

CHƯƠNG 4

THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP

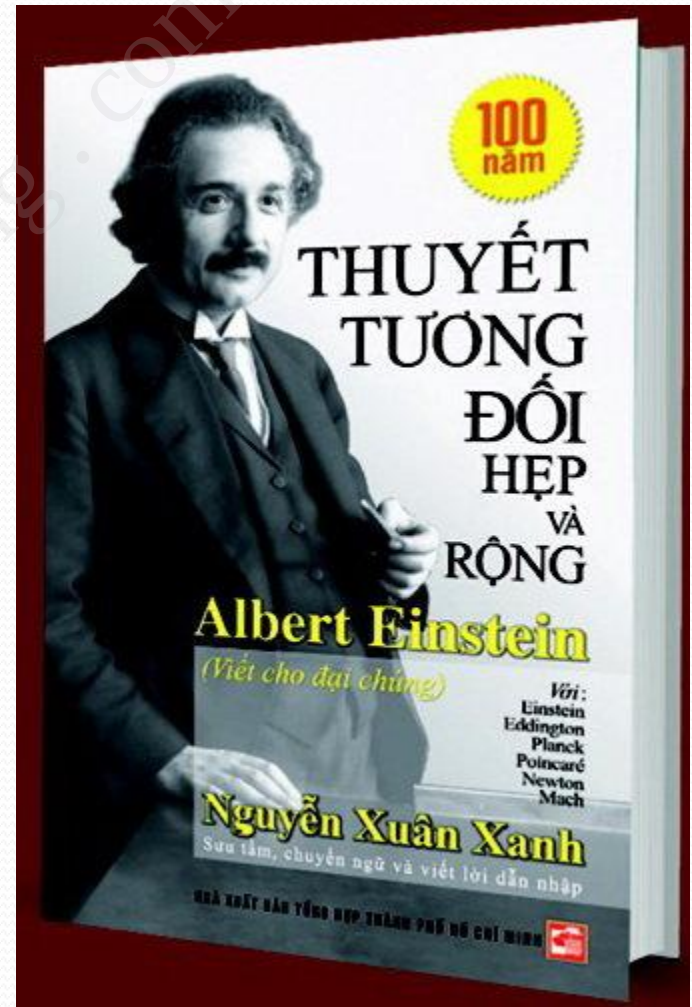
- 1. Các tiên đề của thuyết tương đối hẹp**
- 2. Phép biến đổi Lorentz**
- 3. Các hệ quả của phép biến đổi Lorentz**
- 4. Động lực học tương đối**

1. CÁC TIÊN ĐỀ CỦA THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP

Thuyết tương đối hẹp được xây dựng dựa trên **hai tiên đề của Einstein**:

1. **Nguyên lý tương đối**: Mọi định luật vật lý đều giống nhau trong các hệ quy chiếu quán tính.
2. **Nguyên lý về sự bất biến của vận tốc ánh sáng**: Vận tốc ánh sáng trong chân không là như nhau đối với mọi hệ quy chiếu quán tính.

$$c = 3.10^8 \text{ m/s}$$

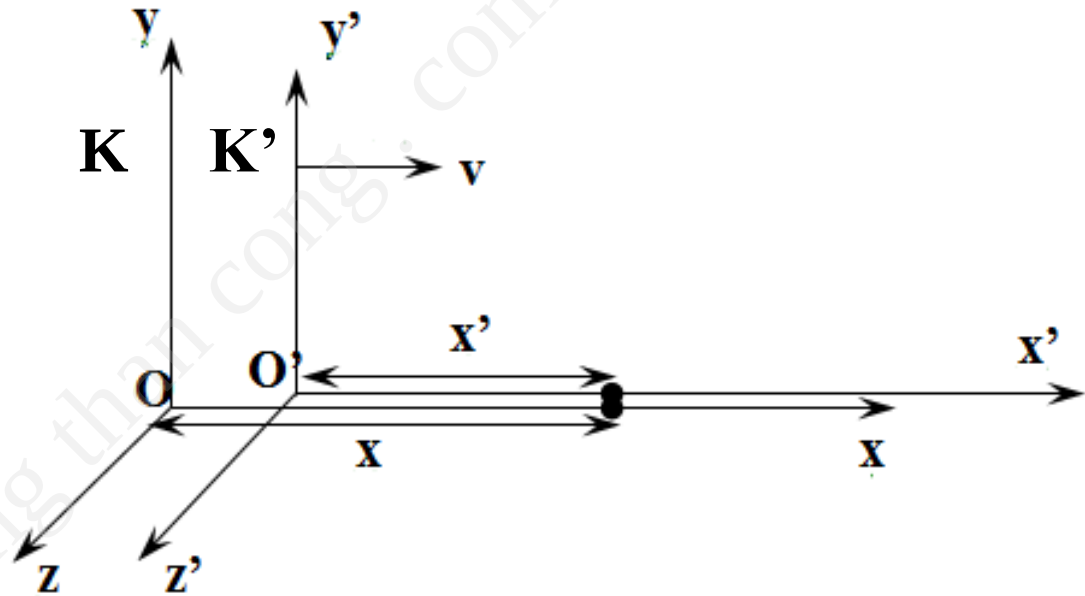


Sự mâu thuẫn của phép biến đổi Galileo với thuyết tương đối

- Xét 2 HQC quán tính K và K', trong đó K' chuyển động với vận tốc v so với K theo phương x.
- Một vật chuyển động theo phương x với vận tốc $\vec{v}'_x$ so với K'. Vậy so với K vật có vận tốc:

$$\boxed{\vec{v}_x = \vec{v}'_x + \vec{v}}$$

→ Nếu $v'_x = c$, $\vec{v}'_x$ và $\vec{v}$ cùng chiều thì $v_x > c \rightarrow$ Vô lý.



2. PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

Galileo ($v \ll c$)	Lorentz ($v \sim c$) Đặt $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
$x = x' + vt'$ $x' = x - vt$	$x = \gamma(x' + vt')$ $x' = \gamma(x - vt)$
$y = y'$ $z = z'$	$y = y'$ $z = z'$
$t = t'$	$t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2} x')$ $t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2} x)$

Galileo ($v \ll c$)	Lorentz ($v \sim c$)
$v_x = v_x' + v$ $v_x' = v_x - v$	$v_x = \frac{v_x' + v}{1 + \frac{v}{c^2} v_x'}, \quad v_x' = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} v_x}$
$v_y = v_y'$	$v_y = \frac{v_y'}{\gamma(1 + \frac{v}{c^2} v_x')}, \quad v_y' = \frac{v_y}{\gamma(1 - \frac{v}{c^2} v_x)}$
$v_z = v_z'$	$v_z = \frac{v_z'}{\gamma(1 + \frac{v}{c^2} v_x')}, \quad v_z' = \frac{v_z}{\gamma(1 - \frac{v}{c^2} v_x)}$

Lưu ý: Các đại lượng v trong công thức là hình chiếu nên có giá trị đại số.

BÀI TẬP VÍ DỤ 1

Hai hạt chuyển động ngược chiều nhau dọc theo một đường thẳng với các tốc độ $v_1 = 0,65c$ và $v_2 = 0,85c$ đối với phòng thí nghiệm, với c là vận tốc ánh sáng trong chân không. Tìm tốc độ của hạt thứ nhất đối với hạt thứ hai.

Hướng dẫn giải

- Sử dụng công thức cộng vận tốc:
$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} v'_x}$$
- Xem phòng thí nghiệm như hệ K' , hạt thứ hai như hệ K
→ Hạt thứ nhất chuyển động với vận tốc $\vec{v}_x' = \vec{v}_1$ đối với hệ K'
Hệ K' chuyển động với vận tốc $\vec{v} = -\vec{v}_2$ đối với hệ K
- Theo đề: $\vec{v}_1 \uparrow \downarrow \vec{v}_2 \rightarrow \vec{v}_x' \uparrow \uparrow \vec{v}$
- Vận tốc hạt thứ nhất đối với hệ K :
$$v_{1/2} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} \approx 0,97c$$

3. CÁC HỆ QUẢ CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

a. Tính tương đối của sự đồng thời. Quan hệ nhân quả.

Giả sử trong hệ K có 2 biến cố A và B xảy ra đồng thời vào thời điểm t tại 2 vị trí x_1 và x_2 , nghĩa là $\Delta t = t_1 - t_2 = 0$. Thời điểm xảy ra biến cố được ghi nhận trong hệ K' sẽ là:

$$t'_1 = \frac{t - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t'_2 = \frac{t - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \rightarrow \quad \Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{\frac{v}{c^2} (x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Vì $x_1 \neq x_2 \Rightarrow \Delta t' \neq 0 \rightarrow$ Sự đồng thời có tính tương đối.

Quan hệ nhân quả

- Trong hệ K: gọi biến cố A (x_1, t_1) là nguyên nhân và biến cố B (x_2, t_2) là kết quả.

$$u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \text{- vận tốc truyền tác dụng từ nguyên nhân đến kết quả}$$

- Trong hệ K':

$$\begin{aligned} t'_2 - t'_1 &= \gamma(t_2 - \frac{v}{c^2} x_2) - \gamma(t_1 - \frac{v}{c^2} x_1) = \gamma \left[(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1) \right] \\ &= \gamma \left[(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2} u(t_2 - t_1) \right] = \gamma \left(1 - \frac{v}{c^2} u \right) (t_2 - t_1) \end{aligned}$$

→ Nếu $t_2 > t_1$ thì $t'_2 > t'_1$

→ Thứ tự của các biến cố có quan hệ nhân quả không thay đổi trong mọi hệ qui chiếu quán tính.

b. Tính tương đối của không gian (Sự co lại của độ dài)

- Xét một thanh nằm yên trong hệ K' dọc theo trục x' có chiều dài:

$$l_o = x_2' - x_1'$$

- Trong hệ K thanh có chiều dài $l = x_2 - x_1$
- Từ phép biến đổi Lorentz ta có:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

→

$$l = l_o \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

→ Độ dài dọc theo phương chuyển động của thanh đo được trong hệ mà thanh chuyển động ngắn hơn độ dài của nó đo được trong hệ mà nó đứng yên.

BÀI TẬP VÍ DỤ 2

Một tam giác đều đứng yên trong có diện tích là S_0 . Trong HQC K chuyển động với vận tốc v đối với tam giác và dọc theo một trong các đường trung bình của nó, diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải

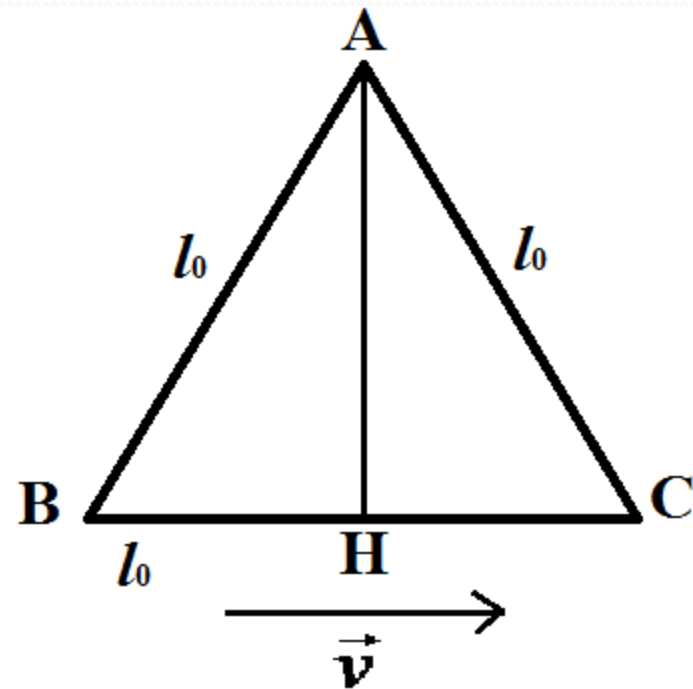
- Diện tích tam giác khi đứng yên:

$$S_0 = \frac{1}{2} AH \cdot BC$$

- Giả sử tam giác chuyển động dọc theo cạnh BC $\rightarrow$ cạnh BC bị co lại, còn đường cao AH không đổi độ dài. Diện tích S:

$$S = \frac{1}{2} AH \cdot B'C' = \frac{1}{2} AH \cdot l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\rightarrow \boxed{S = S_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



c. Tính tương đối của thời gian (Sự giãn ra của thời gian)

- Xét một biến cố xảy ra trong hệ K' từ thời điểm t'_1 đến thời điểm t'_2
Khoảng thời gian xảy ra biến cố trong hệ K' là:

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1$$

- Trong hệ K, khoảng thời gian xảy ra biến cố là:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t'$$

→ **Khoảng thời gian riêng nhỏ hơn khoảng thời gian ghi được trong hệ qui chiếu mà hạt chuyển động.**

(Thời gian riêng là thời gian đo bởi đồng hồ gắn liền với vật chuyển động)

BÀI TẬP VÍ DỤ 3

Đồng hồ trong HQC K chuyển động rất nhanh so với trái đất cứ sau 5 s (đo theo đồng hồ trên trái đất) nó bị chậm 0,1 s. Tìm vận tốc của K.

Hướng dẫn giải

- Khoảng thời gian đồng hồ trên trái đất đo được:

$$\Delta t = 5s$$

- Khoảng thời gian đồng hồ trên HQC K đo được:

$$\Delta t_0 = 4,9s$$

- Theo thuyết tương đối:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow v = 0,6 \cdot 10^8 m / s$$

d. Sự bất biến của khoảng không – thời gian

Một biến cố trong không gian 4 chiều được xác định bởi 4 tọa độ x, y, z, t và người ta định nghĩa khoảng không – thời gian giữa 2 biến cố như sau:

$$\Delta s^2 = c\Delta t^2 - (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$$

$$\Delta s^2 = \Delta s'^2$$

→ Khoảng không – thời gian là một đại lượng bất biến

4. ĐỘNG LỰC HỌC TƯƠNG ĐỐI

a. Khối lượng tương đối tính.

- Xét vật trong hệ K' có khối lượng m_0 gọi là **khối lượng nghỉ**.
- Trong hệ K vật có khối lượng:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

b. Phương trình cơ bản của chuyển động chất điểm.

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

c. Năng lượng tương đối tính.

- Năng lượng của một vật đứng yên gọi là **năng lượng nghỉ**:

$$E_o = m_o c^2$$

- Năng lượng của một vật chuyển động: $E = mc^2$

- Động lượng của vật:
$$\vec{P} = \frac{m_o \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Động năng của vật:
$$W_d = (m - m_o)c^2$$

- Liên hệ giữa P và E:
$$E^2 = m_o^2 c^4 + p^2 c^2$$

BÀI TẬP VÍ DỤ 4

Một electron chuyển động với tốc độ $v=0,5c$. Tìm tỉ số động năng và năng lượng nghỉ của electron.

Hướng dẫn giải

- Động năng electron:

$$W_d = (m - m_0)c^2 = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \right) c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

- Tỉ số động năng và năng lượng nghỉ:

$$\frac{W_d}{E_0} = \frac{m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)}{m_0 c^2} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \approx 0,155$$