ĐH Bách Khoa TP.HCM – Khoa Điện-Điện Tử – Bộ Môn Thiết Bị Điện

Bài giảng: Biến đổi năng lượng điện cơ

Chương 5: Ổn định các hệ thống điện cơ

Biên soạn: Nguyễn Quang Nam
Cập nhật: Trần Công Binh

NH2012–2013, HK2

Ổn định các hệ thống điện cơ – Giới thiệu

- Các mô hình động học của hệ thống điện được mô tả bởi các phương trình vi phân. Tính ổn định của hệ thống phi tuyến trong vận hành được đặc biệt quan tâm. Một số công cụ phân tích tính ổn định sẽ được giới thiệu.
- Nghiệm trong miền thời gian của bài toán động học hệ thống có được bằng việc tính tích phân số và các điểm cân bằng được xác định bằng đồ thị. Với các hệ thống bậc cao hơn, các kỹ thuật số được sử dụng để tính các điểm cân bằng.

Ổn định các hệ thống điện cơ – Giới thiệu (tt)

- Sẽ có ích nếu biết điểm cân bằng tĩnh là ổn định hay không. Với các nhiễu mạnh của trạng thái x hay ngõ vào u, luôn cần các mô phỏng trong miền thời gian.
- Với các thay đổi *nhỏ* quanh điểm cân bằng, một phân tích tuyến tính hóa là đủ để xác định điểm cân bằng là ổn định hay không.
- Đôi khi, các hàm năng lượng có thể được dùng để đánh giá tính ổn định của hệ thống đối với nhiễu mạnh mà không cần các mô phỏng trong miền thời gian.

Tuyến tính hóa

- Điểm cân bằng sẽ biểu diễn trạng thái vận hành xác lập của hệ thống, chẳng hạn một lưới điện. Hệ vật lý có thể có thay đổi nhỏ (ví dụ thay đổi tải), vốn có thể dẫn đến dao động hay thậm chí sụp đổ hệ thống, hoặc gặp các nhiễu mạnh (ví dụ, sự cố hay sét đánh).
- Với trường hợp vô hướng, mô hình hệ thống là

$$\dot{x} = f(x,u)$$

Tuyến tính hóa (tt)

- Để tuyến tính hóa, khai triển f(x, u) thành 1 chuỗi Taylor quanh điểm cân bằng x^e và ngõ vào $\hat{u}$ không đổi, và chỉ giữ lại các số hạng bậc nhất

$$f(x,u) = f(x^e,\hat{u}) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_0 (x - x^e) + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_0 (u - \hat{u}) = f(x^e,\hat{u}) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_0 \Delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_0 \Delta u$$

Hay

$$\Delta\dot{x} = f(x,u) - f(x^e,\hat{u}) = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_0 \Delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_0 \Delta u$$

Tuyến tính hóa hệ bậc hai

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1,x_2,u)$$
$$\dot{x}_2 = f_2(x_1,x_2,u)$$

- Gọi $\Delta x_1 = x_1 - x_1^e$, $\Delta x_2 = x_2 - x_2^e$, và $\Delta u = u - \hat{u}$. Tuyến tính hóa hệ quanh điểm cân bằng dẫn đến

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{x}_1\\ \Delta\dot{x}_2\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0\\ \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_0\end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}\Delta x_1\\ \Delta x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\left.\frac{\partial f_1}{\partial u}\right|_0\\ \left.\frac{\partial f_2}{\partial u}\right|_0\end{bmatrix}\Delta u$$

Tuyến tính hóa hệ bậc hai

- Để xét tính ổn định của hệ, cần tìm trị riêng của ma trận A.
- Trị riêng của ma trận A có được bằng cách giải phương trình det(A – λI) = 0.
- Hệ thống là ổn định nếu tất cả các trị riêng nằm ở nửa trái của mặt phẳng phức (nghĩa là, phần thực < 0).

Ổn định của hệ bậc hai

- Xét mô hình một hệ bậc hai

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} = f(x,u)$$

có dạng tuyến tính hóa

$$\frac{d^2\Delta x}{dt^2} + \frac{B}{M}\frac{d}{dt}\Delta x = \frac{1}{M}\left.\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right|_0 \Delta x = -\omega_0^2\Delta x$$

- Định nghĩa $\Delta x = \Delta x_1$ và $\Delta\dot{x} = \Delta x_2$, dạng không gian trạng thái trở thành

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{x}_1\\ \Delta\dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\omega_0^2 & -B/M\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta x_1\\ \Delta x_2\end{bmatrix}$$

Ổn định của hệ bậc hai (tt)

- Phương trình đặc tính (để tìm trị riêng) có được

$$\begin{vmatrix}-\lambda & 1\\ -\omega_0^2 & -B/M-\lambda\end{vmatrix} = 0 \qquad \lambda^2 + \frac{B}{M}\lambda + \omega_0^2 = 0$$

- Nghiệm tổng quát của phương trình đặc tính

$$\lambda_1, \lambda_2 = -\frac{B}{2M} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4M^2} - \omega_0^2}$$

- Trường hợp I (B > 0, M > 0, $\omega_0^2 > 0$)

$$\frac{B^2}{4M^2} > \omega_0^2 \qquad \frac{B^2}{4M^2} = \omega_0^2 \qquad \frac{B^2}{4M^2} < \omega_0^2$$

Trong cả 3 trường hợp, hệ là *ổn định*.

Ổn định của hệ bậc hai (tt)

- Trường hợp II (B > 0, M > 0, $\omega_0^2 < 0$): hệ *không ổn định*
- Trường hợp đặc biệt (B = 0, M > 0): hệ là *không ổn định* nếu $\omega_0^2 > 0$, hay *ở biên ổn định* nếu $\omega_0^2 < 0$.

Ví dụ 5.1

- Cho mạch từ giống như bài tập 4.15, với đồng năng lượng

$$W_m' = \frac{1}{2}\frac{L_0}{(1+\frac{x}{a})}I_0^2, \quad x > 0$$

và phương trình chuyển động $\quad M\dfrac{d^2x}{dt^2} = Mg + f^e$

Hãy tìm các điểm cân bằng $x^e > 0$, giá trị tối thiểu của I_0 để tồn tại điểm cân bằng, và xác định tính ổn định của điểm cân bằng.

- Lực điện từ f^e

$$f^e = \frac{\partial W_m'}{\partial x} = -\frac{1}{2}\frac{L_0 I_0^2}{(1+\frac{x}{a})^2}\frac{1}{a}$$

- Để tìm điểm cân bằng, đặt các đạo hàm bằng 0, dẫn đến

Ví dụ 5.1 (tt)

$$Mg = \frac{1}{2}\frac{L_0 I_0^2}{(1+\frac{x}{a})^2}\frac{1}{a}$$

- Giải theo x

$$x^e = a\left(-1 \pm \sqrt{\frac{L_0 I_0^2}{2Mga}}\right)$$

- Chọn x > 0 như yêu cầu $\quad x^e = a\left(-1 + \sqrt{\dfrac{L_0 I_0^2}{2Mga}}\right)$

- Để tồn tại $x^e > 0$, I_0 cần thỏa điều kiện

$$I_0 > \sqrt{\frac{2Mga}{L_0}}$$

Ví dụ 5.1 (tt)

- Để xét tính ổn định tại x^e, tuyến tính hóa pt chuyển động

$$M\frac{d^2\Delta x}{dt^2}=\left.\frac{\partial f^e}{\partial x}\right|_{x=x^e}\Delta x=\frac{L_0 I_0^2}{\left(1+\frac{x^e}{a}\right)^3}\frac{1}{a^2}\Delta x$$

- Đây là trường hợp có B = 0, M > 0, và $\omega_0^2<0$. Do đó, hệ thống nằm trên biên ổn định tại $x = x^e$.

Phương pháp hàm năng lượng cho hệ phi tuyến

- Với nhiễu mạnh, việc phân tích ổn định của hệ phi tuyến có thể cần đến các kỹ thuật tính số vốn rất tốn kém sức mạnh tính toán.
- Trong nhiều trường hợp, thông tin hữu ích có thể thu được bằng một phương pháp trực tiếp, tránh việc phải tính tích phân số.
- Kỹ thuật này dựa trên các hàm năng lượng, và được gọi là phương pháp Lyapunov.
- Có thể thu được các lời giải tốt với các hệ bảo toàn.

Phương pháp hàm năng lượng cho hệ phi tuyến

- Trong các hệ bảo toàn, tổng năng lượng là không đổi, và điều này được dùng trong phân tích ổn định các hệ này.
- Xét con lắc trong hình 5.2, bao gồm khối lượng M nối vào một điểm tựa không ma sát bằng một thanh cứng.
- Coi V(θ) = 0 tại θ = 0, khi đó tại vị trí bất kỳ θ, thế năng được cho bởi

$$V(\theta)=Mgl(1-\cos(\theta))$$

Hệ bảo toàn

- Không có lực nào khác ngoài trọng lực, và hệ là *bảo toàn*, vậy

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2}=-Mg\left(l\sin(\theta)\right)$$

- Vế phải có thể được biểu diễn như một đạo hàm âm của một hàm thế vô hướng. Trong trường hợp này,

$$-Mgl\sin(\theta)=-\frac{\partial}{\partial\theta}\left[Mgl(1-\cos(\theta))\right]=-\frac{\partial V(\theta)}{\partial\theta}$$

Hệ bảo toàn (tt)

Dẫn đến

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{\partial V(\theta)}{\partial\theta}$$

- Các điểm cân bằng là nghiệm của

$$-\frac{\partial V(\theta)}{\partial\theta}=-Mgl\sin(\theta)=0$$

- Dựa vào lược đồ, chỉ xét trong khoảng –π đến +π,

$$\theta^e=\pm\pi,0$$

Năng lượng của hệ

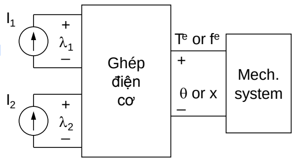
- Xét $J\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{\partial V(\theta)}{\partial\theta}=0$
- Nhân với dθ/dt để có $J\frac{d\theta}{dt}\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{\partial V(\theta)}{\partial\theta}\frac{d\theta}{dt}=0$
- Tích phân theo t để thu được

$$\underbrace{\frac{1}{2}J\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2}_{\text{Kinetic energy}}+\underbrace{V(\theta)}_{\text{Potential energy}}=E$$

- Việc phân tích ổn định có thể được thực hiện cho 3 trường hợp (xem sách), bằng khái niệm *giếng thế năng*.

Hàm năng lượng trong hệ điện cơ

- Xét hệ trong hình vẽ bên dưới, giả thiết cả hệ điện lẫn hệ cơ đều không chứa các phần tử tiêu tán năng lượng.
- Nếu λ hoặc i ở mỗi cửa được giữ không đổi, có thể dự đoán một dịch chuyển đều trong hệ cơ. Không có dòng chảy năng lượng hay đồng năng lượng vào cửa điện. Ở hệ cơ, giả thiết không có phần tử tiêu tán năng lượng.



Hàm năng lượng trong hệ điện cơ

- Lực cơ học gây tác động

$$T^m = -\frac{\partial U(\theta)}{\partial \theta}$$

- Thế năng tổng quát hóa:

$$V(\theta) = U(\theta) - W_m'(I_1, I_2, \theta) \quad \text{(dòng hằng } i_1 \text{ và } i_2\text{)}$$

$$V(\theta) = U(\theta) + W_m(\Lambda_1, \Lambda_2, \theta) \quad \text{(từ thông móc vòng hằng } \lambda_1 \text{ và } \lambda_2\text{)}$$

Quan hệ giữa ổn định tuyến tính hóa và thế năng

- Phương trình mômen $J\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} = 0$
- Các điểm cân bằng có được bằng cách giải $\frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} = 0$
- Tuyến tính hóa quanh một điểm cân bằng θ^e cho ta

$$J\frac{d^2\Delta\theta}{dt^2} + \left.\frac{\partial^2 V(\theta)}{\partial \theta^2}\right|_{\theta=\theta^e} \Delta\theta = 0$$

- θ^e là ổn định nếu $\left.\frac{\partial^2 V(\theta)}{\partial \theta^2}\right|_{\theta=\theta^e} > 0$, θ^e là không ổn định nếu $\left.\frac{\partial^2 V(\theta)}{\partial \theta^2}\right|_{\theta=\theta^e} < 0$

Ví dụ 5.2 và 5.3

- Cho hệ phương trình

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -4 + \theta i^2$$

$$\frac{d}{dt}(2\theta i) + iR = v(t)$$

với R = 1 Ω và v(t) = 2 V.

Hãy tìm các điểm cân bằng, tuyến tính hóa hệ phương trình, biểu diễn dưới dạng không gian trạng thái và tìm trị riêng.

- Đặt các đạo hàm bằng 0 để tìm điểm cân bằng, rút ra

$$i = v(t)/R = 2, \ \theta = 4/i^2 = 1$$

- Vậy, hệ có 1 điểm cân bằng (θ^e, i^e) = (1, 2).

Ví dụ 5.2 và 5.3 (tt)

- Tuyến tính hóa hệ phương trình tại điểm cân bằng

$$\frac{d^2\Delta\theta}{dt^2} = i^2\big|_0 \Delta\theta + (2\theta i)\big|_0 \Delta i = 4\Delta\theta + 4\Delta i$$

$$\frac{d}{dt}\left(2i\big|_0 \Delta\theta + 2\theta\big|_0 \Delta i\right) + \Delta i = 0$$

- Phương trình đầu có bậc là 2, do đó sẽ dẫn đến hệ bậc 3.
- Định nghĩa các biến trạng thái x_1, x_2, x_3 lần lượt là $\Delta\theta$, $\Delta\dot{\theta}$, và Δi, ta có mô hình không gian trạng thái như sau

Ví dụ 5.2 và 5.3 (tt)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- Dẫn đến phương trình đặc trưng để tìm trị riêng như sau

$$\lambda^3 + 0.5\lambda^2 + 4\lambda - 2 = 0$$

- Giải ra ta được 3 trị riêng:

$$\lambda_1 = 0{,}4515, \ \lambda_{2,3} = -0{,}4578 \pm j2{,}0502$$

Ví dụ 5.4

- Cho quan hệ dòng điện – từ thông của hệ trong hình

$$i = \lambda^2 + 2\lambda(1-x)^2$$

Hãy viết phương trình chuyển động. Với λ = 1, M = 1, và Mg = 2 trong một hệ đơn vị nhất quán nào đó, tìm điểm cân bằng. Viết phương trình thế năng của hệ và xác định tính ổn định của hệ tại điểm cân bằng trên.

- Tính lực điện từ theo hàm năng lượng

$$W_m = \int_0^{\lambda} \left(\lambda'^2 + 2\lambda'(1-x)^2\right) d\lambda' = \frac{\lambda^3}{3} + \lambda^2(1-x)^2$$

Ví dụ 5.4 (tt)

$$f^e = -\frac{\partial W_m}{\partial x} = -\lambda^2(1-x)(-2) = 2\lambda^2(1-x)$$

- Phương trình chuyển động

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = f^e + Mg = 2\lambda^2(1-x) + Mg$$

- Điểm cân bằng sẽ thỏa mãn (với λ, M, và Mg đã cho)

$$2(1-x) + 2 = 0 \Rightarrow x^e = 2$$

- Hàm năng lượng tại λ đã cho

$$W_m(\lambda, x)\big|_{\lambda=1} = 1/3 + (1-x)^2$$

Ví dụ 5.4 (tt)

- Chọn U(x)

$$-\frac{\partial U(x)}{\partial x} = Mg \Rightarrow U(x) = -Mgx$$

- Xây dựng hàm thế năng V(x)

$$V(x) = U(x) + W_m(\lambda, x)\big|_{\lambda=1} = -2x + 1/3 + (1-x)^2$$

- Tính đạo hàm cấp 2 của V(x)

$$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right|_{x^e=2} = (2)\big|_{x^e=2} = 2 > 0$$

- Vậy hệ đã cho ổn định tại điểm cân bằng $x^e = 2$.