến tính:

Mật độ năng lượng $w_m = w'_m$ mật độ đồng năng lượng $w_m = w'_m = \frac{1}{2} BH$

BMTBĐ-CBKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

13

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Giới thiệu – Tổng quát

$$[\lambda] = [L][i] \text{ ???}$$

Phân đầu cần xác định: - Điện áp cảm ứng
- Lực điện từ (moment điện từ)

Năng lượng từ trường

1. Chuyển động thẳng

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa)

→ Điện áp cảm ứng

- Lực điện từ

- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra)

→ Điện áp cảm ứng

- Lực điện từ

- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa)

→ Điện áp cảm ứng

- Lực điện từ

2. Chuyển động quay

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa)

→ Điện áp cảm ứng

- Moment điện từ

- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra)

→ Điện áp cảm ứng

- Moment điện từ

- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa)

→ Điện áp cảm ứng

- Moment điện từ

Phân cuối • Dùng định luật Newton → để xây dựng các phương trình cân bằng lực: lực có nguồn gốc từ điện (lực điện từ) f_e , lực có nguồn gốc từ cơ (lực cơ) f_m
• Giải hệ thống phương trình trên → Tìm nghiệm

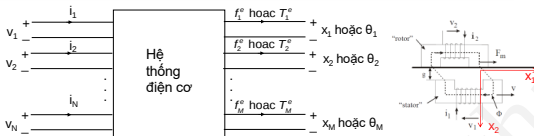
BMTBĐ-CBKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

14

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện-cơ chuyển động thẳng.

- Khảo sát hệ thống điện cơ có nhiều cửa: N cửa điện (biến $i_1, i_2, \dots, i_N$) và M cửa cơ (biến $x_1, x_2, \dots, x_M$)



Từ thông móc vòng ở bất cứ cổng điện nào λ_k là hàm của tất cả các biến:

$$\lambda_k = \lambda_k(i_1, i_2, \dots, i_N, x_1, x_2, \dots, x_M) \quad k = 1, 2, \dots, N$$

→ Điện áp cảm ứng $v_k = \frac{d\lambda_k}{dt} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \lambda_k}{\partial i_j} \frac{di_j}{dt} + \sum_{j=1}^M \frac{\partial \lambda_k}{\partial x_j} \frac{dx_j}{dt} \quad k = 1, 2, \dots, N$

Tương tự lực ở bất cứ cổng cơ nào f_k là hàm của tất cả các biến:

$$f_k = f_k(i_1, i_2, \dots, i_N, x_1, x_2, \dots, x_M) \quad i = 1, 2, \dots, M$$

BMTBĐ-CBKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

15

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Giới thiệu – Tổng quát

$$[\lambda] = [L][i] \text{ ???}$$

Phân đầu cần xác định: - Điện áp cảm ứng
- Lực điện từ (moment điện từ)

Năng lượng từ trường

1. Chuyển động thẳng

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa)

→ Điện áp cảm ứng

- Lực điện từ

- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra)

→ Điện áp cảm ứng

- Lực điện từ

- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa)

→ Điện áp cảm ứng

- Lực điện từ

2. Chuyển động quay

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa)

→ Điện áp cảm ứng

- Moment điện từ

- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra)

→ Điện áp cảm ứng

- Moment điện từ

- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa)

→ Điện áp cảm ứng

- Moment điện từ

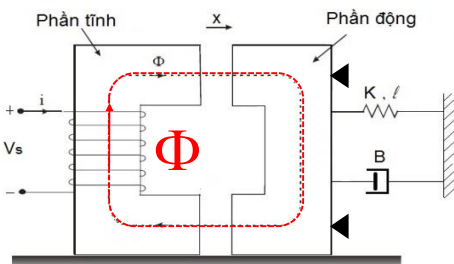
Phân cuối • Dùng định luật Newton → để xây dựng các phương trình cân bằng lực: lực có nguồn gốc từ điện (lực điện từ) f_e , lực có nguồn gốc từ cơ (lực cơ) f_m
• Giải hệ thống phương trình trên → Tìm nghiệm

BMTBĐ-CBKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

16

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện-cơ chuyển động thẳng – Một cuộn dây



BMTBĐ-CBKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

17

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

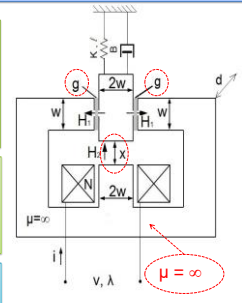
Hệ thống điện-cơ chuyển động thẳng – Một cuộn dây

Mạch từ có bề dày d, khe hở không khí x, phần động chuyển động theo phương x trượt lên đệm phi từ tính có bề dày g. Giả thiết: $g \ll w, x \ll w$. (Bỏ qua từ thông rò, tản). μ lõi thép $= \infty$, Cuộn dây có số vòng N.

Tính L, λ và v?

(Mạch từ này thường dùng trong cơ cấu với yêu cầu lực lớn nhưng độ dịch chuyển nhỏ, như cơ cấu ngắt bảo vệ của cầu dao tự động (CB), đóng mở valve... nếu mạch từ dạng solenoid đặc tính sẽ tốt hơn)

Trong lõi thép có $B = \mu H$, với $\mu_{\text{lõi thép}} = \infty$, B hữu hạn nên $H = 0$, chỉ tồn tại cường độ từ trường H_2 ở khe hở không khí x và H_1 ở g



Tính H_1, H_2 ?

BMTBĐ-CBKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

18

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện-cơ chuyển động thẳng - Một cuộn dây (tt)

★ Dùng mạch từ tương đương:

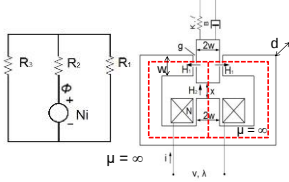
- Tính từ trở các khe hở không khí:

$$R_1 = R_3 = \frac{g}{\mu_0 w d} \quad R_2 = \frac{x}{\mu_0 2wd}$$

- Có sức từ động Ni tìm được từ thông qua 1 vòng dây:

$$\Phi = \frac{Ni}{R_2 + \frac{R_1}{2}} = \frac{2wd \mu_0 Ni}{g + x}$$

→ Từ thông móc vòng, tự cảm, điện áp cảm ứng có biểu thức như phương pháp trước.



♦ Với chuyển động thẳng có thể dùng các định luật điện từ hoặc mạch từ tương đương.

♦ Với chuyển động quay dùng các định luật điện từ thuận lợi, dễ dàng hơn.

BMTBĐ-CKTĐ-PVLong
(TCBinh edited 2016)

19

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện-cơ chuyển động thẳng - Một cuộn dây (tt)

★ Dùng các định luật điện từ: ACL, Gauss, Faraday

- ACL trên vòng 1: $H_1 g + H_2 x = Ni$ (*) $\sum_{i=1}^n H_i l_i = Ni$

- Định luật Gauss trên bề mặt S:

$$2(\mu_0 H_1)(wd) - \mu_0 H_2(2wd) = 0 \quad (**) \quad 2\Phi_1 - \Phi_2 = 0$$

- (*) và (**) suy ra: $H_1 = H_2 = \frac{Ni}{g+x}$

- Từ thông xuyên qua 1 vòng dây:

$$\Phi = B.A = \mu_0 H_2(2wd) = 2wd \frac{\mu_0 Ni}{g+x}$$

1. $\lambda = \lambda(i, x) = ?$. Từ thông móc vòng qua cuộn dây:

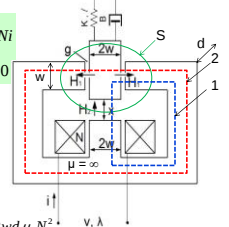
$$\lambda = N\Phi = \frac{2wd \mu_0 N^2 i}{(g+x)}$$

- Tự cảm cuộn dây (hệ thống tuyến tính): $L(x) = \frac{\lambda}{i} = \frac{2wd \mu_0 N^2}{g+x}$

2. $v = ?$ - Định luật Faraday: → Điện áp cảm ứng

$$v = \frac{d\lambda}{dt} = L(x) \left(\frac{di}{dt} \right) + i \left(\frac{dL(x)}{dx} \right) \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{2wd \mu_0 N^2}{g+x} \left(\frac{di}{dt} \right) + \frac{2wd \mu_0 N^2 i}{(g+x)^2} \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

Điện áp biến áp Điện áp tốc độ

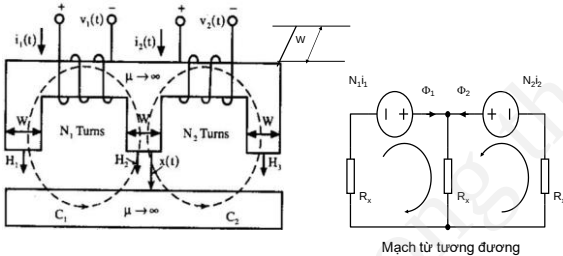
BMTBĐ-CKTĐ-PVLong
(TCBinh edited 2016)

20

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện cơ chuyển động thẳng - Hai cuộn dây

Mạch từ như hình vẽ có bề dày w, $\mu_{\text{dây thép}} = \infty$, phần mạch từ phía dưới chuyển động thẳng x(t). Tìm từ thông móc vòng λ_1, λ_2 theo i_1, i_2 , và x. Tìm điện cảm, hệ cảm các cuộn dây.



Mạch từ tương đương

BMTBĐ-CKTĐ-PVLong
(TCBinh edited 2016)

21

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện cơ chuyển động thẳng - Hai cuộn dây (tt)

- Từ trở khe hở không khí: $R_x = \frac{x}{\mu_0 A} = \frac{x}{\mu_0 w^2}$

- KVL: $N_1 i_1 = R_x \phi_1 + R_x (\phi_1 + \phi_2) = 2R_x \phi_1 + R_x \phi_2$
 $N_2 i_2 = R_x \phi_2 + R_x (\phi_1 + \phi_2) = R_x \phi_1 + 2R_x \phi_2$

→ Từ thông trong lòng các cuộn dây:

$$\phi_1 = \frac{\mu_0 w^2}{3x} (2N_1 i_1 - N_2 i_2)$$

$$\phi_2 = \frac{\mu_0 w^2}{3x} (-N_1 i_1 + 2N_2 i_2)$$

Ta viết được:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= L_{11} i_1 + L_{m1} i_2 \\ \lambda_2 &= L_{m1} i_1 + L_{22} i_2 \end{aligned}$$

Hoặc dạng ma trận: $[\lambda] = [L][i]$

Từ thông móc vòng các cuộn dây:

$$\lambda_1 = N_1 \phi_1 = \frac{\mu_0 w^2}{3x} (2N_1^2 i_1 - N_1 N_2 i_2)$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi_2 = \frac{\mu_0 w^2}{3x} (-N_1 N_2 i_1 + 2N_2^2 i_2)$$

- Điện cảm và hệ cảm các cuộn dây: ?

$$\begin{aligned} L_{11} &= \frac{\mu_0 w^2}{3x} 2N_1^2 \\ L_{12} &= -\frac{\mu_0 w^2}{3x} N_1 N_2 = L_{21} = L_m \\ L_{22} &= \frac{\mu_0 w^2}{3x} 2N_2^2 \end{aligned}$$

BMTBĐ-CKTĐ-PVLong
(TCBinh edited 2016)

22

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện cơ chuyển động thẳng - Hai cuộn dây (tt)

→ Từ thông trong lòng các cuộn dây:

$$\phi_1 = \frac{\mu_0 w^2}{3x} (2N_1 i_1 - N_2 i_2)$$

$$\phi_2 = \frac{\mu_0 w^2}{3x} (-N_1 i_1 + 2N_2 i_2)$$

Ta viết được:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= L_{11} i_1 + L_{m1} i_2 \\ \lambda_2 &= L_{m1} i_1 + L_{22} i_2 \end{aligned}$$

Hoặc dạng ma trận: $[\lambda] = [L][i]$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad [i] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad [L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_m \\ L_m & L_{22} \end{bmatrix}$$

Từ thông móc vòng các cuộn dây:

$$\lambda_1 = N_1 \phi_1 = \frac{\mu_0 w^2}{3x} (2N_1^2 i_1 - N_1 N_2 i_2)$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi_2 = \frac{\mu_0 w^2}{3x} (-N_1 N_2 i_1 + 2N_2^2 i_2)$$

- Điện cảm và hệ cảm các cuộn dây: ?

$$\begin{aligned} L_{11} &= \frac{\mu_0 w^2}{3x} 2N_1^2 \\ L_{12} &= -\frac{\mu_0 w^2}{3x} N_1 N_2 = L_{21} = L_m \\ L_{22} &= \frac{\mu_0 w^2}{3x} 2N_2^2 \end{aligned}$$

BMTBĐ-CKTĐ-PVLong
(TCBinh edited 2016)

23

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện cơ chuyển động thẳng

1. Từ thông móc vòng qua cuộn dây λ , tổng quát dưới dạng ma trận:

$$[\lambda] = [L][i]$$

Hoặc: Φ dòng điện qua cuộn dây tổng quát dưới dạng ma trận: $\Rightarrow [i] = [L]^{-1} [\lambda]$

- Tổng quát điện cảm L là hàm của x và i: $L = L(x, i)$

- Nếu mạch từ tuyến tính → L không phụ thuộc i → $L = L(x)$

Với mạch từ như hình chỉ có 1 cuộn dây, mạch từ tuyến tính ($\mu_{\text{dây thép}} = \infty$) → $\lambda = L(x)i$

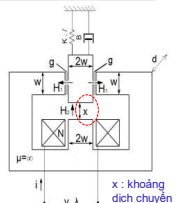
$$\lambda = N\Phi = \frac{2wd \mu_0 N^2 i}{(g+x)}$$

$$L(x) = \frac{\lambda}{i} = \frac{2wd \mu_0 N^2}{g+x}$$

2. Điện áp cảm ứng trong cuộn dây

$$v = \frac{d\lambda}{dt} = L(x) \left(\frac{di}{dt} \right) + i \left(\frac{dL(x)}{dx} \right) \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{2wd \mu_0 N^2}{g+x} \left(\frac{di}{dt} \right) + \frac{2wd \mu_0 N^2 i}{(g+x)^2} \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

Điện áp biến áp Điện áp tốc độ

BMTBĐ-CKTĐ-PVLong
(TCBinh edited 2016)

24

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái năng lượng

Giới thiệu – Tổng quát

$$[\lambda] = [L][i] ???$$

Phân đầu cần xác định: - Điện áp cảm ứng
- Lực điện từ (moment điện từ)

1. Chuyển động thẳng

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa) → Điện áp cảm ứng - Lực điện từ
- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra) → Điện áp cảm ứng - Lực điện từ
- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa) → Điện áp cảm ứng - Lực điện từ

2. Chuyển động quay

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa) → Điện áp cảm ứng - Moment điện từ
- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra) → Điện áp cảm ứng - Moment điện từ
- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa) → Điện áp cảm ứng - Moment điện từ

Phân cuối ♦ Dùng định luật Newton → để xây dựng các phương trình cân bằng lực: lực có nguồn gốc từ điện (lực điện từ) f_e , lực có nguồn gốc từ cơ (lực cơ) f_m
♦ Giải hệ thống phương trình trên → Tìm nghiệm

BMTB-CRKT-D-PV/Long
(TCBinh edited 2016)

25

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái năng lượng

Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Một cuộn dây

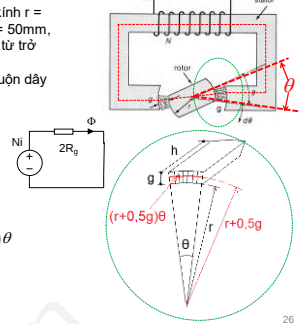
Mạch từ như hình vẽ có: rotor quay bán kính $r = 40\text{mm}$, bề dày (bề sâu vào trang giấy) $h = 50\text{mm}$, khe hở $g = 4\text{mm}$, $N = 2000$ vòng. Bỏ qua từ trở của lõi sắt ($\mu_{\text{lõi sắt}} = \infty$) và từ thông rò tản. Tính từ cảm L , từ thông móc vòng qua cuộn dây

Từ cảm L của cuộn dây:

$$L(\theta) = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N}{i} \left(\frac{Ni}{2R_g} \right) = \frac{N^2}{2R_g}$$

Từ trở 1 khe hở kk: $R_g = \frac{1}{\mu_0 A_g}$ Tiết diện khe hở kk: $A_g = h \cdot (r + 0,5g)\theta$

$$L(\theta) = \frac{N^2}{2R_g} = N^2 \frac{\mu_0 h (r + 0,5g)\theta}{2g}$$

BMTB-CRKT-D-PV/Long
(TCBinh edited 2016)

26

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái năng lượng

Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Một cuộn dây

Từ cảm L của cuộn dây:

$$L(\theta) = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N}{i} \left(\frac{Ni}{2R_g} \right) = \frac{N^2}{2R_g}$$

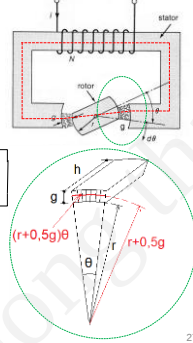
Từ trở 1 khe hở kk: $R_g = \frac{1}{\mu_0 A_g}$ Tiết diện khe hở kk: $A_g = h \cdot (r + 0,5g)\theta$

$$L(\theta) = \frac{N^2}{2R_g} = N^2 \frac{\mu_0 h (r + 0,5g)\theta}{2g}$$

$$L(\theta) = 2000^2 \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (0,05)(0,04 + 0,02)}{2(0,04)} = 1,32\theta$$

♦ Từ thông móc vòng qua cuộn dây:

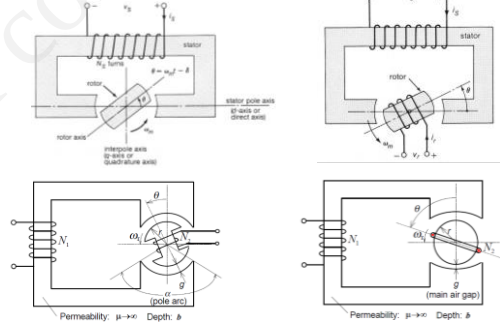
$$\lambda = L(i) = N^2 \frac{\mu_0 h (r + 0,5g)\theta}{2g} i$$

BMTB-CRKT-D-PV/Long
(TCBinh edited 2016)

27

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái năng lượng

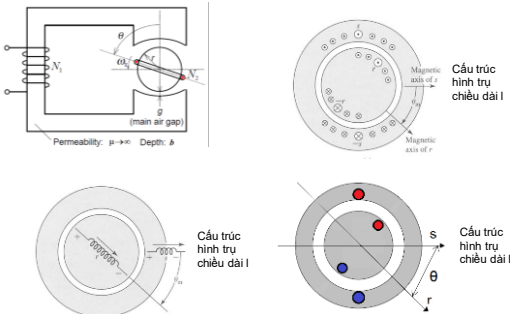
Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Hai cuộn dây

BMTB-CRKT-D-PV/Long
(TCBinh edited 2016)

28

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái năng lượng

Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Hai cuộn dây

BMTB-CRKT-D-PV/Long
(TCBinh edited 2016)

29

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái năng lượng

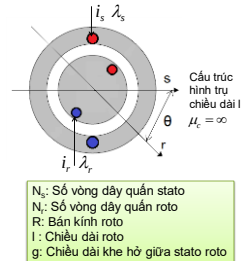
Hệ thống điện-cơ chuyển động quay hai cuộn dây

- Khảo sát 1 hệ thống điện-cơ có cấu trúc hình trụ chiều dài l chuyển động quay như hình vẽ.

Cần xây dựng hệ phương trình mô tả hệ thống điện-cơ.

- Tính: Λ_s, Λ_r theo i_s, i_r và góc quay θ
- Tính: i_s, i_r của stator và rotor theo Λ_s, Λ_r
- Tính: V_s, V_r của stator và rotor.

Giả thiết: $\mu_{\text{lõi thép}} = \infty$, khe hở không khí giữa stator và rotor rất nhỏ ($g \ll$ bán kính rotor R và $g \ll$ chiều dài rotor l), và có đường sức theo phương hướng kính (lực tác động lên dây quấn rotor sẽ có phương tiếp tuyến)



N_s : Số vòng dây quấn stato
 N_r : Số vòng dây quấn rotor
 R : Bán kính rotor
 l : Chiều dài rotor
 g : Chiều dài khe hở giữa stato rotor

BMTB-CRKT-D-PV/Long
(TCBinh edited 2016)

30

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện cơ chuyển động quay hai cuộn dây

Mạch từ chia làm 4 góc, mỗi góc có cường độ từ trường $H_{i1}, H_{i2}, H_{i3}, H_{i4}$ được xem có giá trị không đổi

◆ Tính: λ_s, λ_r theo i_s, i_r và góc quay θ

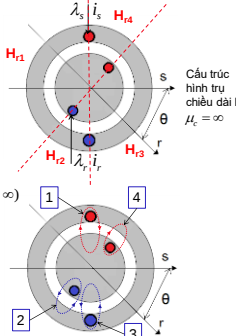
- Do $\lambda_s = L_s i_s + L_m(\theta) i_r$
- $\lambda_r = L_m(\theta) i_s + L_r i_r$
- Định luật Ampere (ACL), ta có:

Trên vòng 1: $H_{i1} - H_{i4} = \frac{N_s i_s}{g}$ (vì $\mu = \infty$)

Trên vòng 2: $H_{i2} - H_{i1} = \frac{N_r i_r}{g}$

Trên vòng 3: $H_{i2} - H_{i3} = -\frac{N_s i_s}{g}$

Trên vòng 4: $H_{i4} - H_{i3} = -\frac{N_r i_r}{g}$



BMTBĐ-CSKTD-PV/Luog
(TCBinh edited 2016)

31

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện cơ chuyển động quay hai cuộn dây

- Định luật Gauss $\oint \vec{B} \cdot \vec{n} da = 0$
- Áp dụng cho bề mặt kín S bao quanh rotor và ACL dẫn ra được:

$$H_{i1} = \frac{N_s i_s - N_r i_r}{g} = -H_{i3}$$

$$H_{i2} = \frac{N_s i_s + N_r i_r}{g} = -H_{i4}$$

- Từ thông móc vòng dây quấn stator

Ta có: $\phi_s = \int_0^g \vec{B} \cdot \vec{n} da = \int_0^g \mu_0 H_{i1} l R d\phi + \int_0^g \mu_0 H_{i2} l R d\phi$

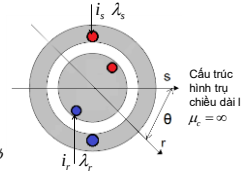
Sau khi biến đổi và sử dụng kết quả định luật Gauss ở trên ta có:

$$\Rightarrow \lambda_s = N_s \phi_s = L_s i_s + L_m(\theta) i_r$$

Với $\begin{cases} \text{Tự cảm stator: } L_s = N_s^2 L_0 & L_0 = \mu_0 R l \pi / (2g) \\ \text{Hỗ cảm: } L_m(\theta) = N_s N_r L_0 \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) \end{cases}$

- Tương tự từ thông móc vòng dây quấn rotor

$$\Rightarrow \lambda_r = L_m(\theta) i_s + L_r i_r \quad \text{Với } L_r = N_r^2 L_0$$



BMTBĐ-CSKTD-PV/Luog
(TCBinh edited 2016)

32

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

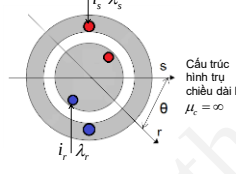
Hệ thống điện cơ chuyển động quay hai cuộn dây

Tóm lại:

$$\lambda_s = L_s i_s + L_m(\theta) i_r$$

$$\lambda_r = L_m(\theta) i_s + L_r i_r$$

- Tự cảm stator: $L_s = N_s^2 L_0$
- Tự cảm rotor: $L_r = N_r^2 L_0$
- Hỗ cảm: $L_m(\theta) = N_s N_r L_0 \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right)$ (phụ thuộc vào θ)
- Hỗ cảm: $L_m(\theta) = N_s N_r L_0 \left(1 + \frac{2\theta}{\pi}\right)$ nếu $-\pi < \theta < 0$



BMTBĐ-CSKTD-PV/Luog
(TCBinh edited 2016)

33

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Hệ thống điện cơ chuyển động quay

1+

Từ thông móc vòng qua cuộn dây λ , tổng quát dưới dạng ma trận:

$$[\lambda] = [L][i]$$

Hoặc

Đòng điện qua cuộn dây tổng quát dưới dạng ma trận:

$$\Rightarrow [i] = [L]^{-1}[\lambda]$$

- Tổng quát điện cảm L là hàm của θ và i : $L = L(\theta, i)$
- Nếu mạch từ tuyến tính $\rightarrow L$ không phụ thuộc $i \rightarrow L = L(\theta)$

Với mạch từ như hình có 2 cuộn dây, mạch từ tuyến tính ($\mu_{\text{đi}} \text{ thép} = \infty$)

Tự cảm stator: $L_s = N_s^2 L_0$

Tự cảm rotor: $L_r = N_r^2 L_0$

Hỗ cảm (MD thực tế có nhiều rãnh): $L_m = M \cos(\theta)$

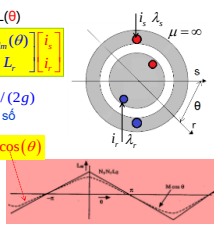
2+

Điện áp cảm ứng trong cuộn dây

$$v_s(t) = \frac{d\lambda_s}{dt} = L_s \frac{di_s}{dt} + M \cos(\theta) \frac{di_r}{dt} - i_r M \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_r(t) = \frac{d\lambda_r}{dt} = L_r \frac{di_r}{dt} + M \cos(\theta) \frac{di_s}{dt} - i_s M \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt}$$

Hàm số L_m phụ thuộc vào θ



BMTBĐ-CSKTD-PV/Luog
(TCBinh edited 2016)

36

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Giới thiệu – Tổng quát

- Phân đầu cần xác định: - Điện áp cảm ứng
- Lực điện từ (moment điện từ)

$$[\lambda] = [L][i] ???$$

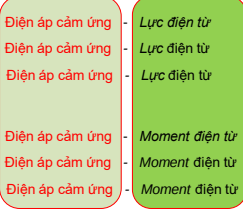
Năng lượng từ trường

1. Chuyển động thẳng

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa) $\rightarrow$ Điện áp cảm ứng
- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra) $\rightarrow$ Điện áp cảm ứng
- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa) $\rightarrow$ Điện áp cảm ứng

2. Chuyển động quay

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa) $\rightarrow$ Điện áp cảm ứng
- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra) $\rightarrow$ Điện áp cảm ứng
- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa) $\rightarrow$ Điện áp cảm ứng



Phân cuối: • Dùng định luật Newton $\rightarrow$ để xây dựng các phương trình cân bằng lực: lực cơ nguồn gốc từ điện (lực điện từ) f_e , lực cơ nguồn gốc từ cơ (lực cơ) f_m

Giải hệ thống phương trình trên $\rightarrow$ Tìm nghiệm

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luog
(TCBinh edited 2016)

37

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Chương 4 GIẢI TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN-CƠ DÙNG PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG

- Giới thiệu
- Hệ thống chuyển động thẳng.
- Hệ thống chuyển động quay
- Phân tích lực dùng khái niệm năng lượng
- Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng
- Khái niệm năng lượng và đồng năng lượng trong hệ thống đa cổng
- Biến đổi năng lượng – Bảo toàn năng lượng.
- Động học của hệ thống cơ thông số tập trung.
- Mô hình không gian trạng thái
- Phân tích dùng phương pháp số.

$$[\lambda] = [L][i] \quad \begin{cases} L = f(x, i) \\ L = f(\theta, i) \end{cases}$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luog
(TCBinh edited 2016)

38

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Năng lượng tích trữ trong các cuộn dây

Năng lượng tích trữ trong một cuộn dây

$$W = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \lambda i$$

Đơn vị: Joule



Năng lượng từ trường tích trữ trong thể tích V khi từ trường phân bố đều

$$W_m = w_m V$$

Nếu mạch từ tuyến tính:

Mật độ năng lượng $w_m = w'_m$ mật độ dòng năng lượng $w_m = w'_m = \frac{1}{2} BH$

BMTĐ-CNKTD-PVuong (TCBinh edited 2016)

39

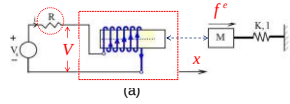
Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Năng lượng từ trường. (Năng lượng tích trữ trong từ trường)

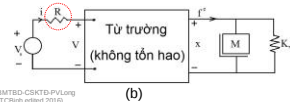
- Trong phần trước đã tính được hàm $\lambda = \lambda(i, x)$ (chuyển động thẳng) hoặc $\lambda = \lambda(i, \theta)$ (chuyển động quay)

- Trước khi tính các phương trình cơ ở cổng cơ ta cần tính lực điện từ $f^e = f^e(i, x)$ và moment điện từ $T^e = T^e(i, x)$ (lực và moment có nguồn gốc từ điện) dựa vào khái niệm năng lượng từ trường và định luật bảo toàn năng lượng.

Hệ thống điện-cơ được mô tả như hình a



Trong hệ thống cơ: chiều của lực f^e quy ước lấy theo chiều dương của x , trọng lượng M và lò xo có độ cứng K được biểu diễn là 2 phần tử đầu cực, I : là chiều dài lò xo ở trạng thái tự do.



Dựa vào khái niệm đã biết, ta có thể hình dung ra 1 hệ thống điện nối với hệ thống cơ thông qua từ trường (không có tổn hao). Hình a có thể diễn giải thành mạng 2 cửa hình b

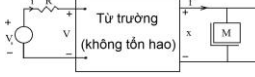
BMTĐ-CNKTD-PVuong (TCBinh edited 2016)

40

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Năng lượng từ trường.

- Năng lượng lấy từ nguồn điện tích trữ trong từ trường rồi xuất (một phần) năng lượng ra cổng cơ (cũng có thể nhận năng lượng từ cổng cơ)



★ Nếu mạng hai cửa không có tổn hao công suất. Sử dụng định luật bảo toàn năng lượng trong khoảng thời gian dt, năng lượng từ trường dự trữ dW_m , khoảng dịch chuyển dx .

$$\begin{aligned} \text{Năng lượng nhận từ nguồn điện} &= \text{Năng lượng từ trường dự trữ} + \text{Năng lượng cơ} \\ v i dt &= dW_m + f^e dx \\ dW_m &= v i dt - f^e dx = \frac{d\lambda}{dt} i dt - f^e dx \end{aligned}$$

→ năng lượng từ trường dự trữ trong khoảng thời gian dt: $dW_m = i d\lambda - f^e dx$

Năng lượng từ trường W_m là hàm 4 biến λ, i, f^e, x . Chọn λ, x là các biến độc lập → f^e và i là các hàm số.

BMTĐ-CNKTD-PVuong (TCBinh edited 2016)

→ Năng lượng $W_m(\lambda, x)$???
→ Lực $f^e(\lambda, x)$ hoặc moment T^e ???

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

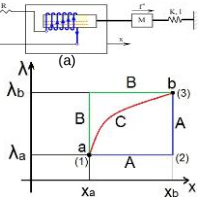
Năng lượng từ trường.

★ Tính năng lượng từ trường dự trữ khi đi từ điểm a đến b dọc theo một đường C bất kỳ

Do mạng 2 cửa không có tổn hao, độ thay đổi năng lượng từ trường dự trữ trong hệ thống khi đi từ điểm a đến điểm b không phụ thuộc vào đường lấy tích phân.

→ Ta có thể chọn lấy tích phân theo đường A hoặc B

$$dW_m = i d\lambda - f^e dx$$



Đường A:

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = - \int_{x_a}^{x_b} f^e(\lambda_a, x) dx + \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} i(\lambda, x_b) d\lambda$$

Đường B:

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} i(\lambda, x_a) d\lambda - \int_{x_a}^{x_b} f^e(\lambda_b, x) dx$$

Kết quả của 2 cách là như nhau, kể cả nếu tích phân theo đường C khi biết biểu thức $\lambda(x)$

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Năng lượng từ trường.

• Ý nghĩa vật lý của việc tích phân theo đường A:
Đầu tiên đưa năng lượng vào cổng cơ trong khi giữ $\lambda = \lambda_b = \text{const}$ (phụ thuộc vào cổng cơ), sau đó đưa năng lượng vào cổng điện trong khi giữ $x = x_b = \text{const}$

• Ý nghĩa vật lý của việc tích phân theo đường B: ngược lại

- Xét việc tích phân theo đường A

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = - \int_{x_a}^{x_b} f^e(\lambda_b, x) dx + \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} i(\lambda, x_b) d\lambda$$

★ Nếu $\lambda_b = 0$ → Không có lực từ điện lúc ban đầu → $f^e(0, x) = 0$

$$\Rightarrow W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(0, x_b) = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} i(\lambda, x_b) d\lambda$$

★ Xem $x_a = 0$, đặt $\lambda_b = \lambda$ bất kỳ và $x_b = x$ bất kỳ, ta sẽ có biểu thức tính

$$\text{Năng lượng từ trường} \Rightarrow W_m(\lambda, x) = \int_0^{\lambda} i(\lambda, x) d\lambda$$

- Nếu tích phân theo đường B $W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} i(\lambda, x_a) d\lambda - \int_{x_a}^{x_b} f^e(\lambda_b, x) dx$

⇒ Vậy tích phân theo đường A để hơn

→ cần phải biết hàm f^e

BMTĐ-CNKTD-PVuong (TCBinh edited 2016)

43

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Phân tích lực dùng khái niệm năng lượng

Ta đã có : $dW_m = i d\lambda - f^e dx$ (*)

Cần tính lực f^e ?

Do W_m là hàm 2 biến λ và x : $W_m = W_m(\lambda, x)$; nên ta có vi phân dW_m

$$dW_m = \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x} dx \quad (**)$$

So sánh (*) và (**) ta được: $i = \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial \lambda}$

Lực có nguồn gốc từ điện: $f^e = - \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x}$ (Lực điện từ)

$$\text{Với: } W_m(\lambda, x) = \int_0^{\lambda} i(\lambda, x) d\lambda$$

Năng lượng từ trường $\Rightarrow W_m(\lambda, x) = \int_0^{\lambda} i(\lambda, x) d\lambda$

Vậy lực sinh ra bằng tốc độ biến thiên của năng lượng từ trường theo phương dịch chuyển

⇒ Đối với chuyển động quay ta chỉ cần thay biến x bằng θ và lực f^e bằng moment T^e

(Phương pháp này thuận lợi khi kích thích là nguồn áp)

BMTĐ-CNKTD-PVuong (TCBinh edited 2016)

44

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Phân tích lực dùng khái niệm năng lượng - Ví dụ

Mạch từ như hình vẽ (đã khảo sát ở slide trước): **Tính $f^e(\lambda, x)$ và $f^e(i, x)$**

Từ ví dụ ở slide trước đã tính được từ thông móc vòng:

$$\lambda = N\Phi = \frac{2wd\mu_0 N^2 i}{g+x} = \frac{2wd\mu_0 N^2}{g} \frac{i}{1+x/g} = \frac{L_0}{1+x/g} i$$

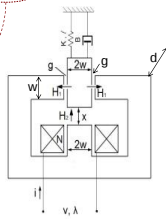
Cần tính $i(\lambda, x)$ để tính W_m : $\rightarrow i = \frac{\lambda}{L_0}(1+x/g)$

Đã biết biểu thức năng lượng từ trường dự trữ trong mạch từ:

$$W_m = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda = \int_0^\lambda \frac{\lambda}{L_0} (1+x/g) d\lambda = \frac{\lambda^2}{2L_0} (1+x/g)$$

$$\text{Tính } f^e: f^e(\lambda, x) = -\frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x} = -\frac{\lambda^2}{2L_0 g}$$

$$\text{Hoặc tính } f^e(i, x) \text{ theo } i: \begin{cases} \text{Do } \lambda = \frac{2wd\mu_0 N^2 i}{g+x} \\ \Rightarrow f^e(i, x) = -\frac{L_0^2 i^2}{2L_0 g (1+x/g)^2} = -\frac{1}{2} \frac{L_0 i^2}{g (1+x/g)^2} \end{cases}$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

45

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Chương 4:
GIẢI TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN-CƠ
DÙNG PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG

1. Giới thiệu
2. Hệ thống chuyển động thẳng.
3. Hệ thống chuyển động quay **$[\lambda] = [L][i]$**
4. Phân tích lực dùng khái niệm **năng lượng**
5. **Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng**
6. Khái niệm năng lượng và đồng năng lượng trong hệ thống đa cổng
7. Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng
8. Động học của hệ thống cơ thống số tập trung.
9. Mô hình không gian trạng thái
10. Phân tích dùng phương pháp số.

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

46

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng

+ Phân trước đã biết các bước tính lực dùng năng lượng:

- 1/ Giải mạch từ $\rightarrow \lambda = \lambda(i, x) \rightarrow i = i(\lambda, x)$
- 2/ Tính W_m $W_m = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda$
- 3/ Tính f^e $f^e = -\frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x}$

+ Phân này dùng đồng năng lượng sẽ tính được lực trực tiếp từ biểu thức **$\lambda = \lambda(i, x)$**

$$\text{Vi phân của tích } d(\lambda i) = i d\lambda + \lambda di \rightarrow i d\lambda = d(\lambda i) - \lambda di$$

$$\text{Phân trước đã có } dW_m = i d\lambda - f^e dx$$

$$\rightarrow dW_m = d(\lambda i) - \lambda di - f^e dx$$

$$\rightarrow d(\lambda i - W_m) = \lambda di + f^e dx$$

Đặt $W'_m = W_m(i, x) = \lambda i - W_m$ gọi là **đồng năng lượng**

$$\text{Do đó: } dW'_m = \lambda di + f^e dx$$

 W'_m là hàm của 2 biến i và x

47

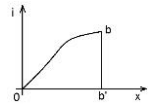
Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng.

$$dW'_m = \lambda di + f^e dx \quad (*)$$

Tương tự phản năng lượng, chọn điểm ban đầu tại gốc tọa độ (i, x) . Do $i=0 \rightarrow f^e=0$ Đồng năng lượng từ trường $\rightarrow$

$$W'_m(i, x) = \int_0^i \lambda(i, x) di$$



$$W'_m \text{ là hàm của 2 biến } i \text{ và } x \rightarrow dW'_m = \frac{\partial W'_m}{\partial i} di + \frac{\partial W'_m}{\partial x} dx \quad (**)$$

So sánh (*) và (**) ta được:

$$\lambda = \frac{\partial W'_m(i, x)}{\partial i}$$

Lực có nguồn gốc từ điện: $\rightarrow$ (Lực điện từ)

$$f^e = \frac{\partial W'_m(i, x)}{\partial x}$$

$$\text{Với: } W'_m(i, x) = \int_0^i \lambda(i, x) di$$

Vậy lực sinh ra cũng bằng tốc độ biến thiên của đồng năng lượng theo phương dịch chuyển

+ Đối với chuyển động quay ta chỉ cần thay biến x bằng θ và lực f^e bằng moment T^e

(Phương pháp này thuận lợi khi kích thích là nguồn dòng)

48

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Đồ thị mô tả năng lượng và đồng năng lượng

Đến đây ta đã tính được lực dùng năng lượng hoặc đồng năng lượng. Tùy theo hệ thống, chọn 1 trong 2 phương pháp thuận lợi hơn.

★ Xét hệ thống điện tuyến tính (L không phụ thuộc i)

$$W_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \int_0^i \frac{\lambda^2(i, x)}{L(x)} di = \frac{L^2(x) i^2}{2L(x)} = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

$$W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \int_0^i L(x) di = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

$$\Rightarrow W_m = W'_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \lambda i \quad (1/2 \text{ diện tích hình chữ nhật})$$

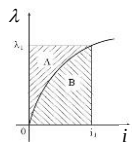
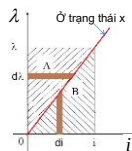
Trên đồ thị $\lambda(i)$ ta cũng có thể mô tả và tính được W_m và W'_m

$$W_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \text{Area A} = W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \text{Area B}$$

+ Vậy đối với hệ thống điện tuyến tính thì không cần phân biệt 2 phương pháp như nhau.

★ Xét hệ thống điện không tuyến tính (L phụ thuộc i)

$$\Rightarrow W_m \neq W'_m \text{ nhưng } W_m + W'_m = \lambda i$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

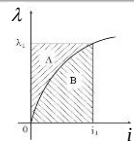
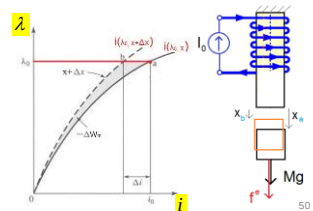
49

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Đồ thị mô tả năng lượng và đồng năng lượng

★ Xét hệ thống điện không tuyến tính (L phụ thuộc i)

$$\Rightarrow W_m \neq W'_m \text{ nhưng } W_m + W'_m = \lambda i$$

Khi hệ thống điện-cơ chuyển động thẳng từ x đến $x+\Delta x$ thì $\lambda(i)$ sẽ biến thiên theo đường cong từ điểm a tới b.Độ thay đổi năng lượng từ trường tỉ lệ với diện tích tam giác cong oab, sinh ra lực trung bình trong đoạn x là: $-\frac{\Delta W_m}{\Delta x}$ BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

50

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khai niệm năng lượng

Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng.

$$dW_m = id\lambda - f^e dx$$

Năng lượng từ trường →

$$W_m(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda$$

Lực có nguồn gốc từ điện: →
(Lực điện từ)

$$f^e = -\frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x}$$

• Nếu $\lambda = \text{const}$, nên tính lực dùng khái niệm năng lượng thuận lợi hơn.

$$dW'_m = \lambda di + f^e dx$$

Đồng năng lượng từ trường →

$$W'_m(i, x) = \int_0^i \lambda(i, x) di$$

Lực có nguồn gốc từ điện: →
(Lực điện từ)

$$f^e = \frac{\partial W'_m(i, x)}{\partial x}$$

• Nếu $i = \text{const}$, nên tính lực dùng khái niệm đồng năng lượng thuận lợi hơn.BMTBĐ-CSKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

52

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khai niệm năng lượng

Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng – Ví dụ

Mạch từ như hình vẽ có tiết diện đều là A, chiều dài của đường sức từ trong lõi thép là l_c , khe hở không khí x, độ từ thẩm của lõi thép có giá trị là μ . Cho dòng điện i chạy qua cuộn dây N vòng. Tính lực f^e

→ Tính f^e dùng mạch từ tương đương (MTTD).

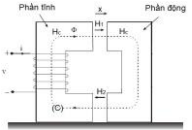
$$\text{Từ trở mạch từ: } R_c = \frac{l_c}{\mu A}, \quad R_g = \frac{2x}{\mu_0 A}$$

$$\Phi = \frac{Ni}{R_c + R_g} = \frac{Ni}{\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A}} = \frac{Ni}{R(x)} \quad \text{với } R(x) = \frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \quad \text{Là từ trở toàn mạch từ}$$

$$\star \text{ Từ thông móc vòng } \lambda = N\Phi = \frac{N^2 i}{R(x)}$$

$$\star \text{ Đồng năng lượng từ trường của mạch từ: } W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \frac{N^2 i^2}{2R(x)}$$

$$\star \text{ Lực: } f^e = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = \frac{N^2 i^2}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{R(x)} \right) = -\frac{N^2 i^2}{\mu_0 A \left(\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)^2}$$



53

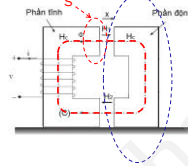
Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khai niệm năng lượng

Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng – Ví dụ

→ Tính f^e dùng các định luật điện từ.

- Định luật toàn phần dòng điện (Ampere) trên đường cong (C): $H_c l_c + H_g x + H_g x = Ni$ (1)
- Định luật Gauss trên bề mặt kín bao quanh phần động: $\mu_0 H_g A = \mu_0 H_c A \rightarrow H_g = H_c$ (2)
- Định luật Gauss trên bề mặt S bao quanh bề mặt từ cực: $\mu H_g A = \mu_0 H_c A \rightarrow H_g = \frac{\mu_0}{\mu} H_c$ (3)
- (1) và (2) → $H_c l_c + 2H_g x = Ni$ (4)
- So sánh (3) và (4) tính được H_c : $H_c = \frac{Ni}{\frac{\mu_0}{\mu} l_c + 2x}$
- Từ thông móc vòng qua cuộn dây: $\lambda = N\Phi = N\mu_0 H_c A = N\mu_0 \frac{Ni}{\frac{\mu_0}{\mu} l_c + 2x} A = \frac{l_c + 2x}{\mu A + \mu_0 A}$

→ Đồng năng lượng và lực có biểu thức như phương pháp dùng mạch từ tương đương

BMTBĐ-CSKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

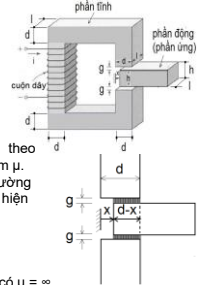
54

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khai niệm năng lượng

Bài tập (Hệ thống điện cơ chuyển động thẳng – Một cuộn dây)

Mạch từ (role điện cơ) như hình vẽ:

- g: khe hở không khí
 - (g nhỏ hơn nhiều so với bề cao phản ứng h)
 - d: bề ngang của mạch từ;
 - l: bề dày của mạch từ
 - l_c : chiều dài trung bình của phần tĩnh mạch từ
 - x: độ dịch chuyển của phần ứng;
 - N: số vòng dây
 - i: dòng điện trong cuộn dây.
- Phần tĩnh (có tiết diện đồng đều) và phần động (di chuyển theo phương nằm ngang) làm bằng vật liệu sắt từ có độ từ thẩm μ . Bỏ qua hiện tượng từ tán, lưu ý rằng đường đi của các đường sức từ trong khoảng giữa 2 cực từ và phản ứng được thể hiện trong hình vẽ
- Tính theo các thông số của mạch từ và cuộn dây:
- Từ trở của mạch từ
 - Từ cảm L của cuộn dây
 - Điện áp cảm ứng trên cuộn dây cho trường hợp sắt từ có $\mu = \infty$
 - Đồng năng lượng (co-energy) tích trữ trong từ trường W'_m theo (i, x).
 - Lực từ f^e tác dụng lên phần ứng, cho trường hợp sắt từ có $\mu = \infty$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

55

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khai niệm năng lượng

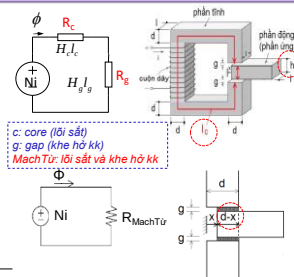
Bài tập (Hệ thống điện cơ chuyển động thẳng – Một cuộn dây)

- Từ trở lõi sắt: $R_c = \frac{1}{\mu} \frac{l_c}{d} h$
- Từ trở khe hở kk: $R_g = \frac{1}{\mu_0} \frac{2g}{A_g}$
Tiết diện khe hở kk: $A_g = l(d-x)$
 $R_g = \frac{1}{\mu_0} \frac{2g}{l(d-x)}$
- Từ trở toàn bộ mạch từ: $R_{MachTu} = \frac{1}{\mu} \frac{l_c}{d} h + \frac{1}{\mu_0} \frac{2g}{l(d-x)}$

b) Tự cảm L của cuộn dây

$$L(x) = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N}{i} \left(\frac{Ni}{R_{MachTu}} \right) = \frac{N^2}{R_{MachTu}}$$

$$L(x) = \frac{N^2}{R_{MachTu}} = \frac{N^2}{\frac{1}{\mu} \frac{l_c}{d} h + \frac{1}{\mu_0} \frac{2g}{l(d-x)}}$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

56

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khai niệm năng lượng

Bài tập (Hệ thống điện cơ chuyển động thẳng – Một cuộn dây)

b) Tự cảm L của cuộn dây

$$L(x) = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N}{i} \left(\frac{Ni}{R_{MachTu}} \right) = \frac{N^2}{R_{MachTu}}$$

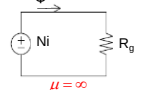
$$L(x) = \frac{N^2}{R_{MachTu}} = \frac{N^2}{\frac{1}{\mu} \frac{l_c}{d} h + \frac{1}{\mu_0} \frac{2g}{l(d-x)}}$$

c) Điện áp cảm ứng trên cuộn dây cho trường hợp sắt từ có $\mu = \infty$

$$\mu = \infty \rightarrow L(x) = \frac{N^2}{R_g} = \frac{N^2}{\frac{1}{\mu_0} \frac{2g}{l(d-x)}} = \frac{\mu_0 N^2 l (d-x)}{2g}$$

$$v = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} = L \frac{di}{dt} + i \left(\frac{dL}{dx} \right) \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{\mu_0 N^2 l (d-x)}{2g} \frac{di}{dt} - i \frac{\mu_0 N^2 l}{2g} \frac{dx}{dt}$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Lang
(TCBinh edited 2016)

57

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động tĩnh điện cơ động tĩnh

Bài tập (Hệ thống điện-cơ chuyển động thẳng - Một cuộn dây)

- d) Đồng năng lượng (co-energy) tích trữ trong từ trường W'_m theo (i, x) , khi μ hữu hạn (có tính đến từ trở sắt từ)

$$W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \int_0^i L(x) i di = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{N^2}{\frac{1}{\mu} \frac{l}{d} + h} i^2 = \frac{1}{2} \frac{2g}{\mu_0 l(d-x)} i^2$$

$$L(x) = \frac{1}{\frac{1}{\mu} \frac{l}{d} + h} \frac{N^2}{\mu_0 l(d-x)}$$

- ◆ Đồng năng lượng từ trường W'_m theo (i, x) , cho trường hợp sắt từ có $(\mu = \infty)$

$$W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \int_0^i L(x) i di = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

$$W'_m = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 l}{2g} i^2 = \frac{\mu_0 l}{4g} (Ni)^2$$

- e) Lực từ tác dụng lên phần ứng, cho trường hợp sắt từ có $\mu = \infty$

$$f^e = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = -\frac{\mu_0 l}{4g} (Ni)^2$$

BMTBĐ-CBKTD-PV/Lung
(TCBinh edited 2016)

58

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động tĩnh điện cơ động tĩnh

Bài tập

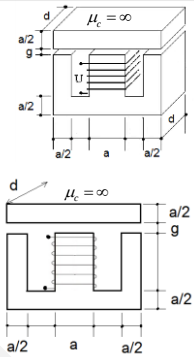
Mạch từ như hình vẽ, phần tĩnh có dây quấn được gắn cố định, phần động có thể di chuyển theo phương đứng. Bỏ qua từ thông rò tản và từ trở của lõi sắt ($\mu_c = \infty$)

Khi có dòng điện 2A chạy qua cuộn dây

- a) Tính từ thông móc vòng
b) Tính đồng năng lượng của hệ và lực điện từ sinh ra

$$a = 20\text{mm}, d = 30\text{mm}$$

$$g = 2\text{mm}, N = 1000 \text{ vòng}$$



60

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động tĩnh điện cơ động tĩnh

Bài tập

- a. Từ trở khe hở kk:

$$R_2 = \frac{1}{\mu_0} \frac{g}{ad}$$

$$R_1 = \frac{1}{\mu_0} \frac{g}{a(d/2)} = R_3 = 2R_2$$

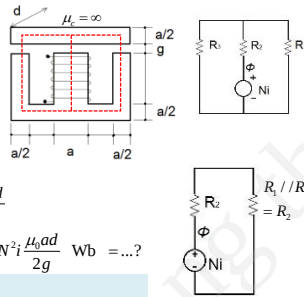
Từ trở tổng các khe hở kk:

$$R_g = 2R_2 = \frac{2g}{\mu_0 ad}$$

Từ thông: $\Phi = \frac{Ni}{R_g} = Ni \frac{\mu_0 ad}{2g}$

Từ thông móc vòng: $\lambda = N\Phi = N^2 i \frac{\mu_0 ad}{2g}$ Wb = ...?

Với: $a = 20\text{mm}, d = 30\text{mm}$
 $g = 2\text{mm}, \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \rightarrow \lambda = \dots \text{ Wb}$
 $N = 1000 \text{ vòng}, i = 2\text{A}$

BMTBĐ-CBKTD-PV/Lung
(TCBinh edited 2016)

61

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động tĩnh điện cơ động tĩnh

Bài tập

b. Đồng năng lượng: $W'_m = \int_0^i \lambda di = N^2 \frac{i^2}{2} \frac{\mu_0 ad}{2g} = \dots?$

Với: $a = 0,02\text{m}, d = 0,03\text{m}, g = 0,002\text{m}, \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}, N = 1000 \text{ vòng}, i = 2\text{A} \rightarrow W'_m = \dots \text{ J}$

Lực điện từ: $f^e = \frac{\partial W'_m}{\partial g} = -\frac{N^2 i^2 \mu_0 ad}{4g^2}$
 $\rightarrow f^e = -\frac{1000^2 \cdot 3^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (0,02)(0,03)}{4(0,002)^2} = -424 \text{ N}$

Lực điện từ luôn mang giá trị âm, do đó luôn tác dụng theo chiều ngược với chiều của biến cơ học g, tức là kéo phần di động về phía phần đứng yên.

$$\lambda = N\Phi = N^2 i \frac{\mu_0 ad}{2g} \text{ Wb}$$

BMTBĐ-CBKTD-PV/Lung
(TCBinh edited 2016)

62

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động tĩnh điện cơ động tĩnh

Bài tập (Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Một cuộn dây)

Mạch từ như hình vẽ có: rotor quay bán kính $r = 40\text{mm}$, bề dày (bề sâu vào trang giấy) $h = 50\text{mm}$, khe hở $g = 4\text{mm}$, tiết diện khe hở kk $A_g = h(r + 0,5g)\theta$
 $N = 2000 \text{ vòng}$. Bỏ qua từ trở của lõi sắt ($\mu_{\text{lõi sắt}} = \infty$) và từ thông rò tản

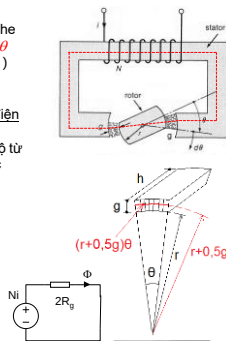
1. Tự cảm L của cuộn dây
2. Khi dòng điện vào cuộn dây 1,5A, tính moment điện từ tác động lên rotor và từ cảm ở khe hở kk
3. Để tránh bão hòa mạch từ, giá trị lớn nhất mật độ từ thông qua khe hở kk được giới hạn là 1,5T. Xác định moment điện từ lớn nhất của cơ cấu

1. Tự cảm L của cuộn dây:

$$L(\theta) = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N}{i} \left(\frac{Ni}{2R_g} \right) = \frac{N^2}{2R_g}$$

Từ trở 1 khe hở kk: $R_g = \frac{1}{\mu_0} \frac{g}{A_g}$

Tiết diện khe hở kk: $A_g = h(r + 0,5g)\theta$



63

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động tĩnh điện cơ động tĩnh

Bài tập (Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Một cuộn dây)

1. Tự cảm L của cuộn dây:

$$L(\theta) = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N}{i} \left(\frac{Ni}{2R_g} \right) = \frac{N^2}{2R_g}$$

Từ trở 1 khe hở kk: $R_g = \frac{1}{\mu_0} \frac{g}{A_g}$

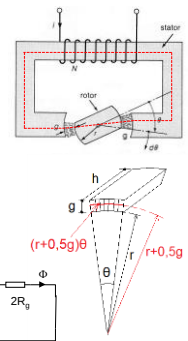
Tiết diện khe hở kk: $A_g = h(r + 0,5g)\theta$

$$L(\theta) = \frac{N^2}{2R_g} = \frac{N^2 \mu_0 h(r + 0,5g)\theta}{2g}$$

$$L(\theta) = 2000^2 \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (0,05)(0,04 + 0,02)}{2(0,04)} = 1,32\theta$$

- ◆ Từ thông móc vòng qua cuộn dây:

$$\lambda = L(\theta)i = N^2 \frac{\mu_0 h(r + 0,5g)\theta}{2g} i$$



64

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bài tập (Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Một cuộn dây)

2. Từ thông móc vòng qua cuộn dây: $\lambda = L(\theta)i = N^2 \frac{\mu_0 h(r+0,5g)}{2g} \theta i$

Đồng năng lượng tích trữ trong mạch từ (trong khe hở kk)

$$W_m' = \int_0^i \lambda(i, \theta) di = \int_0^i L(\theta) i di = \frac{1}{2} L(\theta) i^2$$

$$W_m' = \int_0^i \lambda(i, \theta) di = N^2 \frac{\mu_0 h(r+0,5g)}{2g} \frac{\theta i^2}{2}$$

- Moment điện từ tác động lên rotor khi dòng điện qua cuộn dây 1,5A:

$$T^e = \frac{\partial W_m'}{\partial \theta} = \frac{\mu_0 h(r+0,5g)}{4g} (Ni)^2$$

$$T^e = \frac{\partial W_m'}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\theta} i^2 = \frac{1}{2} 1,32 (1,5)^2 = 1,485 Nm$$

- Mật độ từ thông ở khe hở kk khi dòng điện qua cuộn dây 1,5A:

$$B = \mu_0 H_g = \mu_0 \frac{Ni}{2g} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{2000(1,5)}{2(0,004)} = 0,47 T$$



$$Ni = 2H_g g$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

65

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bài tập (Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Một cuộn dây)

3.

Dòng điện qua cuộn dây tương ứng với mật độ từ thông ở khe hở kk $B_{gmax} = 1,5 \text{ Wb/m}^2$.

$$i_{max} = \frac{B_{gmax} (2g)}{\mu_0 N} = \frac{(1,5) 2(0,004)}{4\pi \cdot 10^{-7} 2000} = 4,47 A$$

Moment điện từ lớn nhất của cơ cấu: (từ cảm khe hở kk được giới hạn là 1,5T)

$$T_{max}^e = \frac{1}{2} i_{max}^2 \frac{dL}{d\theta} = \frac{(4,77)^2}{2} 1,32 = 15,02 Nm$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

66

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bài tập (Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Một cuộn dây)

Cách khác: Tính moment?

Đồng năng lượng tích trữ trong từ trường 2 khe hở không khí:

$$W_g' = w_g' V_g = \frac{1}{2} B_g H_g V_g = \frac{1}{2} \mu_0 H_g^2 V_g$$

Mật độ đồng năng lượng tích trữ trong từ trường:

$$w_g' = \frac{1}{2} B_g H_g = \frac{1}{2} \mu_0 H_g^2 \quad [J/m^3]$$

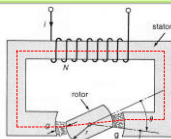
Thể tích 2 khe không khí: $V_g = 2gA_g = 2gh(r_1 + 0,5g)\theta$

Theo định luật Ampere: $Ni = \sum_{i=1}^n H_i l_i \rightarrow H_g = \frac{Ni}{2g}$

$$W_g' = \left(\frac{\mu_0 H_g^2}{2} \right) (2gh(r_1 + 0,5g)\theta) = \frac{\mu_0 (Ni)^2 h(r_1 + 0,5g)}{4g} \theta$$

Moment điện từ tác động lên rotor:

$$T^e = \frac{\partial W_g'}{\partial \theta} = \frac{\mu_0 h(r_1 + 0,5g)}{4g} (Ni)^2$$



BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

67

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bài tập (Hệ thống điện-cơ chuyển động quay - Hai cuộn dây)

Một mạch từ có 2 nguồn kích thích.

Các giá trị điện cảm:

$$L_{11} = (3 + \cos 2\theta) 10^{-3} \text{ [H]}$$

$$L_{12} = 0,1 \cos \theta \text{ [H]}$$

$$L_{22} = 30 + 10 \cos 2\theta \text{ [H]}$$

Tính moment T^e với giá trị $i_1 = 1A, i_2 = 0,01A$

Sử dụng khái niệm đồng năng lượng: $W_m(i_1, i_2, x) = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + L_{12} i_1 i_2$

Suy ra moment: $T^e = \frac{\partial W_m}{\partial \theta} = -0,1 i_1 i_2 \sin \theta = -10 i_1^2 \sin 2\theta$

Với giá trị $i_1 = 1A, i_2 = 0,01A$ Moment có giá trị: $T^e = -2 \cdot 10^{-3} \sin 2\theta - 10^{-3} \sin \theta \text{ [Nm]}$

Nhận xét: Moment T^e có 2 thành phần

- Thành phần đầu tỉ lệ với $i_1 \cdot i_2$ và $\sin \theta$ tương ứng với moment do tương tác của dòng stator và rotor có khuynh hướng làm thẳng hàng trục từ rotor với stator nhằm làm hệ thống có đồng năng lượng cực đại
- Thành phần thứ 2 tỉ lệ với bình phương của từng dòng điện i_1, i_2 và $\sin 2\theta$ tương ứng với moment của hệ 1 nguồn kích thích cũng có khuynh hướng làm cực đại đồng năng lượng. Do chu kỳ là 180° , thành phần này gọi là moment phản kháng

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

70

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Chương 4: GIẢI TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN-CƠ DÙNG PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG

- Giới thiệu
- Hệ thống chuyển động thẳng.
- Hệ thống chuyển động quay
- Phân tích lực dùng khái niệm năng lượng
- Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng
- Khái niệm năng lượng và đồng năng lượng trong hệ thống đa công
- Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng
- Động học của hệ thống cơ thông số tập trung.
- Mô hình không gian trạng thái
- Phân tích dùng phương pháp số.

$$[\lambda] = [L][i]$$

$$W_m, W_m' \Rightarrow f^e \text{ (hoặc } T^e \text{)}$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Luong
(TCBinh edited 2016)

76

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Tóm tắt nội dung đã trình bày

Định luật bảo toàn năng lượng

có tổn hao ???

→ Hệ thống 2 cửa không tổn hao, trong khoảng thời gian dt

$$\begin{aligned} \text{Năng lượng nhận từ nguồn điện} &= \text{Năng lượng cơ} + \text{Năng lượng từ trường dự trữ} \\ v i dt &= f^e dx + dW_m \end{aligned}$$

• Năng lượng từ trường W_m :

$$dW_m = i d\lambda - f^e dx \Rightarrow W_m(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda \Rightarrow f^e = -\frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x}$$

• Đồng năng lượng từ trường W_m' :

$$dW_m' = \lambda di + f^e dx \Rightarrow W_m'(i, x) = \int_0^i \lambda(i, x) di \Rightarrow f^e = \frac{\partial W_m'(i, x)}{\partial x}$$

→ Hệ thống đa cửa

$$W_m = \int_0^{i_1} \lambda_1(i_1, 0, \dots, 0, x_1, x_2, \dots, x_M) di_1 + \int_0^{i_2} \lambda_2 di_2 + \dots + \int_0^{i_N} \lambda_N di_N$$

Có N cửa điện

M cửa cơ

77

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

- ♦ Năng lượng từ trường W_m .

$$dW_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 + \dots + i_n d\lambda_n - f^e dx$$

$$dW_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 + \dots + i_n d\lambda_n - f_1^e dx_1 - f_2^e dx_2 - \dots - f_k^e dx_k$$

- ♦ Đồng năng lượng từ trường W'_m .

$$dW'_m = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + \dots + \lambda_n di_n + f^e dx$$

$$dW'_m = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + \dots + \lambda_n di_n + f_1^e dx_1 + f_2^e dx_2 + \dots + f_M^e dx_M$$

- ♦ Hệ thống đa cửa

$$W_m = \int_0^{i_1} \lambda_1(i_1, 0, \dots, 0, x_1, x_2, \dots, x_M) di_1 + \int_0^{i_2} \lambda_2 di_2 + \dots + \int_0^{i_N} \lambda_N di_N$$

Có N cửa điện

$$f_i^e = \frac{\partial W'_m}{\partial x_i} \quad i = 1, \dots, M$$

M cửa cơ

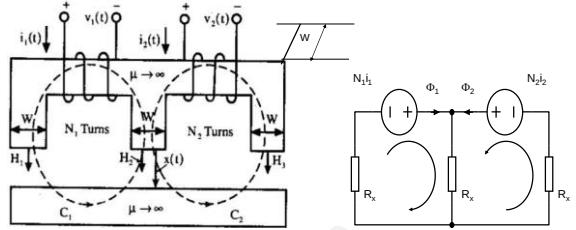
BMTBĐ-CKTKĐ-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

78

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Năng lượng và đồng năng lượng trong hệ thống đa cổng

Mạch từ như hình vẽ có bề dày w , $\mu_{\text{gỗ}} \text{ thép} = \infty$, phần mạch từ phía dưới chuyển động thẳng x(t). Tìm từ thông móc vòng λ_1, λ_2 theo i_1, i_2 , và x. Tính lực hút theo **năng lượng** và **đồng năng lượng**?



Mạch từ tương đương

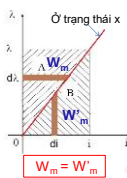
BMTBĐ-CKTKĐ-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

79

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

$$\lambda = L i$$

$$\lambda(i, x)$$



- ♦ Hệ thống 2 cửa **tuyến tính**:

$$\lambda(i, x) = L(x) i$$

- ♦ Hệ thống 2 cửa điện 1 cửa cơ

$$\lambda_1 = L \quad i_1 + L \quad i_2$$

$$\lambda_2 = L \quad i_1 + L \quad i_2$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11}(x) & L_{12}(x) \\ L_{21}(x) & L_{22}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [\lambda] = [L][i]$$

- ♦ Hệ thống đa cửa:

$$[\lambda] = [L][i]$$

Tương tự, với chuyển động quay chỉ cần thay biến x bằng θ và lực f^e bằng moment T^e

Trường hợp đặc biệt:

Các tự cảm L_{ij} bằng hằng số không phụ thuộc dòng điện và trạng thái cơ học (x hoặc θ)

BMTBĐ-CKTKĐ-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

80

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

$$\text{Năng lượng từ trường: } W_m(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda$$

Năng lượng tích trữ trong một cuộn dây

$$W = \frac{1}{2} L i^2$$

Đơn vị: Joule

Năng lượng tích trữ trong hai cuộn dây ghép hồ cảm:

$$W = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2$$

Dấu cộng: khi cả hai dòng điện cùng đi vào hay đi ra khỏi cực tính. (Thuận cực tính)

Dấu trừ: khi có một dòng điện đi vào và một dòng điện đi ra khỏi cực tính. (Ngược cực tính)

Năng lượng từ trường tích trữ trong thể tích V khi từ trường phân bố đều

$$W_m = w_m V$$

Nếu mạch từ tuyến tính:

Mật độ năng lượng $w_m = w'_m$ mật độ đồng năng lượng

$$w_m = w'_m = \frac{1}{2} B H$$

BMTBĐ-CKTKĐ-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

81

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Chương 4: GIẢI TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN-CƠ DÙNG PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG

1. Giới thiệu
2. Hệ thống chuyển động thẳng.
3. Hệ thống chuyển động quay

$$[\lambda] = [L][i]$$

4. Phân tích lực dùng khái niệm năng lượng
5. Phân tích lực dùng khái niệm đồng năng lượng
6. Khái niệm năng lượng và đồng năng lượng trong hệ thống đa cổng

$$W_m, W'_m \Rightarrow f^e \text{ (hoặc } T^e \text{)}$$

7. Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng

8. Động học của hệ thống cơ thông số tập trung.
9. Mô hình không gian trạng thái
10. Phân tích dùng phương pháp số.

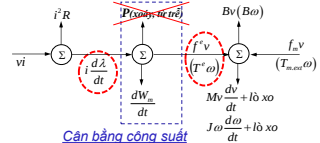
BMTBĐ-CKTKĐ-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

82

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng

- Lưu ý: **Tổn hao điện và tổn hao cơ** nằm ngoài bộ phận kết nối (coupling) của hệ thống điện cơ



Cân bằng công suất

Nếu bỏ qua tổn hao từ trường ta có sơ đồ đơn giản hơn

- Do sự bảo toàn năng lượng ta có:

$$\frac{dW_m}{dt} = i \frac{d\lambda}{dt} - f^e \frac{dx}{dt}$$

$$\rightarrow dW_m = i d\lambda - f^e dx$$

BMTBĐ-CKTKĐ-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

85

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng

★ Sự biến đổi năng lượng giữa 2 điểm làm việc a, b (2 trạng thái cơ học)

Trong mặt phẳng λ - i , tính độ thay đổi năng lượng khi đi từ điểm **a** đến điểm **b**:

$$dW_m = i(\lambda, x)d\lambda + (-f^e(\lambda, x)dx)$$

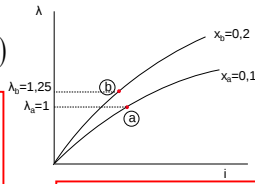
Tích phân 2 vế:

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} id\lambda + \left[- \int_{x_a}^{x_b} f^e dx \right]$$

$$\Delta W_m|_{a \rightarrow b} = EFE|_{a \rightarrow b} + EFM|_{a \rightarrow b}$$

EFE (energy from electrical) năng lượng từ điện
EFM (energy from mechanical) năng lượng từ cơ

Từ **a** đến **b**, với các đường đi khác nhau sẽ cho kết quả **EFE** khác nhau. Nên xác định phương trình $i(\lambda)$ khi tính EFE. Có thể tính **EFM** = $\Delta W - \text{EFE}$.

BMTBĐ-CBKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

$$EFE|_{a \rightarrow b} = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} id\lambda$$

$$EFM|_{a \rightarrow b} = - \int_{x_a}^{x_b} f^e dx$$

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng

★ Sự biến đổi năng lượng giữa 2 điểm làm việc a, b (2 trạng thái cơ học)

Trong mặt phẳng λ - i , tính độ thay đổi năng lượng khi đi từ điểm **a** đến điểm **b**:

$$dW_m = i(\lambda, x)d\lambda + (-f^e(\lambda, x)dx)$$

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} id\lambda + \left[- \int_{x_a}^{x_b} f^e dx \right]$$

$$\Delta W_m|_{a \rightarrow b} = EFE|_{a \rightarrow b} + EFM|_{a \rightarrow b}$$

EFE (energy from electrical) năng lượng từ điện
EFM (energy from mechanical) năng lượng từ cơ

Từ **a** đến **b**, với các đường đi khác nhau sẽ cho kết quả **EFE** khác nhau. Nên xác định phương trình $i(\lambda)$ khi tính EFE. Có thể tính **EFM** = $\Delta W - \text{EFE}$.

BMTBĐ-CBKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

$$EFE|_{a \rightarrow b} = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} id\lambda$$

$$EFM|_{a \rightarrow b} = - \int_{x_a}^{x_b} f^e dx$$

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng - Ví dụ

Tính thêm ví dụ 4.15-4.16: Cho hệ điện cơ có quan hệ λ - x như hình sau:

Trong đó: $\lambda = \frac{L_0 i}{(1 + \frac{x}{a})} = \frac{2i}{(1 + \frac{x}{3})}$ $L_0=2$
 $a=3$

- a) Tính ΔW_m từ A $\rightarrow$ C?
 b) Tính EFE và EFM từ A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C?
 c) Tính EFE và EFM từ A $\rightarrow$ D $\rightarrow$ C?
 d) Tính EFE và EFM chu kỳ ABCDA?

a) Tính ΔW_m từ A $\rightarrow$ C:

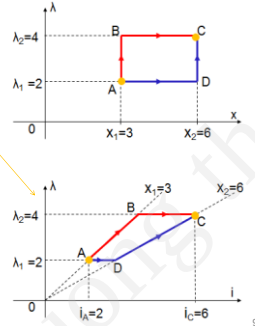
$$\Delta W_{mAC} = W_{mC} - W_{mA}$$

$$= \frac{1}{2} \lambda_C i_C - \frac{1}{2} \lambda_A i_A$$

$$\Delta W_{mAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot i_C - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot i_A$$

Với: $\lambda = \frac{2i}{(1 + \frac{x}{3})}$ thì: $i_A = 2A$, và $i_C = 6A$.

$$\Delta W_{mAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 10 \text{ Joule}$$

BMTBĐ-CBKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

90

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng - Ví dụ

b) Tính EFE và EFM từ A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C?

i) Tính **EFM** từ A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C:

Với: $\lambda = \frac{L_0 i}{(1 + \frac{x}{a})} = \frac{2i}{(1 + \frac{x}{3})} \Rightarrow i = \frac{(1 + \frac{x}{a})}{L_0} \lambda = \frac{(3+x)}{6} \lambda$

$$W_m = \int_0^\lambda id\lambda = \int_0^\lambda \left(\frac{(1 + \frac{x}{a})}{L_0} \lambda \right) d\lambda = \frac{(1 + \frac{x}{a})}{L_0} \frac{\lambda^2}{2}$$

$$\Rightarrow f^e = - \frac{\partial W_m}{\partial x} = - \frac{1}{a L_0} \frac{\lambda^2}{2} = - \frac{\lambda^2}{12}$$

$$EFM_{ABC} = \int_{x_A}^{x_B} (-f^e) dx + \int_{x_B}^{x_C} (-f^e) dx$$

Mà từ A $\rightarrow$ B, $x=3=\text{const}$ nên $dx=0$, và từ B $\rightarrow$ C thì $\lambda=4$.

$$EFM_{ABC} = \int_{x_B}^{x_C} \left(\frac{\lambda^2}{12} \right) dx = \int_3^6 \left(\frac{4^2}{12} \right) dx = \frac{16}{12} x \Big|_3^6 = 8 - 4 = 4 \text{ Joule}$$

BMTBĐ-CBKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

91

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng - Ví dụ

Tính thêm ví dụ 4.15-4.16: Cho hệ điện cơ có quan hệ λ - x như hình sau:

Trong đó: $\lambda = \frac{L_0 i}{(1 + \frac{x}{a})} = \frac{2i}{(1 + \frac{x}{3})}$ $L_0=2$
 $a=3$

- a) Tính ΔW_m từ A $\rightarrow$ C?
 b) Tính EFE và EFM từ A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C?
 c) Tính EFE và EFM từ A $\rightarrow$ D $\rightarrow$ C?
 d) Tính EFE và EFM chu kỳ ABCDA?

a) Tính ΔW_m từ A $\rightarrow$ C:

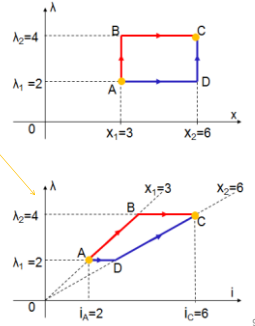
$$\Delta W_{mAC} = W_{mC} - W_{mA}$$

$$= \frac{1}{2} \lambda_C i_C - \frac{1}{2} \lambda_A i_A$$

$$\Delta W_{mAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot i_C - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot i_A$$

Với: $\lambda = \frac{2i}{(1 + \frac{x}{3})}$ thì: $i_A = 2A$, và $i_C = 6A$.

$$\Delta W_{mAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 10 \text{ Joule}$$

BMTBĐ-CBKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

92

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng - Ví dụ

b) Tính EFE và EFM từ A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C?

ii) Tính **EFE** từ A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C:

Với: $\lambda = \frac{L_0 i}{(1 + \frac{x}{a})} = \frac{2i}{(1 + \frac{x}{3})} \Rightarrow i = \frac{(1 + \frac{x}{a})}{L_0} \lambda = \frac{(3+x)}{6} \lambda$

$$EFE_{ABC} = \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} id\lambda + \int_{\lambda_B}^{\lambda_C} id\lambda$$

Mà từ B $\rightarrow$ C, $\lambda=4=\text{const}$ nên $d\lambda=0$ và từ A $\rightarrow$ B thì $x=3$.

$$EFE_{ABC} = \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \left(\frac{(3+x)}{6} \lambda \right) d\lambda = \int_2^4 \left(\frac{(3+3)}{6} \lambda \right) d\lambda = \frac{\lambda^2}{2} \Big|_2^4 = 8 - 2 = 6 \text{ Joule}$$

Cũng có thể tính EFE theo:

$$\Delta W_{mAC} = EFE_{ABC} + EFM_{ABC}$$

$$\Rightarrow EFE_{ABC} = \Delta W_{mAC} - EFM_{ABC} = 10 - 4 = 6 \text{ Joule}$$

BMTBĐ-CBKTD-PVLong
(TCBinh edited 2016)

93

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng - Ví dụ

c) Tính EFE và EFM từ A→D→C?

i) Tính EFM từ A→D→C:

$$EFM_{ADC} = \int_{x_A}^{x_D} (-f^e) dx + \int_{x_D}^{x_C} (-f^e) dx$$

Mà từ D→C, x=6=const nên dx=0, và từ A→D thì λ=2.

$$EFM_{ADC} = \int_{x_A}^{x_D} \left(\frac{\lambda^2}{12}\right) dx = \int_3^6 \left(\frac{2^2}{12}\right) dx = \frac{4}{12} x \Big|_3^6 = 2 - 1 = 1 \text{ Joule}$$

ii) Tính EFE từ A→D→C:

$$EFE_{ADC} = \int_{\lambda_A}^{\lambda_D} id\lambda + \int_{\lambda_D}^{\lambda_C} id\lambda$$

Mà từ A→D, λ=2=const nên dλ=0 và từ D→C thì x=6.

$$EFE_{ADC} = \int_{\lambda_A}^{\lambda_C} \left(\frac{(3+x)}{6}\lambda\right) d\lambda = \int_2^4 \left(\frac{(3+6)}{6}\lambda\right) d\lambda = \frac{3}{2} \frac{\lambda^2}{2} \Big|_2^4 = 12 - 3 = 9 \text{ J}$$

Hay tính theo bảo toàn năng lượng: $EFE_{ABC} = \Delta W_{MAC} - EFM_{ABC} = 10 - 1 = 9 \text{ J}$

BMTBĐ-CBKTĐ-PưLưng
(TCBinh edited 2016)

94
Q4

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng - Ví dụ

d) Tính EFE và EFM chu kỳ ABCDA?

i) Tính EFM từ A→B→C→D→A:

$$EFM_{ABCD} = \int_{x_A}^{x_B} (-f^e) dx + \int_{x_B}^{x_C} (-f^e) dx + \int_{x_C}^{x_D} (-f^e) dx + \int_{x_D}^{x_A} (-f^e) dx$$

Mà từ A→B, x=3=const nên dx=0, từ B→C thì λ_{BC}=4.

và từ C→D, x=6=const nên dx=0, từ D→A thì λ_{DA}=2.

$$\begin{aligned} EFM_{ABCD} &= \int_{x_B}^{x_C} \left(\frac{\lambda_{BC}^2}{12}\right) dx + \int_{x_D}^{x_A} \left(\frac{\lambda_{DA}^2}{12}\right) dx \\ &= \int_3^6 \left(\frac{4^2}{12}\right) dx + \int_6^3 \left(\frac{2^2}{12}\right) dx = \frac{16}{12} x \Big|_3^6 + \frac{4}{12} x \Big|_6^3 \\ &= 8 - 4 + 1 - 2 = 3 \text{ joule} > 0: \text{ Máy phát điện} \end{aligned}$$

ii) Tính EFE từ A→B→C→D→A:

$$EFE_{ABCD} = \Delta W_{MAA} - EFM_{ABCD} = 0 - 3 = -3 \text{ Joule} < 0$$

BMTBĐ-CBKTĐ-PưLưng
(TCBinh edited 2016)

95
Q4

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng

★ Sự biến đổi năng lượng trong một chu kỳ

Khi kết thúc mỗi chu kỳ, hệ thống trở lại trạng thái ban đầu

Theo sơ đồ cân bằng năng lượng:

$$dW_m = id\lambda - f^e dx$$

Tích phân trong 1 chu kỳ:

$$0 = \oint id\lambda - \oint f^e dx = \oint id\lambda + \left(-\oint f^e dx\right)$$

$$\oint EFE + \oint EFM = 0$$

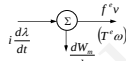
Ký hiệu khác: $EFE|_{\text{cycle}} + EFM|_{\text{cycle}} = 0$

Tính EFE và EFM trong một chu kỳ.

◆ Nếu EFE>0 hay EFM<0: hệ thống hoạt động như một động cơ (nhận công suất điện và phát ra cơ năng)

◆ Ngược lại, nếu EFE<0 hay EFM>0: hệ thống hoạt động như một máy phát điện (nhận cơ năng và phát ra điện năng)

Khái niệm EFM hữu ích khi nghiên cứu sự bảo toàn năng lượng trong thiết bị hoạt động có chu kỳ



Sơ đồ cân bằng năng lượng khi bỏ qua tổn hao từ trường

BMTBĐ-CBKTĐ-PưLưng
(TCBinh edited 2016)

96

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Chương 4: GIẢI TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN-CƠ DÙNG PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG

1. Giới thiệu
2. Hệ thống chuyển động thẳng.
3. Hệ thống chuyển động quay
4. Phân tích lực dùng khái niệm năng lượng
5. Phân tích lực dùng khái niệm động năng lượng
6. Khái niệm năng lượng và động năng lượng trong hệ thống đa công
7. Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng
8. Động học của hệ thống cơ thông số tập trung.
9. Mô hình không gian trạng thái
10. Phân tích dùng phương pháp số.

$$[\lambda] = [L][i]$$

$$W_m, W_m' \Rightarrow f^e \text{ (hoặc } T^r)$$

★ Trước khi mô tả đầy đủ hệ thống điện cơ bằng các phương trình liên hệ cả điện và cơ, dưới dạng hệ phương trình vi phân bậc nhất. Ta khảo sát động học riêng hệ thống cơ trước

BMTBĐ-CBKTĐ-PưLưng
(TCBinh edited 2016)

99

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Giới thiệu - Tổng quát

Phân đầu cần xác định: - Điện áp cảm ứng
- Lực điện từ (moment điện từ)

$$[\lambda] = [L][i] ???$$

Năng lượng từ trường

1. Chuyển động thẳng

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa) → Điện áp cảm ứng
- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra) → Điện áp cảm ứng
- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa) → Điện áp cảm ứng

- Lực điện từ
- Lực điện từ
- Lực điện từ

2. Chuyển động quay

- Một cuộn dây (mạng 2 cửa) → Điện áp cảm ứng
- Hai cuộn dây (mạng 2 cửa vào 1 cửa ra) → Điện áp cảm ứng
- Nhiều cuộn dây kích thích (mạng đa cửa) → Điện áp cảm ứng

- Moment điện từ
- Moment điện từ
- Moment điện từ

Phân cuối ★ Dùng định luật Newton → để xây dựng các phương trình cân bằng lực: lực cơ nguồn gốc từ điện (lực điện từ) f^e , lực cơ nguồn gốc từ cơ (lực cơ) f_m

★ Giải hệ thống phương trình trên → Tìm nghiệm

BMTBĐ-CBKTĐ-PưLưng
(TCBinh edited 2016)

100

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Động học của các hệ thống cơ dạng tập trung

★ Xét hệ thống cơ gồm vật nặng thể M, lò xo, và bộ giảm chấn

Xét hệ thống cơ có thông số tập trung bao gồm khối lượng M (động năng, vật thể tự do) được kéo bởi lò xo có độ cứng K (thế năng) có lực tỉ lệ đoạn dịch chuyển $f_K = Kx$ Và bộ giảm chấn (Phản từ tiêu thụ năng lượng) có lực tỉ lệ với vận tốc $f_B = B \frac{dx_B}{dt}$ có chiều được mô tả như hình vẽ

Theo định luật Newton, hệ thống cơ được mô tả bằng phương trình:

$$M\ddot{x} = \sum f = \sum f^e + \sum f_m \quad \ddot{x} : \text{ là gia tốc}$$

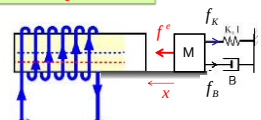
Lực gia tốc theo chiều dương của phương dịch chuyển bằng tổng đại số của tất cả các lực tác động lên vật thể theo chiều dương đó.

$$M\ddot{x} = f^e - f_K - f_B = f^e - Kx - B \frac{dx}{dt}$$

Tương tự với chuyển động quay

$$J\ddot{\theta} = \sum T = \sum T^e + \sum T_m$$

J : Moment quán tính



BMTBĐ-CBKTĐ-PưLưng
(TCBinh edited 2016)

101

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Chương 4: GIẢI TÍCH HỆ THỐNG ĐIỆN-CƠ DÙNG PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG

1. Giới thiệu
2. Hệ thống chuyển động thẳng.
3. Hệ thống chuyển động quay
4. Phân tích lực dùng khái niệm năng lượng
5. Phân tích lực dùng khái niệm động năng lượng
6. Khái niệm năng lượng và động năng lượng trong hệ thống đa công
7. Bảo toàn năng lượng - Biến đổi năng lượng
8. Động học của hệ thống cơ thống số tập trung.
- 9. Mô hình không gian trạng thái**
10. Phân tích dùng phương pháp số.

$[\lambda] = [L][i]$

$W_m, W_m \Rightarrow f^e$ (hoặc T^r)

$M\ddot{x} = \sum f^e + \sum f_m$

$J\ddot{\theta} = \sum T^r + \sum T_m$

BMTD-C&KTD-PhuLong
(TC&Binh edited 2016)

10
6

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Mô hình không gian trạng thái

$i \rightarrow \lambda \rightarrow W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di$

Lực (moment) có nguồn gốc từ điện:
 $f^e = \frac{\partial W'_m(i, x)}{\partial x}$

Lực (moment) có nguồn gốc từ cơ:
 $f_m = Kx + B \frac{dx}{dt}$

Tương tác tạo ra chuyển động Theo định luật Newton
→ lực gia tốc

→ moment gia tốc

$M\ddot{x} = \sum f^e + \sum f_m$

$J\ddot{\theta} = \sum T^e + \sum T_m$

Dòng điện i → **Chuyển động cơ**

Xây dựng hệ phương trình vi tích phân
→ Hệ phương trình vi phân bậc nhất → Dạng mô hình toán học
→ Mô hình không gian trạng thái
→ Phân tích và tìm điểm làm việc cân bằng (giải hệ phương trình tìm nghiệm)

107

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Mô hình không gian trạng thái

$i \rightarrow \lambda \rightarrow W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di$

Lực (moment) có nguồn gốc từ điện:
 $f^e = \frac{\partial W'_m(i, x)}{\partial x}$

Lực (moment) có nguồn gốc từ cơ:
 $f_m = Kx + B \frac{dx}{dt}$

Tương tác tạo ra chuyển động Theo định luật Newton
→ lực gia tốc

→ moment gia tốc

$M\ddot{x} = \sum f^e + \sum f_m$

$J\ddot{\theta} = \sum T^e + \sum T_m$

Dòng điện i → **Chuyển động cơ**

Xây dựng hệ phương trình vi tích phân
→ Hệ phương trình vi phân bậc nhất → Dạng mô hình toán học
→ Mô hình không gian trạng thái ???
→ Phân tích và tìm điểm làm việc cân bằng (giải hệ phương trình tìm nghiệm) ???

108

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Mô hình không gian trạng thái

Mô hình không gian trạng thái của hệ thống điện cơ:
Là hệ phương trình động học mô tả đầy đủ mối liên hệ về điện và về cơ, được viết dưới dạng hệ phương trình vi phân bậc nhất

★ Khảo sát hệ thống điện cơ như hình vẽ.
★ Thiết lập hệ phương trình không gian trạng thái của hệ thống.

(Chọn $t=0$ khi đóng điện vào cuộn dây vào nguồn v_s)

- Từ kết quả đã tính ở slide trước có lực điện từ:

(Chiều dương của lực điện từ F theo chiều dương của x)

$\lambda = \frac{N^2 i}{R_c + R_g(x)} = \frac{N^2 i}{\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A}} \Rightarrow W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \frac{N^2 i^2}{2 \left(\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)} \Rightarrow f^e = - \frac{N^2 i^2}{\mu_0 A \left(\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)^2}$

$[\lambda] = [L][i] \rightarrow W'_m \rightarrow f^e$

109

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Ví dụ - Phân tích lực dùng khái niệm động năng lượng

Mạch từ như hình vẽ có tiết diện đều là A, chiều dài của đường sức từ trong lõi thép là l_c , khe hở không khí x , độ từ thẩm của lõi thép có giá trị là μ . Cho dòng điện i chạy qua cuộn dây N vòng. Tính lực f^e

→ Tính f^e dùng mạch từ tương đương (MTTD).

Từ trở mạch từ: $R_c = \frac{l_c}{\mu A}$, $R_g = \frac{2x}{\mu_0 A}$

$\Phi = \frac{Ni}{R_c + R_g} = \frac{Ni}{\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A}} = \frac{Ni}{R(x)}$ với $R(x) = \frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A}$ là từ trở toàn mạch từ

Từ thông móc vòng $\lambda = N\Phi = \frac{N^2 i}{R(x)}$

Động năng lượng từ trường của mạch từ: $W'_m = \int_0^i \lambda(i, x) di = \frac{N^2 i^2}{2R(x)}$

→ Lực: $f^e = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = \frac{N^2 i^2}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{R(x)} \right) = - \frac{N^2 i^2}{\mu_0 A \left(\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)^2}$

mạch từ tương đương

BMTD-C&KTD-PhuLong
(TC&Binh edited 2016)

11
0

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khái niệm năng lượng

Mô hình không gian trạng thái

Chọn chiều dương của x và các lực như hình vẽ

Điện áp cảm ứng

Vị trí phân động tại thời điểm $t=0$

Vị trí phân động khi lò xo ở trạng thái tự do

- Phương trình điện: $v_s = iR + \frac{d\lambda}{dt} = iR + \frac{\partial \lambda}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{dx}{dt} = iR + \left(\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right) \frac{di}{dt} - \frac{N^2 i}{\left(\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)^2} \frac{2x}{\mu_0 A} \frac{dx}{dt}$

Điện áp nguồn

Nhận xét: x đã xuất hiện ở phương trình điện – Đã liên quan đến trạng thái cơ học

- Phương trình cơ: (Đã chọn tại thời điểm ban đầu $t=0$ thì $x=0$) Theo định luật Newton

$M \frac{d^2 x}{dt^2} + K(x-l) + B \frac{dx}{dt} = f^e = - \frac{N^2 i^2}{\mu_0 A \left(\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)^2}$

111

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái ngắn hạn

Mô hình không gian trạng thái

★ Lập mô hình không gian trạng thái gồm 3 phương trình vi phân bậc nhất

- Xác định 3 biến trạng thái: i , x và dx/dt (là vận tốc, ký hiệu v) (nguồn điện là v_s)
- Lấy vi phân các biến i , x , v và biểu diễn các vi phân này chỉ theo i , x , v và những dữ liệu đầu vào của hệ thống (nguồn điện áp v_s).

Từ phương trình cơ →

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{M} \left[\frac{-N^2 i^2}{\mu_0 A R^2(x)} - K(x-l) - Bv \right] \end{cases}$$

Từ phương trình điện →

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L(x)} \left[-iR + \frac{N^2 i}{R^2(x)} \frac{2}{\mu_0 A} v + v_s \right]$$

với

$$\begin{cases} L(x) = \frac{N^2}{R(x)} \\ R(x) = \frac{l}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \\ v: \text{ vận tốc} \\ v_s(t): \text{ hàm kích thích nguồn điện (forcing function)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_s = iR + \frac{d\lambda}{dt} = iR + \frac{\partial \lambda}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{dx}{dt} = iR + \left(\frac{l}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right) \frac{di}{dt} + \left(\frac{l}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)^2 \frac{2}{N^2 i^2} \frac{dx}{dt} \\ M \frac{d^2x}{dt^2} + K(x-l) + B \frac{dx}{dt} = f^e = - \frac{N^2 i^2}{\mu_0 A \left(\frac{l}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)^2} \end{cases}$$

112

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái ngắn hạn

Mô hình không gian trạng thái

★ Lập mô hình không gian trạng thái gồm 3 phương trình vi phân bậc nhất

- Xác định 3 biến trạng thái: i , x và dx/dt (là vận tốc, ký hiệu v) (nguồn điện là v_s)
- Lấy vi phân các biến i , x , v và biểu diễn các vi phân này chỉ theo i , x , v và những dữ liệu đầu vào của hệ thống (nguồn điện áp v_s).

Từ phương trình cơ →

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{M} \left[\frac{-N^2 i^2}{\mu_0 A R^2(x)} - K(x-l) - Bv \right] \end{cases}$$

Từ phương trình điện →

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L(x)} \left[-iR + \frac{N^2 i}{R^2(x)} \frac{2}{\mu_0 A} v + v_s \right]$$

với

$$\begin{cases} L(x) = \frac{N^2}{R(x)} \\ R(x) = \frac{l}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \\ v: \text{ vận tốc} \\ v_s(t): \text{ hàm kích thích nguồn điện (forcing function)} \end{cases}$$

Vậy ta đã lập được hệ phương trình vi phân bậc nhất, ie lập được mô hình không gian trạng thái
Với điều kiện ban đầu: $i(0)=0$, $v(0)=0$, $x(0)=l$ (Đã chọn $t=0$ tại thời điểm đóng điện)

113

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái ngắn hạn

Mô hình không gian trạng thái

- Ký hiệu lại các biến trạng thái như toán học, hệ phương trình có thể viết dưới dạng toán học:

Đặt:

$$\begin{cases} x = x_1 \\ v = x_2 \\ i = x_3 \\ v_s = u \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, x_3) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, x_3) \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, u) \end{cases}$$

Điều kiện ban đầu: $x_1(0), x_2(0), x_3(0)$

- Hoặc viết dưới dạng ma trận: (Dạng này rất thuận tiện để mô phỏng trên máy tính)

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$$

Với điều kiện ban đầu: $\underline{x}(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{bmatrix}$

Trong đó: $\underline{u} = u$ $\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ $\underline{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$

(Nếu $u = u(t)$ sau khi lấy tích phân ta được đáp ứng trong miền thời gian)

114

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái ngắn hạn

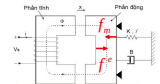
Mô hình không gian trạng thái

★ Điểm làm việc cân bằng của hệ thống

- Xét hệ phương trình vi phân trạng thái, khi $\underline{u} = u = \text{const}$ và vận tốc $v = \dot{x} = 0$

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) = 0 \quad \underline{u} = u = \text{const} (=v_s) \quad \underline{x}(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{bmatrix}$$

Giải phương trình trên tìm được nghiệm gọi là: nghiệm cân bằng tính hay điểm làm việc cân bằng của hệ thống.
Phương trình có thể có nhiều hơn một nghiệm



- Khảo sát lại hệ thống điện cơ trên, ta đã có hệ phương trình vi phân:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v = 0 \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} \left[\frac{-N^2 i^2}{\mu_0 A R^2(x)} - K(x-l) - Bv \right] = 0 \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{L(x)} \left[-iR + \frac{N^2 i}{R^2(x)} \frac{2}{\mu_0 A} v + v_s \right] = 0 \end{cases}$$

với $i = i^* = \frac{v_s}{R}$ R: là điện trở cuộn dây

Mạch điện đã ở trạng thái xác lập

115

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái ngắn hạn

Mô hình không gian trạng thái

◆ Với hệ thống nhỏ có thể giải bằng phương pháp đồ thị.

- Vẽ hàm $[f^e] = -K(x-l)$ theo biến x : (đường 1)
- Vẽ hàm $[-f^e(i^*, x)] = \frac{N^2 \left(\frac{v_s}{R} \right)^2}{\mu_0 A \left(\frac{l}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \right)^2}$ theo biến x : (đường 2)

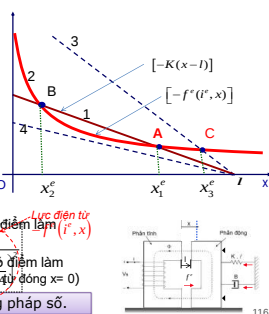
- Giao điểm 2 đường (nếu có) là nghiệm phương trình.

- Chỉ có điểm A là điểm làm việc cân bằng ổn định bền. Tại B nếu có giao động nhỏ thì hệ thống sẽ dời về điểm A hoặc về vị trí $x=0$

- Nếu lò xo quá mềm (K nhỏ) đường 1 chỉ có 1 điểm làm việc cân bằng C

- Nếu lò xo quá mềm (K nhỏ) đường 1, không có điểm làm việc cân bằng. (thực tế hệ thống ở trạng thái tự động $x=0$)

◆ Với hệ thống lớn thường dùng phương pháp số.



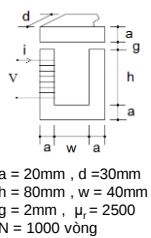
116

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động thái ngắn hạn

Bài tập

Mạch từ như hình vẽ, phần tính có dây quấn được gán cố định, phần động có thể di chuyển theo phương đứng. Bỏ qua từ thông rò tản nhưng xét đến từ trở của lõi sắt từ với độ từ thẩm tương đối μ_r . Khi có dòng điện 2A chạy qua cuộn dây

- Tính từ thông móc vòng
- Tính đồng năng lượng của hệ và lực điện từ sinh ra.
- Giải sử có dòng điện DC bằng 10A được đưa vào cuộn dây, khi nào lực điện từ sẽ đạt giá trị lớn nhất (xét về độ lớn), và giá trị đó là bao nhiêu?



BMTRD-CBKTD-PuLong
(TCĐHĐH 2008)

117

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khối niệm năng lượng

Bài tập

a. Từ trở của 2 khe hở: $R_g = \frac{2g}{\mu_0 ad}$ Từ trở của lõi sắt: $R_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 ad}$ l_c : chiều dài trung bình đường sức từ trong lõi sắt

$$l_c = 2[(w+a) + (h+a)]$$

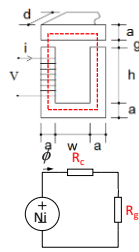
$$\text{Từ thông: } \Phi = \frac{Ni}{R_g + R_c} = \frac{Ni}{\frac{2g}{\mu_0 ad} + \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 ad}} = Ni \frac{\mu_0 ad}{2g + l_c/\mu_r}$$

$$\text{Từ thông móc vòng: } \lambda = N\Phi = N^2 i \frac{\mu_0 ad}{2g + l_c/\mu_r}$$

$$a = 0,02m, d = 0,03m, h = 0,08m, w = 0,04m, g = 0,002m,$$

$$N = 1000 \text{ vòng}, i = 2A, \mu_r = 2500$$

$$\lambda = 1000^2 \cdot 2 \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (0,02)(0,03)}{2(0,002) + 2[(0,04 + 0,02) + (0,08 + 0,02)]/2500} Wb =$$



118

BMTBĐ-CBKTD-PV/Luong

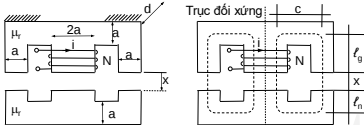
(TCBinh edited 2016)

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khối niệm năng lượng

Bài Tập

Với mạch từ trong hình vẽ sau, phần trên có dây quấn được gắn cố định, phần dưới có thể di chuyển theo phương thẳng đứng (*lên và xuống*). Bỏ qua từ tản. Mạch từ có chiều dày d như được thể hiện trong hình vẽ.

Cho $a = 1 \text{ cm}$, $d = 1,5 \text{ cm}$, $\mu_r = 200$, $N = 500$ vòng, dòng điện DC cấp vào cuộn dây là 1 A. Chiều dài đường sức từ trung bình trong phần lõi thép của một nửa mạch từ đối xứng là $l_c = 12 \text{ cm}$ ($\approx 2(\ell_g + \ell_r + c)$).



- Lập công thức tính từ thông móc vòng bằng mạch từ tương đương.
- Lập công thức tính đồng năng lượng của hệ và lực điện từ sinh ra.
- Khi nào lực điện từ sẽ đạt giá trị lớn nhất (*xét về độ lớn*), tìm lực điện từ lớn nhất
- Tính khoảng cách giữa hai phần mạch từ (x) để lực điện từ sinh ra cân bằng với trọng lực được tạo ra bởi trọng lượng của phần dưới, biết phần dưới có khối lượng $M = 0,5 \text{ kg}$, gia tốc trọng trường $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

120

BMTBĐ-CBKTD-PV/Luong

(TCBinh edited 2016)

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khối niệm năng lượng

Bài Tập

c) Lực điện từ đạt cực đại khi $x = 0$, với độ lớn bằng

$$f^e = \frac{N^2 i^2 \mu_0 (ad)}{2 \left[\frac{l_c}{2\mu_r} \right]} = 261,8 N$$

Lưu ý: Trong thực tế không thể đạt được điều kiện $x = 0$, vì khi hai phần mạch từ chạm nhau, bề mặt của hai phần sẽ chỉ tiếp xúc với nhau ở vài chỗ (do sự gồ ghề của mạng tinh thể trong vật liệu từ), và vẫn có nhiều khoảng trống ở giữa hai bề mặt. Do đó, lực điện từ cực đại thực tế sẽ nhỏ hơn giá trị đã tính toán ở trên khá nhiều.

d) Khoảng cách giữa hai phần mạch từ (x) để độ lớn của lực điện từ cân bằng với trọng lực tạo ra do trọng lượng của phần dưới

$$f^e = Mg$$

$$\frac{N^2 i^2 \mu_0 (ad)}{2 \left[\frac{l_c}{2\mu_r} + x \right]} = (0,5)(9,81) \rightarrow x = 1,892 \text{ mm}$$

122

BMTBĐ-CBKTD-PV/Luong

(TCBinh edited 2016)

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khối niệm năng lượng

Bài tập

b. Đồng năng lượng: $W'_m = \int_0^i \lambda di = N^2 i^2 \frac{\mu_0 ad}{2(2g + l_c/\mu_r)} \rightarrow W'_m = \dots J$

$$\text{Với: } a = 0,02m, d = 0,03m, h = 0,08m, w = 0,04m, g = 0,002m, N = 1000 \text{ vòng}, i = 2A, \mu_r = 2500$$

$$\text{Lực điện từ: } f^e = \frac{\partial W'_m}{\partial g} = -\frac{N^2 i^2 \mu_0 ad}{2(2g + l_c/\mu_r)^2} = -\frac{N^2 i^2 \mu_0 ad}{(2g + l_c/\mu_r)^2} \rightarrow f^e = \dots N$$

Lực điện từ luôn mang giá trị âm, do đó luôn tác dụng theo chiều ngược với chiều của biến cơ học g, tức là kéo phần di động về phía phần đứng yên.

c. Độ lớn của lực sẽ đạt giá trị lớn nhất khi $g = 0$. Khi đó, giá trị lớn nhất của lực sẽ là:

$$\left| f^e \right|_{\max} = \frac{N^2 i^2 \mu_0 ad}{(l_c/\mu_r)^2} \quad (\text{dòng điện DC đưa vào cuộn dây } i = I = 10A).$$

$$\rightarrow \left| f^e \right|_{\max} = \dots N$$

$$\lambda = N\Phi = N^2 i \frac{\mu_0 ad}{2g + l_c/\mu_r}$$

119

BMTBĐ-CBKTD-PV/Luong

(TCBinh edited 2016)

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khối niệm năng lượng

Bài Tập

a) Từ trở khe hở giữa $R_z = \frac{x}{\mu_0 (2ad)}$

$$\text{Tổng từ trở khe hở } R_{\text{gap}} = 2R_z = \frac{x}{\mu_0 (ad)}$$

$$\text{Tổng từ trở lõi thép } R_{\text{core}} = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 (2ad)}$$

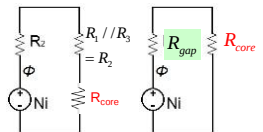
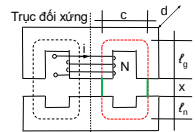
$$\text{Tổng từ trở của mạch từ } R(x) = R_{\text{core}} + R_{\text{gap}}$$

$$\text{Từ thông } \Phi = \frac{Ni}{R(x)}$$

$$\text{Từ thông móc vòng bằng mạch tương đương } \lambda = N\Phi = \frac{N^2 i^2}{R(x)}$$

b) Đồng năng lượng $W'_m = \frac{N^2 i^2}{2R(x)}$

$$\text{Lực điện từ } f^e = -\frac{N^2 i^2 \mu_0 (ad)}{2 \left[\frac{l_c}{2\mu_r} + x \right]^2}$$



121

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng khối niệm năng lượng

Bài tập

Mạch từ như hình vẽ (động cơ từ trở). Từ trở mạch từ

từ và từ cảm cuộn dây phụ thuộc vào vị trí góc quay θ , giả sử quan hệ này được thể hiện như sau: $L(\theta) = L_1 + L_2 \cos(2\theta)$. Bỏ qua từ trở lõi thép. Giả thiết mặt cắt ngang ở khe hở không khí là A_{g0} và A_{g1} , tương ứng với khe hở không khí g_0 và g_1 ở 2 vị trí $\theta = 0^\circ$ và $\theta = 90^\circ$.

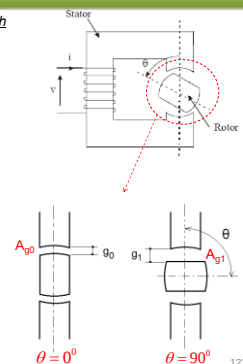
Cho dòng điện i qua cuộn dây.

- Xác định L_1 và L_2
- Xác định moment tác động lên rotor.

Xét 2 vị trí đặc biệt $\theta = 0^\circ$ và $\theta = 90^\circ$

$$\begin{cases} \theta = 0^\circ \rightarrow L(0) = L_1 + L_2 \\ \theta = 90^\circ \rightarrow L(90^\circ) = L_1 - L_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta = 0^\circ \rightarrow R_{g0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{2g_0}{A_{g0}} \\ \theta = 90^\circ \rightarrow R_{g1} = \frac{1}{\mu_0} \frac{2g_1}{A_{g1}} \end{cases}$$



123

BMTBĐ-CBKTD-PV/Luong

(TCBinh edited 2016)

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khi nối ngắn mạch

Bài tập (tt)

$$\begin{cases} \theta = 0^\circ \rightarrow L(0) = L_1 + L_2 \\ \theta = 90^\circ \rightarrow L(90^\circ) = L_1 - L_2 \\ \theta = 0^\circ \rightarrow R_{g0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{2g_0}{A_{g0}} \\ \theta = 90^\circ \rightarrow R_{g1} = \frac{1}{\mu_0} \frac{2g_1}{A_{g1}} \end{cases}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N}{i} \frac{Ni}{R_g} = \frac{N^2}{R_g}$$

$$\begin{cases} L(0) = \frac{N^2}{R_{g0}} = N^2 \frac{\mu_0 A_{g0}}{2g_0} = L_1 + L_2 \\ L(90^\circ) = \frac{N^2}{R_{g1}} = N^2 \frac{\mu_0 A_{g1}}{2g_1} = L_1 - L_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 = \frac{\mu_0 N^2}{4} \left(\frac{A_{g0}}{g_0} + \frac{A_{g1}}{g_1} \right) \\ L_2 = \frac{\mu_0 N^2}{4} \left(\frac{A_{g0}}{g_0} - \frac{A_{g1}}{g_1} \right) \end{cases}$$

BMTBĐ-CBKTD-PVLing
(TCBinh edited 2016)

124

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khi nối ngắn mạch

3. Bài tập (tt)

$$\begin{cases} L(0) = L_1 + L_2 = \frac{N^2}{R_{g0}} = N^2 \frac{\mu_0 A_{g0}}{2g_0} \\ L(90^\circ) = L_1 - L_2 = \frac{N^2}{R_{g1}} = N^2 \frac{\mu_0 A_{g1}}{2g_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 = \frac{\mu_0 N^2}{4} \left(\frac{A_{g0}}{g_0} + \frac{A_{g1}}{g_1} \right) \\ L_2 = \frac{\mu_0 N^2}{4} \left(\frac{A_{g0}}{g_0} - \frac{A_{g1}}{g_1} \right) \end{cases}$$

2. Năng lượng từ trường (= đồng năng lượng):

$$W'_m(i, x) = \int_0^i \lambda(i, x) di = \frac{1}{2} L(\theta) i^2$$

$$W'_m = \frac{1}{2} i^2 (L_1 + L_2 \cos 2\theta)$$

$$\text{Moment: } T^e = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} = -L_2 i^2 \sin(2\theta)$$

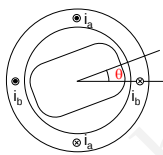
BMTBĐ-CBKTD-PVLing
(TCBinh edited 2016)

125

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khi nối ngắn mạch

Bài tập

Một máy điện có mặt cắt được biểu diễn như hình vẽ. Giả sử tất cả các điện cảm mang một trong các giá trị 0, hằng số, hay $L_0 + L_1 \cos \Phi$ (tùy theo vị trí tương đối của rôto so với stato), với Φ là một hàm nào đó của θ . Hãy xác định và biểu diễn các kết quả dưới dạng hàm số của θ :



(Máy điện này được gọi là một máy điện từ trở, thực chất là một máy điện đồng bộ không có dây quấn kích từ)

- (a) Ma trận điện cảm để liên kết các từ thông móc vòng $\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \end{bmatrix}$ với các dòng điện stato $\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix}$
- (b) Đồng năng lượng W'_m
- (c) Mômen điện từ $T^e(i_a, i_b, \theta)$

BMTBĐ-CBKTD-PVLing
(TCBinh edited 2016)

126

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khi nối ngắn mạch

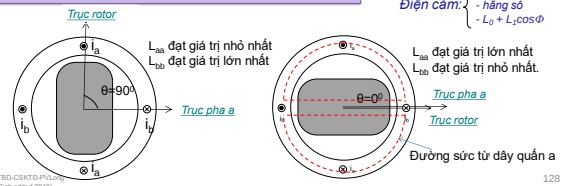
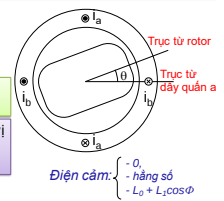
Bài tập

a) Ở dạng tổng quát:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} \\ L_{ba} & L_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} \quad \text{với} \quad L_{ab} = L_{ba}$$

Khi trục rôto thẳng hàng với trục dây quấn a, L_{aa} đạt giá trị lớn nhất, còn L_{bb} đạt giá trị nhỏ nhất.

Khi trục rôto thẳng hàng với trục pha b (quay đi 90 so với vị trí vừa rồi) thì L_{aa} đạt giá trị nhỏ nhất, trong khi L_{bb} đạt giá trị lớn nhất.

BMTBĐ-CBKTD-PVLing
(TCBinh edited 2016)

128

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khi nối ngắn mạch

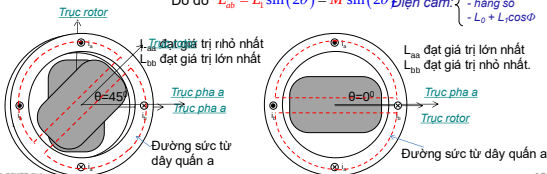
Bài tập

Rôto quay nửa vòng thì chu kỳ thay đổi của các điện cảm hoàn tất, do đó các điện cảm là các hàm số theo biến 2θ

$$\text{điện cảm: } L_0 + L_1 \cos \Phi \rightarrow \Phi = 2\theta \quad \text{với cảm: } \begin{cases} L_{aa} = L_0 + L_1 \cos(2\theta) \\ L_{bb} = L_0 - L_1 \cos(2\theta) \end{cases}$$

Hỗ cảm L_{ab} sẽ bằng 0 khi trục từ rôto thẳng hàng với trục của một pha dây quấn stato nào đó, và đạt giá trị lớn nhất (xét về độ lớn) khi trục rôto nằm giữa các trục của các pha dây quấn. Khi $\theta = 45^\circ$ hoặc $\theta = 225^\circ$ hồ cảm mang dấu dương.

$$\text{Do đó } L_{ab} = L_1 \sin(2\theta) = M \sin(2\theta) \quad \text{điện cảm: } \begin{cases} -0, \\ -\text{hằng số} \\ -L_0 + L_1 \cos \Phi \end{cases}$$

BMTBĐ-CBKTD-PVLing
(TCBinh edited 2016)

129

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ động khi nối ngắn mạch

Bài tập

Vậy ma trận điện cảm là

$$\begin{bmatrix} L_0 + L_1 \cos(2\theta) & M \sin(2\theta) \\ M \sin(2\theta) & L_0 - L_1 \cos(2\theta) \end{bmatrix}$$

b) Đồng năng lượng

$$W'_m = \int_0^i \lambda_a(i_a, 0, \theta) di_a + \int_0^i \lambda_b(i_b, i_a, \theta) di_b$$

$$\begin{aligned} \text{Hoặc } W'_m &= \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + L_{ab} i_a i_b + \frac{1}{2} L_{bb} i_b^2 \\ &= \frac{1}{2} (L_0 + L_1 \cos(2\theta)) i_a^2 + M \sin(2\theta) i_a i_b + \frac{1}{2} (L_0 - L_1 \cos(2\theta)) i_b^2 \end{aligned}$$

c) Mômen điện từ sinh ra

$$T^e = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} = -L_1 \sin(2\theta) i_a^2 + 2M \cos(2\theta) i_a i_b + L_1 \sin(2\theta) i_b^2$$

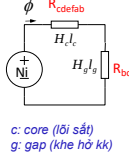
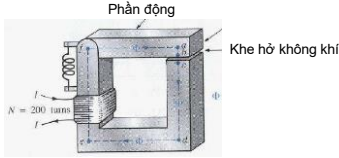
BMTBĐ-CBKTD-PVLing
(TCBinh edited 2016)

130

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng thái năng lượng

Bài tập

Một mạch từ như hình vẽ có chiều dài trung bình đường sức từ trong phần sắt từ $l_{\text{cdefab}} = 100\text{mm}$ và khe hở không khí $l_{\text{bc}} = 2\text{mm}$, mạch từ có tiết diện (đồng đều) là $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, bỏ qua sự rò rỉ của mạch từ, sắt từ có độ từ thẩm tương đối $\mu_r = 1424$, cuộn dây 200 vòng.
Xác định dòng điện cần thiết qua cuộn dây để tạo từ thông ở khe hở không khí là $0,75 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$.
Xác định lực tác động lên phần động (lực đặt tại điểm b)



c: core (lõi sắt)
g: gap (khe hở kk)

BMTBĐ-CSKTD-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

131

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng thái năng lượng

Bài tập

Dùng mạch tương đương:

Từ trở khe hở không khí:

$$R_{bc} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{l_{bc}}{A_g} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}} = 10.610.329 \text{ [1/H]}$$

Từ trở phần sắt từ:

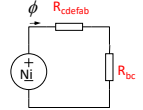
$$R_{\text{cdefab}} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{l_{\text{cdefab}}}{A_c} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1424 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}} = 372.553 \text{ [1/H]}$$

Sức từ động cần thiết

$$Ni = \Phi (R_{\text{cdefab}} + R_{bc}) = 0,75 \cdot 10^{-4} (10982882) = 823,716 \text{ A.vòng}$$

Dòng điện cần thiết

$$i = \frac{Ni}{N} = 4,12 \text{ A}$$



BMTBĐ-CSKTD-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

132

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng thái năng lượng

Bài tập

$$\Phi = \frac{Ni}{(R_{\text{cdefab}} + R_{bc})} \approx \frac{Ni}{R_{bc}} = \frac{\mu_0 A_g}{l_{bc}} Ni$$

$$R_{\text{cdefab}} \ll R_{bc}$$

$$i = \frac{\Phi}{\frac{\mu_0 A_g}{l_{bc}} N} = \frac{l_{bc} \Phi}{\mu_0 A_g N} = \frac{x}{\mu_0 A_g N^2} \lambda$$

$$W_m(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda = \frac{\lambda^2}{2} \frac{x}{\mu_0 A_g N^2} = \frac{N^2 \Phi^2}{2 \mu_0 A_g N^2} = \frac{x \Phi^2}{2 \mu_0 A_g}$$

$$f^e = \frac{dW_m}{dx} = \frac{\Phi^2}{2 \mu_0 A_g} = \frac{(0,75 \cdot 10^{-4})^2}{2 (4\pi \cdot 10^{-7}) (1,5 \cdot 10^{-4})} = 14,92 \text{ N}$$

BMTBĐ-CSKTD-PV/Lương
(TCBinh edited 2016)

133

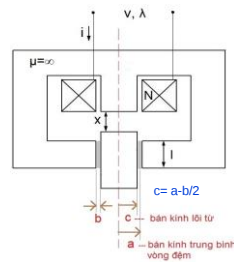
Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng thái năng lượng

Bài tập

Cho mạch từ dạng solenoid với mặt cắt như hình vẽ với $N=500$ vòng; $x=5 \text{ mm}$; $a=20 \text{ mm}$; bề dày vòng đệm $b=2 \text{ mm}$; $l=40 \text{ mm}$. Giả thiết $\mu_r = \infty$, bỏ qua từ thông rò rỉ.

1. Nếu cho dòng điện một chiều (DC) $I=10 \text{ A}$ chạy qua cuộn dây. Viết biểu thức và tính lực tác động lên phần động

2. Nếu cho dòng điện xoay chiều (AC): $I=10 \text{ A(rms)}$; 50 Hz chạy qua cuộn dây. Viết biểu thức và tính lực tác động lên phần động



134

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng thái năng lượng

Bài tập

1. Biểu thức lực ?. (Với dòng DC: $i=I=10 \text{ A} = \text{const}$)

$$\text{- Từ trở toàn mạch từ: } R = R_{gx} + R_{gb} = \frac{x}{\mu_0 \pi c^2} + \frac{b}{\mu_0 2\pi a l}$$

$$\text{- Tự cảm: } L(x) = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = N^2 \frac{\phi}{iN} = \frac{N^2}{R}$$

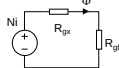
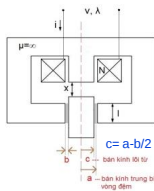
$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{2\pi\mu_0 a l c^2 N^2}{2ax + bc^2} = \frac{k_1}{k_2 x + k_3}$$

$$k_1 = 2\pi\mu_0 a l c^2 N^2; k_2 = 2al; k_3 = bc^2$$

$$\text{- Lực: } f^e(x) = \frac{\partial W'_m(x)}{\partial x} = \frac{dW_m(x)}{dx} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL(x)}{dx} = -\frac{I^2 k_1 k_2}{2(k_2 x + k_3)^2}$$

(Dấu trừ ở lực có xu hướng làm giảm khe hở không khí x)

- Thay $I = 10 \text{ A}$ và các khác giá trị vào: $f^e = F^e = 600 \text{ N}$



143

Chương 4: Phân tích hệ thống điện cơ dùng thái năng lượng

Bài tập

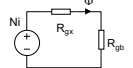
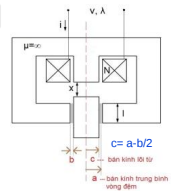
2. Biểu thức lực ?. (Với dòng AC: $i=i_{\text{rms}}=10 \text{ A} = \text{const}$)

$$f^e(x) = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx} \quad \text{với: } L = \frac{k_1}{k_2 x + k_3}$$

$$f^e(x) = -\frac{i^2 k_1 k_2}{2(k_2 x + k_3)^2} = \frac{(10\sqrt{2} \cos 100\pi t)^2 k_1 k_2}{2(k_2 x + k_3)^2} = \frac{100 k_1 k_2}{(k_2 x + k_3)^2} \cos^2 100\pi t$$

- Bởi vì $\cos^2$ có giá trị trung bình là $1/2$, nên lực trung bình khi dòng AC bằng trường hợp dòng DC

$$F_{\text{avg}}^e = 600 \text{ N}$$



144

Bài tập

3. Biểu thức dòng điện và lực ? (Với $v = V_m \sin \omega t$)

- Phương trình cân bằng điện áp:

$$v = Ri + \frac{d(Li)}{dt} \quad \text{với: } L = \frac{2\pi\mu_0 a l c^2 N^2}{2ax_0 + bc^2} = \frac{k_1}{k_2 x_0 + k_3} = \text{const}$$

$$\rightarrow V_m \sin \omega t = Ri + L \frac{di}{dt}$$

- Dòng điện qua cuộn dây xác định bởi:

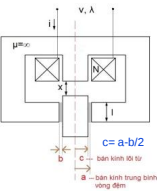
$$i = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t - \theta) \quad (*) \quad \text{với } \theta = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

- Mạch từ tuyến tính ở trạng thái xác lập $\rightarrow i$ xác lập nên biểu thức lực như câu 2:

$$f^e = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx} \bigg|_{x=x_0} = \frac{1}{2} i^2 \frac{d}{dx} \left(\frac{k_1}{k_2 x + k_3} \right) \bigg|_{x=x_0} = - \frac{k_1 k_2}{2(k_2 x_0 + k_3)^2} i^2$$

- Thay giá trị các thông số vào tính được i:

Với i xác định bởi (*)



145

Bài tập

- Mạch từ tuyến tính ở trạng thái xác lập $\rightarrow i$ xác lập nên biểu thức lực như câu 2:

$$f^e = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx} \bigg|_{x=x_0} = \frac{1}{2} i^2 \frac{d}{dx} \left(\frac{k_1}{k_2 x + k_3} \right) \bigg|_{x=x_0} = - \frac{k_1 k_2}{2(k_2 x_0 + k_3)^2} i^2$$

- Thay giá trị các thông số vào tính được i:

Với i xác định bởi (*)

$$L = \frac{k_1}{k_2 x + k_3} = \frac{2\pi\mu_0 a l c^2 N^2}{2ax_0 + bc^2} = \dots H$$

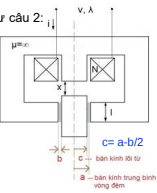
$$Z = \sqrt{R^2 + (100\pi L)^2} = \dots \Omega$$

$$\theta = \arctan \frac{\omega L}{R} = \dots^\circ$$

$$i = \frac{120\sqrt{2}}{Z} \sin(\omega t - \theta) = \dots \sin(100\pi t - \dots^\circ)$$

$$\text{Cách khác? } f^e = -\frac{1}{2} \theta^2 \frac{dR(x)}{dx}$$

$$\text{- Lực trung bình: } F_{\text{avg}}^e = - \frac{k_1 k_2}{2(k_2 x_0 + k_3)^2} (i^2)_{\text{avg}} = - \frac{k_1 k_2}{2(k_2 x_0 + k_3)^2} \left(\frac{1}{2} I_{\text{max}}^2 \right) = \dots N$$



146