

I. KHÁI NIỆM

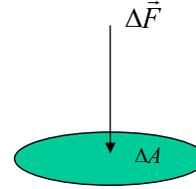
- Tĩnh tuyệt đối : cân bằng bởi duy nhất là trọng lực
- Tĩnh tương đối: cân bằng bởi nhiều lực (trọng lực , lực quán tính, lực ly tâm)

II ÁP SUẤT THỦY TĨNH

2.1 Áp suất thủy tĩnh -Định nghĩa

Áp suất thủy tĩnh trung bình: $\bar{p} = \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A}$

Áp suất thủy tĩnh tại một điểm $\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A}$



2.2 Tính chất

- Áp suất thủy tĩnh tác dụng thẳng góc với diện tích chịu lực và hướng vào diện tích ấy
- Trị số áp suất không phụ thuộc vào hướng của diện tích chịu lực

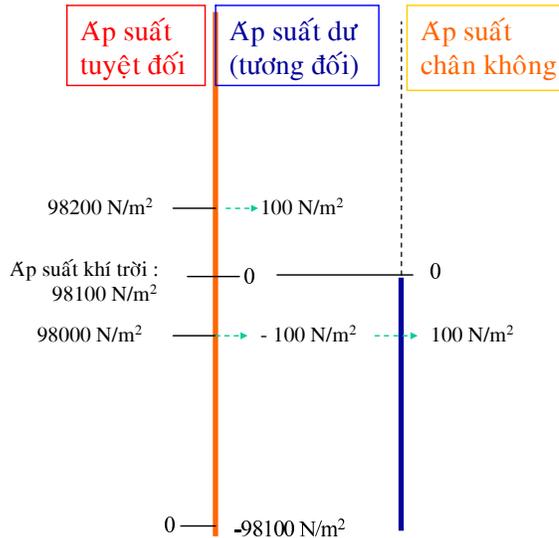
2.3 Thứ nguyên của áp suất

Thứ nguyên của áp suất $[p] = \frac{[F]}{[A]} = FL^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$

Đơn vị của áp suất: N/m² (Pa) : đơn vị chuẩn dùng để tính toán
Kgf / cm² , at , m nước, mm Hg

1 at = 1Kgf / cm² = 10m nước = 735 mm Hg = 9,81.10⁴ Pa (N/m²)

2.4 Áp suất tuyệt đối, áp suất dư và áp suất chân không.



Áp suất tuyệt đối là giá trị áp suất thật , ví dụ áp suất của không khí P_a = 98100 N/m²

Áp suất dư (áp suất tương đối) là áp suất được so sánh với áp suất khí trời

$P_d = P_{tuyệt\ đối} - p_a$

Áp suất chân không là áp suất còn thiếu cần phải thêm vào cho bằng áp suất khí trời

$P_{ck} = P_a - P_{tuyệt\ đối} = 98100\ N/m^2 - P_{tuyệt\ đối} = -P_{du}$

III. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CƠ BẢN CỦA CHẤT LỎNG CÂN BẰNG

3.1 Phương trình vi phân cơ bản:

Khối chất lỏng vi phân, cạnh dx, dy, dz , cân bằng, khối lượng riêng ρ .

Lực khối đơn vị \vec{F} (F_x, F_y, F_z)

Lực tác dụng lên khối hình hộp theo phương X là:

Lực khối: $\rho dx dy dz F_x$

Lực mặt: $p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz$

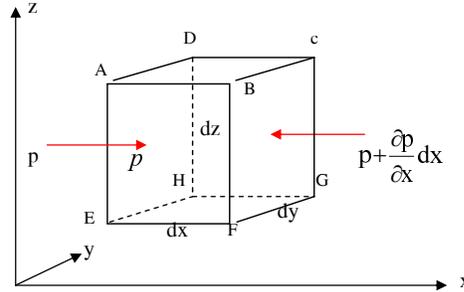
Tổng lực phương X: $\rho dx dy dz F_x + p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz = 0$

$$\rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \Rightarrow F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{phương } y \Rightarrow F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

$$\text{phương } z \Rightarrow F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.5)$$

Viết dưới dạng vector



Hình 2.2

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p = 0 \quad (2.6)$$

A. TÌNH TỤỆT ĐỐI (Trạng thái tĩnh dưới ảnh hưởng của trọng lực)

IV. PHƯƠNG TRÌNH THỦY TĨNH:

Dưới ảnh hưởng trọng lực \rightarrow lực khối theo từng phương sẽ là:

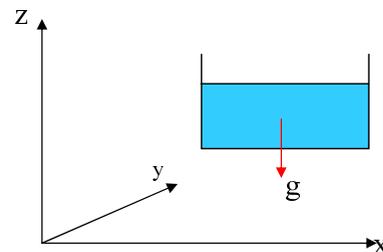
$$F_x = F_y = 0 \quad F_z = -g \quad (2.7)$$

$$\text{Thay vào } \vec{F} - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p = 0$$

$$0 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \rightarrow p = p(y, z)$$

$$0 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \rightarrow \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \rightarrow p = p(z)$$

$$-g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$



Hình 2.3

Chất lỏng, $\rightarrow p = -\rho g z + C$

không nén
 $\rho = \text{constant}$

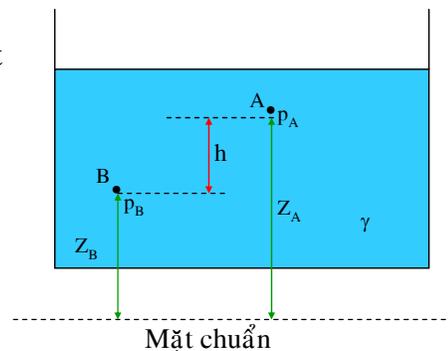
$$p + \rho g z = \text{const} \rightarrow p + \gamma z = \text{const}$$

$$\frac{p}{\gamma} + z = \text{const}$$

Áp dụng cho 2 điểm A và B:

$$p_A + \gamma z_A = p_B + \gamma z_B$$

$$\text{suy ra: } p_B = p_A + \gamma(z_A - z_B) \rightarrow p_B = p_A + \gamma h$$



Mặt chuẩn

Chất khí, nén được
 $\rho \neq \text{constant}$ $\rightarrow \frac{dp}{dz} = -\rho g$

Chất khí là khí lý tưởng: $p = \rho R T \rightarrow \rho = \frac{p}{RT}$

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{p}{RT} g \rightarrow \frac{dp}{dz} = -\frac{p}{RT} g \rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT} dz$$

Nếu nhiệt độ thay đổi theo độ cao theo độ cao: $T = T_0 - az; a > 0,$

T_0 là nhiệt độ ứng với độ cao $z=0$ (thông thường là mực nước biển yên lặng):

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R(T_0 - az)} dz$$

Tích phân

$$\ln p = \frac{g}{aR} \ln(T_0 - az) + \ln(C)$$

Gọi p_0 là áp suất ứng với $z=0$:

$$\ln p_0 = \frac{g}{aR} \ln(T_0) + \ln(C) \quad p_0 = C T_0^{\frac{g}{aR}} \Rightarrow C = \frac{p_0}{T_0^{\frac{g}{aR}}}$$

Phương trình khí tĩnh:

$$p = p_0 \left(\frac{T_0 - az}{T_0} \right)^{\frac{g}{aR}}$$

V. ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH THỦY TĨNH

5.1 Áp kế

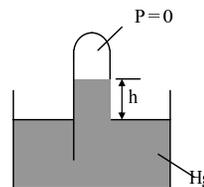
* **Áp kế tuyệt đối:** Đo áp suất tuyệt đối

$$p_a = \gamma_{Hg} h$$

* **Áp kế đo chênh.**

$$p_A + \gamma z_A = p_M + \gamma z_M$$

$$p_B + \gamma z_B = p_N + \gamma z_N$$



(a)

Hình 2.4

(b)

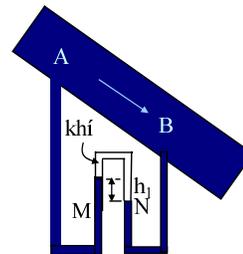
Từ (a) và (b) ta suy ra:

$$(p_A + \gamma z_A) - (p_B + \gamma z_B) = p_M - p_N + \gamma(z_M - z_N)$$

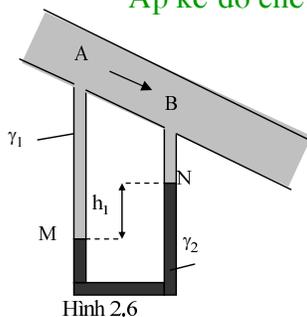
mà $p_M = p_N$

$$h = \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma} \right) - \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma} \right) = h_1$$

* **Áp kế đo chênh có 2 chất lỏng**



Hình 2.5



Hình 2.6

(a), (b), (c) ta suy ra:

$$p_A + \gamma_1 z_A = p_M + \gamma_1 z_M \quad (a)$$

$$p_B + \gamma_1 z_B = p_N + \gamma_1 z_N \quad (b)$$

$$p_M - p_N = \gamma_2 h_1 \quad (c)$$

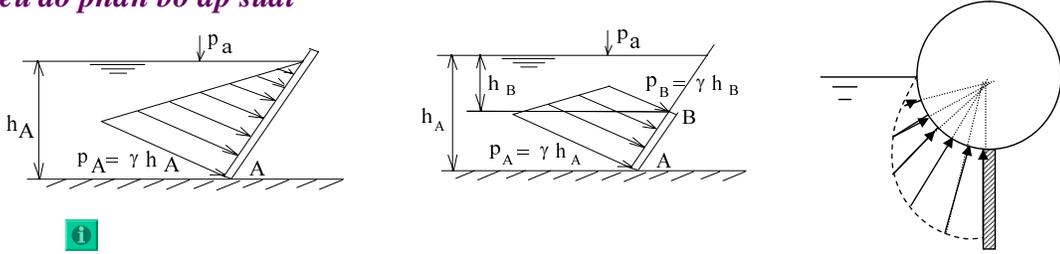
$$h = \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma} \right) - \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma} \right) = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1} h_1$$

5.2 Định luật Pascal. (1623-1662)

Khi áp suất tại một điểm trong môi trường chất lỏng thay đổi, thì tất cả mọi điểm trong môi trường đó cũng thay đổi một giá trị tương ứng

Ap dụng định luật Pascal: Nguyên lý hoạt động của con đội

5.3 Biểu đồ phân bố áp suất



Suy luận :Dùng biểu đồ phân bố áp suất xác định áp lực khi diện tích chịu lực hình chữ nhật có đáy nằm ngang:



Hình 2.8a. Áp lực trên mặt đáy $F = \gamma h (Lb)$ Hình 2.8b. Áp lực trên mặt bên $F = \gamma h^2 b/2$

Ghi chú: Áp lực tác dụng lên mặt phẳng chính là thể tích biểu đồ phân bố áp suất

VI. ÁP LỰC THỦY TÍNH

6.1 Áp lực thủy tĩnh lên một mặt phẳng

Trên diện tích vi phân

$$dF = p dA = (p_0 + \gamma h) dA = (p_0 + \gamma y \sin \alpha) dA$$

Lực tác dụng lên toàn bộ diện tích

$$F = \iint_A (p_0 + \gamma y \sin \alpha) dA = p_0 \iint_A dA + \gamma \sin \alpha \iint_A y dA$$

$$= p_0 A + \gamma \sin \alpha \iint_A y dA$$

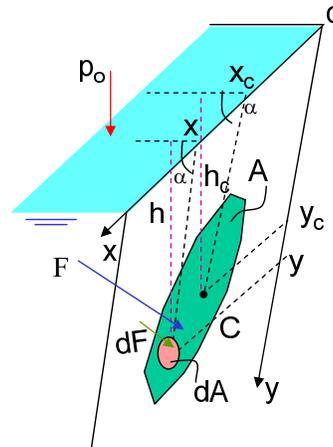
$\iint_A y dA$: moment tĩnh của diện tích A đối với trục OX

$$\iint_A y dA = y_c A$$

Do đó $F = p_0 A + \gamma \sin \alpha y_c A$

$$F = (p_0 + \gamma h_c) A$$

$$F = p_c A$$



Vậy áp lực F tác dụng lên diện tích A bằng áp suất tại trọng tâm (p_c) diện tích A nhân cho diện tích đó.

Điểm đặt : D (y_D và x_D) của F trường hợp áp suất trên mặt thoáng $p_0=0$

Xác định y_D :

- Moment của F đối với trục OX

$$M_{ox} = F \cdot y_D = (\gamma h_c A) \cdot y_D = \gamma y_c \sin \alpha A \cdot y_D \quad (2.12)$$

Ngài ra: moment của dF trên dA đối với trục OX là:

$$dM_{ox} = dF \cdot y = p dA y = (\gamma h dA) y = \gamma y^2 \sin \alpha dA$$

Vậy moment của F đối với trục OX là :

$$M_{ox} = \iint_A \gamma y^2 \sin \alpha dA = \gamma \sin \alpha \iint_A y^2 dA$$

$$I_{ox} = \iint_A y^2 dA : \text{moment quán tính của A đ/v OX}$$

$$M_{ox} = \gamma \sin \alpha I_{ox} \quad (2.13)$$

(2.12) và (2.13) : $\gamma y_c \sin \alpha A \cdot y_D = \gamma \sin \alpha I_{ox}$

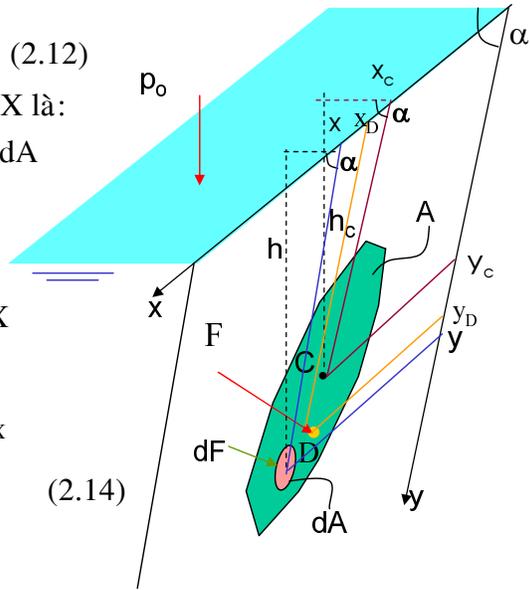
Suy ra : $y_D = \frac{I_{ox}}{y_c A}$

Moment quán tính /v trục ox có thể tính từ moment quán tính /v trục đi ngang qua trọng tâm C theo công thức

$$I_{ox} = I_c + y_c^2 A$$

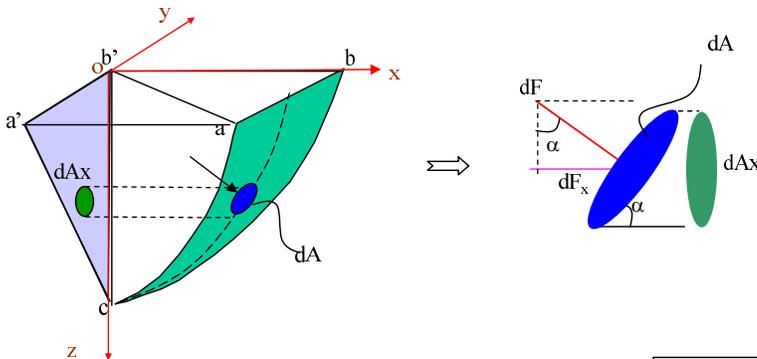
$$y_D = \frac{I_c + y_c^2 A}{y_c A} \longrightarrow y_D = y_c + \frac{I_c}{y_c A} \longrightarrow y_D - y_c = \frac{I_c}{y_c A} \quad (2.15)$$

I_c luôn luôn dương, do đó $y_D > y_c$ Nghĩa là vị trí D thấp hơn C



6.2 Áp lực chất lỏng lên mặt cong:

Xét một mặt cong abc có cạnh ab song song với trục oy



Lực tác dụng lên mặt cong tổng quát:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Trường hợp ab // oy nên $F_y = 0$, tìm F_x và F_z

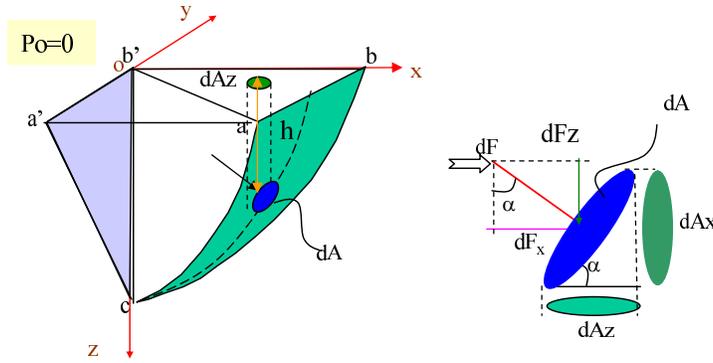
Áp lực dF trên diện tích vi phân dA : $dF = p \cdot dA$

Chiếu dF trên phương ox $dF_x = p \cdot dA \sin \alpha = p \cdot dA_x$

$$\text{Do đó } F_x = \iint_{A_x} p dA_x$$

F_x : chính là lực tác dụng lên hình chiếu của abc trên phương thẳng góc với trục ox (phương thẳng đứng) hay nói cách khác là lực trên mặt phẳng a'b'c

Tương tự, chiếu dF lên phương oz :



$$dF_z = p \cdot dA \cos \alpha = p \cdot dA_z$$

do đó
$$F_z = \iint_{A_z} p dA_z$$

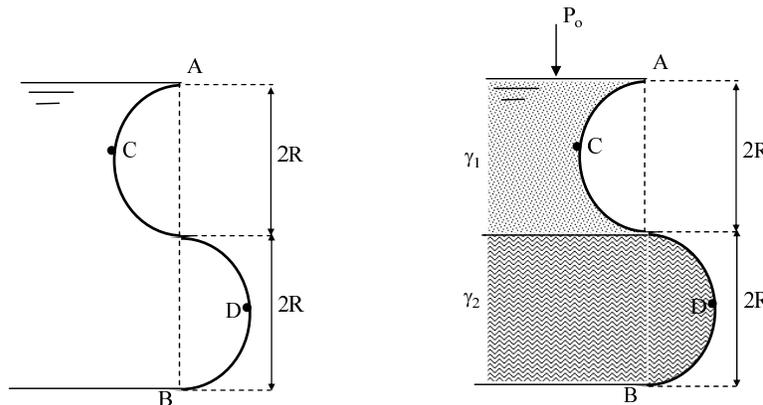
Trường hợp áp suất trên mặt thoáng bằng không và gọi h là khoảng cách thẳng đứng từ diện tích vi phân dA đến mặt thoáng thì :

$$F_z = \iint_{A_z} \gamma h dA_z = \gamma \iint_{A_z} h dA_z \quad F_z = \gamma \cdot W$$

W : được gọi là thể tích vật áp lực (thể tích $abb'c$)

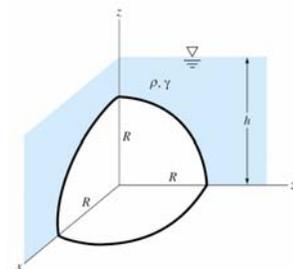
Định nghĩa VAL: Thể tích vật áp lực là thể tích giới hạn bởi mặt cong và các mặt bên thẳng đứng tựa vào mép mặt cong rồi kéo dài lên cho đến khi gặp mặt thoáng hay phần nối dài của mặt thoáng.

Thí dụ 2



(?) Xem xét trường hợp có nhiều loại chất lỏng và trên mặt thoáng không phải áp suất khí trời .

(?) Xem xét trường hợp một phần tám quả cầu trong chất lỏng, xác định F_x và F_z

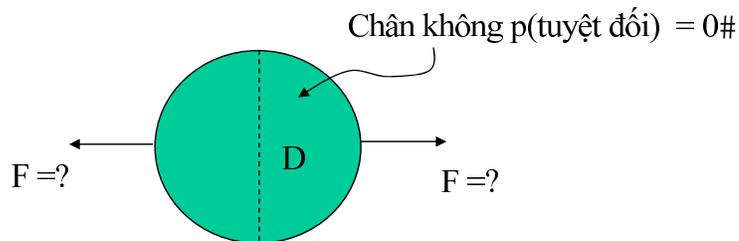


Suy luận

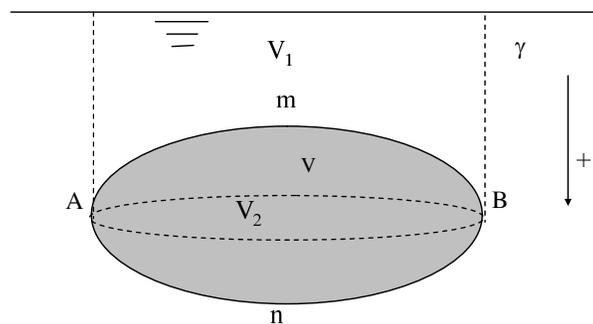
Thí nghiệm :#Otto von Guericke (8.5.1654)# tại Maydeburg, #Đức

Dùng 2#bán cầu $D = 37$ cm, #bit kín và hút khí để áp suất tuyệt đối trong quả cầu bằng không .#

Cho 2#đàn ngựa kéo vẫn không tách bán cầu ra được. #Vậy phải cần 1#lực bằng bao nhiêu để tách hai bán cầu ra (xem lực dính giữa 2#bán cầu không đáng kể)



6.3 Lực đẩy Archimède: [\(287-212 BC\)](#)

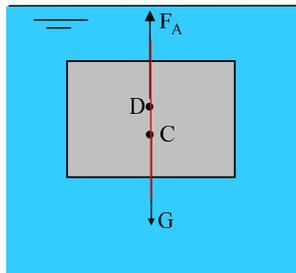


Một vật nằm trong môi trường chất lỏng sẽ bị một lực đẩy thẳng đứng từ dưới lên trên và bằng trọng lượng của chất lỏng mà vật đó chiếm chỗ.

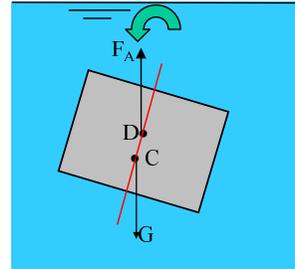
VII. SỰ CÂN BẰNG MỘT VẬT TRONG CHẤT LỎNG:

7.1 Vật ngập hoàn toàn trong chất lỏng :

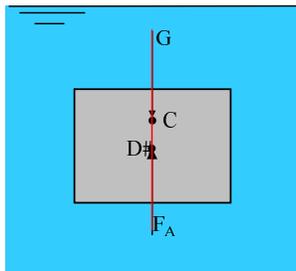
C : điểm đặt trọng lượng, D : điểm đặt lực đẩy Archimede



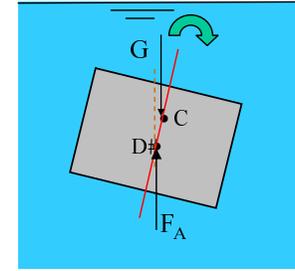
C dưới D



Cân bằng ổn định



C trên D

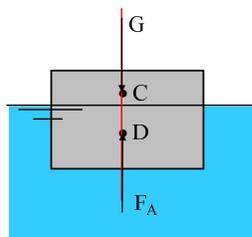


Cân bằng không ổn định

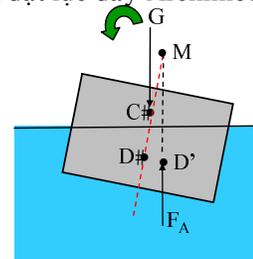
7.2 Vật ngập một phần trong chất lỏng :

C : điểm đặt trọng tâm vật

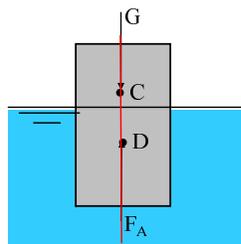
D : điểm đặt lực đẩy Archimede



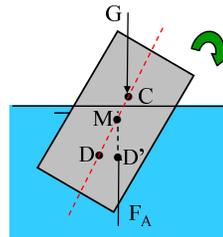
C trên D → Cân bằng ổn định



Tâm định khuynh M nằm ngoài CD



C trên D → Cân bằng không ổn định



Tâm định khuynh M nằm trong CD

MD được xác định :

$$MD = \frac{I_{yy}}{W}$$

I_{yy} : moment quán tính của mặt nổi đối với trục quay yy

W : Thể tích vật chìm trong chất lỏng

VIII. TÍNH HỌC TƯƠNG ĐỐI :

8.1- Chất lỏng trong bình chuyển động thẳng ngang với gia tốc không đổi

Xét chất lỏng chuyển động thẳng với gia tốc a , áp dụng phương trình vi phân cơ bản của chất lỏng cân bằng:

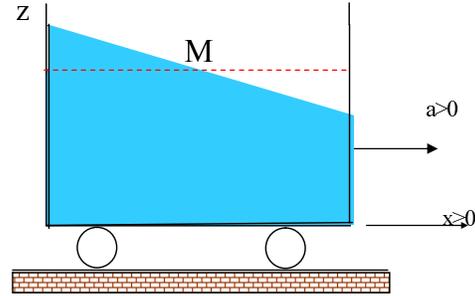
$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p = 0$$

$$-a - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a \Rightarrow p = -\rho a x + f(y, z)$$

$$0 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \Rightarrow p = -\rho a x + f(z)$$

$$-g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad \text{và từ trên} \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -\rho g \Rightarrow f = -\rho g z + C_1$$



thay f vào $p = -\rho a x - \rho g z + C_1$

Phương trình mặt đẳng áp: $dp = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = 0$

Thay các giá trị $\partial p / \partial x, \partial p / \partial y, \partial p / \partial z$ vào rút ra được $z = -\frac{a}{g} x + C_z$

Mặt đẳng áp là những mặt phẳng nghiêng song song với mặt thoáng.

Khi xe chuyển động và chất lỏng không bị tràn ra ngoài thì mặt thoáng lúc này sẽ đi ngang qua trung điểm M của mặt thoáng khi xe đứng yên

8.2 Chất lỏng trong bình chuyển động quay đều quanh trục thẳng đứng

Xét chất lỏng trong bình chuyển động quay với góc ω không đổi.

Chất lỏng cân bằng với lực khối trên các phương như sau:

$$F_x = \omega^2 x \quad F_y = \omega^2 y \quad F_z = -g$$

Thay vào phương trình cơ bản và viết lại trên tọa độ trụ có:

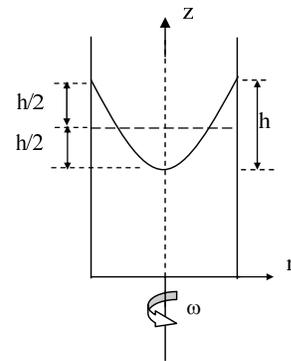
Phương trình phân bố áp suất

$$p = \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 - \rho g z + C_1$$

Phương trình mặt đẳng áp

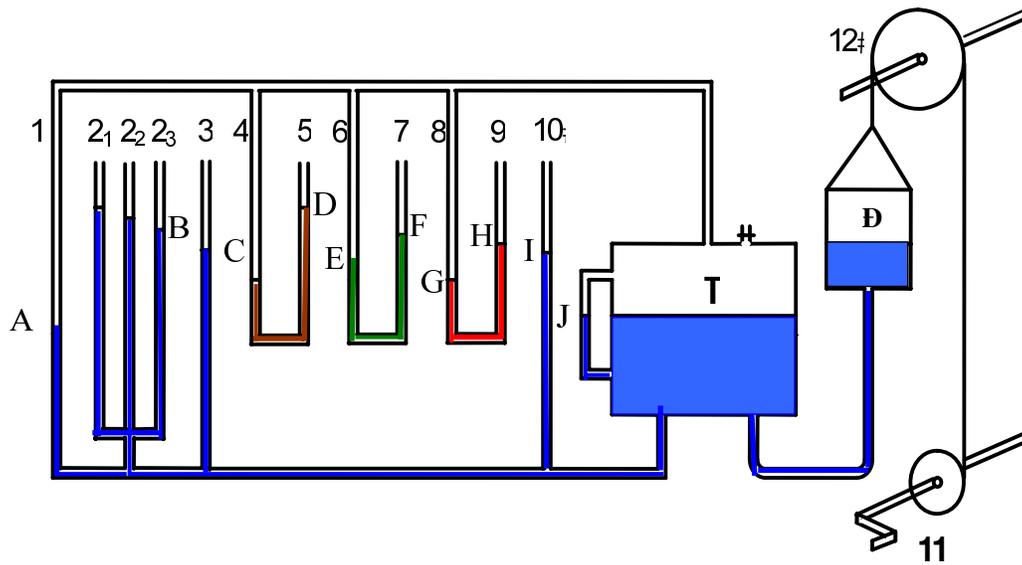
$$z = \frac{1}{2g} \omega^2 r^2 + C_2$$

Mặt đẳng áp là những mặt paraboloid tròn xoay

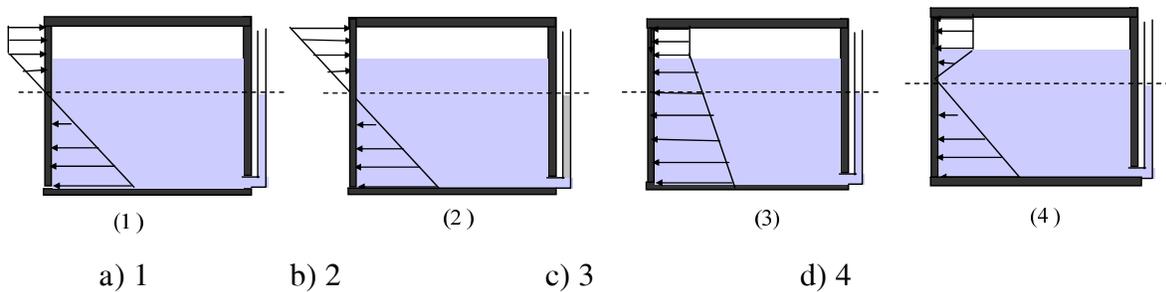


Chú ý : Do thể tích chất lỏng trong bình trước và sau khi quay bằng nhau, nên khoảng cách từ mặt thoáng chất lỏng khi bình đứng yên đến đỉnh và chân của paraboloid bằng nhau.

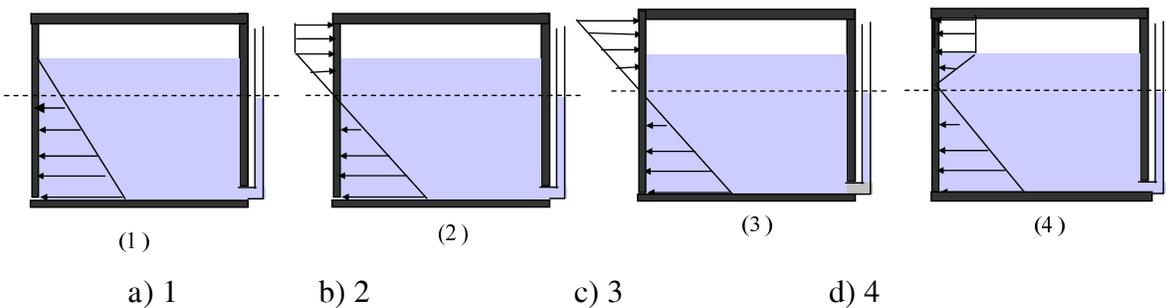
Câu 1: Hãy cho biết các áp suất nào bằng nhau trong thí nghiệm sau đây và mực chất lỏng nào ngang nhau nếu tất cả các ống đều có đường kính giống nhau



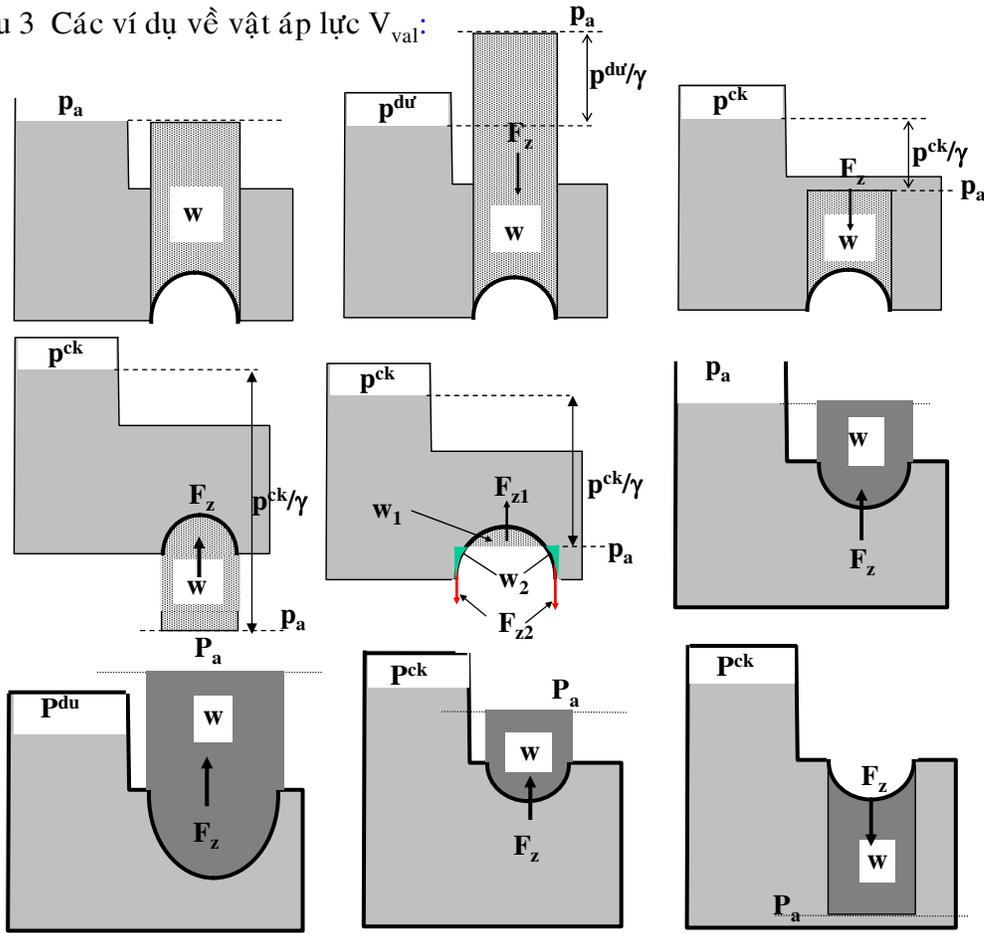
Câu 2 Hãy cho biết biểu đồ phân bố áp suất **tuyệt đối** nào sau đây là đúng:



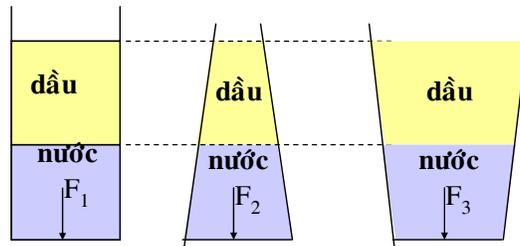
Hãy cho biết biểu đồ phân bố áp suất **đư** nào sau đây là đúng:



Câu 3 Các ví dụ về vật áp lực V_{val} :



Câu 4: Các thùng trên hình vẽ đều có đáy tròn và cùng đường kính, chứa nước và dầu. Gọi F_1 , F_2 và F_3 là lực tác dụng trên đáy thùng. Ta có :



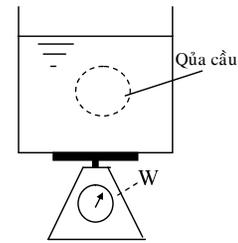
- a) $F_1 > F_2 > F_3$ b) $F_1 < F_2 < F_3$ c) $F_1 = F_2 = F_3$ d) $F_1 > F_1 = F_2$

Câu 5. Trong thí nghiệm của Toricelli ông dùng một ống nghiệm úp trên một chậu thủy ngân và hút hết không khí trong ống ra thì thấy mực thủy ngân dâng lên trong ống nghiệm 76 cm. Nếu thay thủy ngân bằng nước thì mực nước trong ống nghiệm sẽ là :

- a) Thấp hơn mực thủy ngân
 b) Cao hơn mực thủy ngân
 c) Bằng mực thủy ngân
 d) Có thể cao hơn hoặc thấp tùy thuộc vào đường kính của ống nghiệm lớn hay nhỏ.

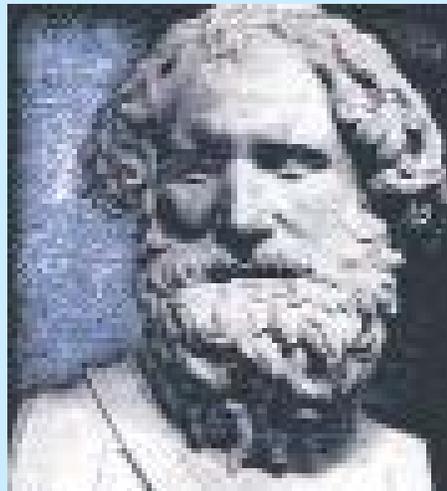
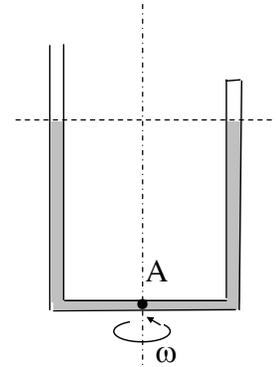
Câu 6. Một thùng nước có trọng lượng W_n và một quả cầu có trọng lượng W_c . Nếu gọi W là trị số đọc trên cân khi bỏ quả cầu vào trong nước thì

- a) $W < W_n + W_c$ khi quả cầu nổi trên mặt thoáng
- b) $W < W_n + W_c$ khi quả cầu nổi chìm lơ lửng như hình vẽ
- c) $W = W_n + W_c$ khi quả cầu chìm xuống đáy bình
- d) Cả 3 đều đúng



Câu 7: Một ống hình chữ U, một đầu bịt kín và một đầu để hở tiếp xúc với khí trời. Khi đứng yên mực nước trong bình nằm ngang như hình vẽ. Nếu bình quay tròn qua trục thẳng đứng đối xứng với vận tốc quay ω thì áp suất tại A so với lúc đứng yên sẽ là :

- a) Nhỏ hơn
- b) Lớn hơn
- c) Không đổi
- d) Chưa xác định còn phụ thuộc vào vận tốc quay ω



Archimede 287-212 BC





Pascal 1623-1662 ,#Pháp

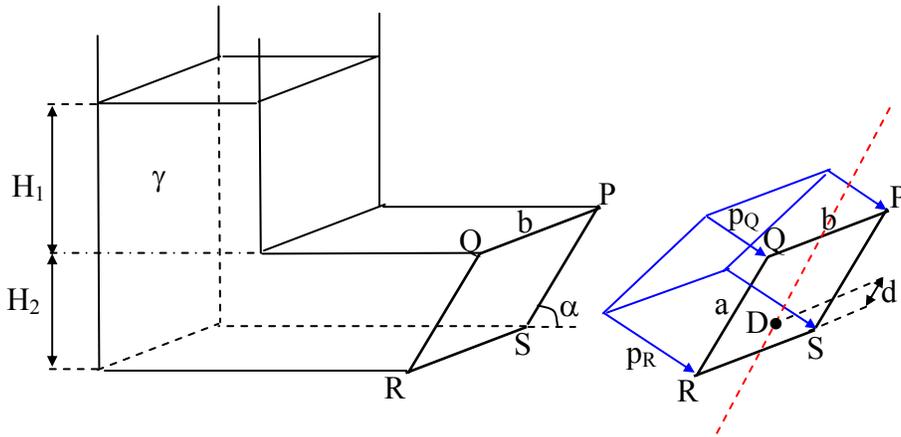


VÍ DỤ TÍNH TOÁN XÁC ĐỊNH ÁP LỰC TRÊN MẶT PHẪNG

Áp lực sinh ra do áp suất, do đó để xác định áp lực bắt buộc phải biết áp suất trên bề mặt đó. Tùy theo bài toán mà áp dụng phương pháp dùng biểu đồ phân bố áp suất hoặc dùng công thức tổng quát.

1. Khi mặt phẳng có diện tích hình chữ nhật và có cạnh song song với mặt thoáng nên sử dụng phương pháp biểu đồ phân bố áp suất để xác định lực và điểm đặt.

Thí dụ: Tìm áp lực tác dụng trên mặt hình chữ nhật PQRS cạnh a, b và nghiêng một góc như hình vẽ. Cho a, b, H_1 , H_2 và γ .



Mặt PQRS là một mặt phẳng hình chữ nhật, có cạnh PQ song song với mặt thoáng nên ta sẽ dùng phương pháp biểu đồ phân bố áp suất xác định áp lực.

Biểu đồ phân bố áp suất trên mặt PQRS như hình (b), áp suất tại P và Q là :

$$p_Q = \gamma H_1 \text{ và } p_R = \gamma(H_1 + H_2)$$

Do đó áp lực tác dụng :
$$F = \frac{p_Q + p_R}{2} ab = \frac{\gamma(2H_1 + H_2)}{2} ab$$

Điểm đặt lực D nằm trên trục đối xứng và cách đáy một đoạn d là :

$$d = \frac{2p_Q + p_R}{p_Q + p_R} \frac{a}{3} = \frac{3H_1 + H_2}{2H_1 + H_2} \frac{a}{3}$$

Ghi chú: Phương pháp dùng biểu đồ áp suất rất thuận lợi khi bài toán có nhiều yếu tố phức tạp. Như trên mặt thoáng không phải áp suất khí trời mà là áp suất p_0 và có nhiều loại chất lỏng γ_1, γ_2 như hình 2.

Cách xác định áp lực không có gì thay đổi, chỉ cần tính lại áp suất p_Q và p_R

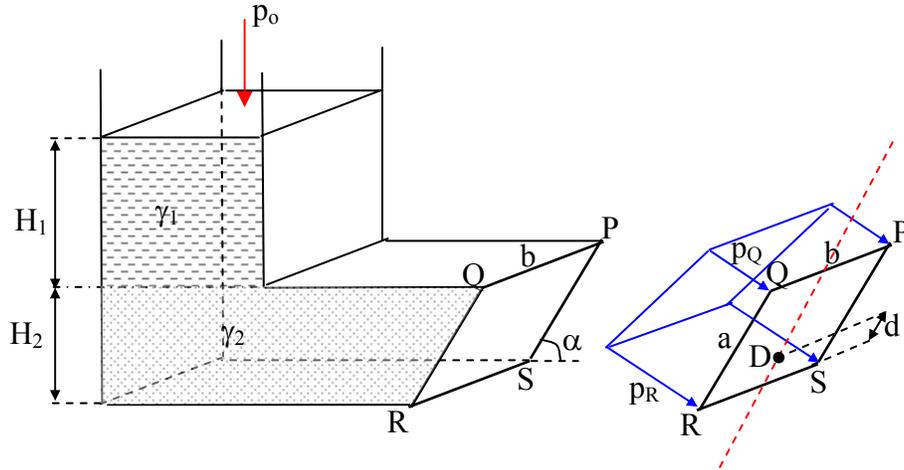
$$p_Q = p_0 + \gamma_1 H_1 \text{ và } p_R = p_0 + \gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2 \quad (\text{N/m}^2)$$

$$F = \frac{p_Q + p_R}{2} ab = \frac{2p_0 + 2\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2}{2} ab \quad (\text{N})$$

và điểm đặt D cũng xác định tương tự:

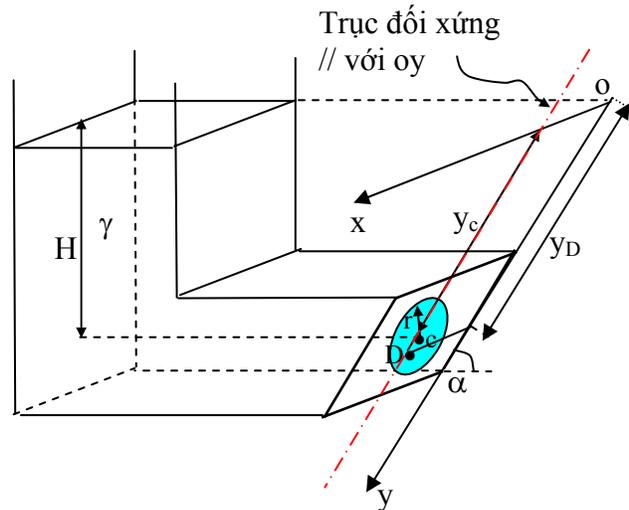
$$d = \frac{2p_Q + p_R}{p_Q + p_R} \frac{a}{3} = \frac{3p_0 + 3\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2}{2p_0 + 2\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2} \frac{a}{3} \quad (\text{m})$$

Chú ý: Các trường hợp trên đều có thể dùng công thức tổng quát để xác định áp lực và cho một kết quả như nhau.



2. Khi mặt phẳng không phải là mặt cắt hình chữ nhật hoặc là mặt cắt hình chữ nhật nhưng có cạnh *không* song song với mặt thoáng, khi đó xác định áp lực nên sử dụng công thức tổng quát.

Ví dụ: Một mặt tròn tâm \$C\$ bán kính \$r\$ nằm trên mặt phẳng nghiêng một góc \$\alpha\$ như hình vẽ. Biết khoảng cách từ tâm \$C\$ đến mặt thoáng \$H\$ và trọng lượng riêng của chất lỏng \$\gamma\$. Xác định áp lực tác dụng trên mặt tròn.



Đối với mặt phẳng hình dạng bất kỳ phải dùng công thức tổng quát để xác định áp lực.

Áp suất tại trọng tâm \$C\$ của diện tích cần tính lực, trong trường hợp này là mặt tròn bán kính \$r\$:

$$p_c = \gamma H \quad (\text{N/m}^2)$$

Áp lực tác dụng lên mặt tròn: $F = p_c A = \gamma H \cdot \pi r^2$ (N)

Để xác định điểm đặt \$D\$, cần phải xác định hệ trục tọa độ \$xoy\$. Trục \$ox\$ phải nằm ngang với mặt thoáng (áp suất bằng không) và cùng mặt phẳng chứa diện tích cần tính áp lực. Trục \$oy\$ thẳng góc với \$ox\$ và cũng nằm trong mặt phẳng chứa diện tích cần tính áp lực. Nói cách khác, mặt phẳng \$xoy\$ là mặt phẳng chứa diện tích cần tính áp lực và có trục \$ox\$ ngang với mặt thoáng.

Áp dụng công thức xác định vị trí điểm đặt \$D\$:

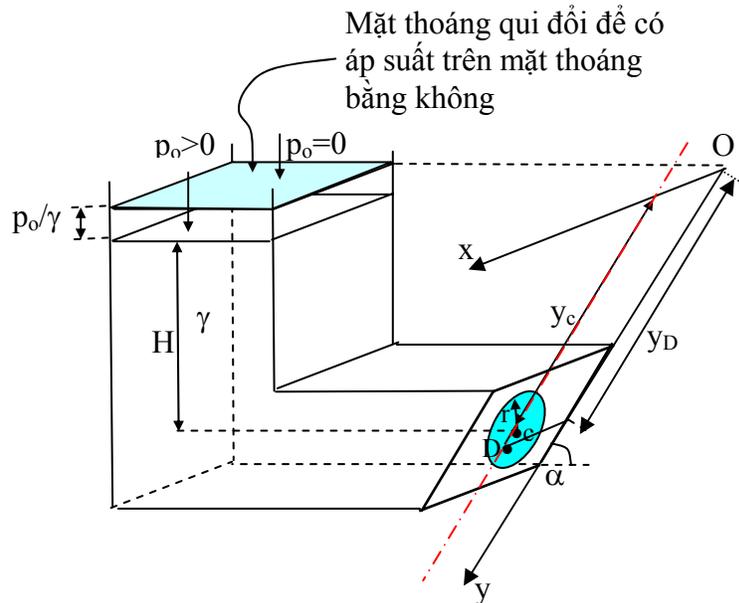
$$y_D = y_C + \frac{I_o}{y_C A} = \frac{H}{\sin \alpha} + \frac{\pi(2r)^4 / 64}{\frac{H}{\sin \alpha} \pi r^2} = \frac{H}{\sin \alpha} + \frac{r^2 \sin \alpha}{4H} \quad (m)$$

Hay điểm D nằm dưới điểm C một đoạn là :

$$y_D - y_C = \frac{I_o}{y_C A} = \frac{r^2 \sin \alpha}{4H} \quad (m)$$

Vì hình tròn có trục đối xứng song song với trục oy nên vị trí điểm D phải nằm trên trục đối xứng này, do đó dễ dàng xác định điểm vị trí D.

Chú ý: Trong trường hợp mặt thoáng có áp suất p_0 khác không, cần phải qui đổi mặt thoáng về vị trí áp suất bằng không. Khi $p_0 > 0$ tăng vị trí mặt thoáng cao thêm một đoạn p_0/γ , và khi $p_0 < 0$ giảm vị trí mặt thoáng xuống một đoạn p_0/γ . Lúc đó vị trí của trục ox và gốc O tọa độ xoy phải xác định theo vị trí mặt thoáng mới. Ví dụ trong hình sau vị trí tọa độ xoy mới và vị trí mặt thoáng qui đổi khi áp suất $p_0 > 0$.



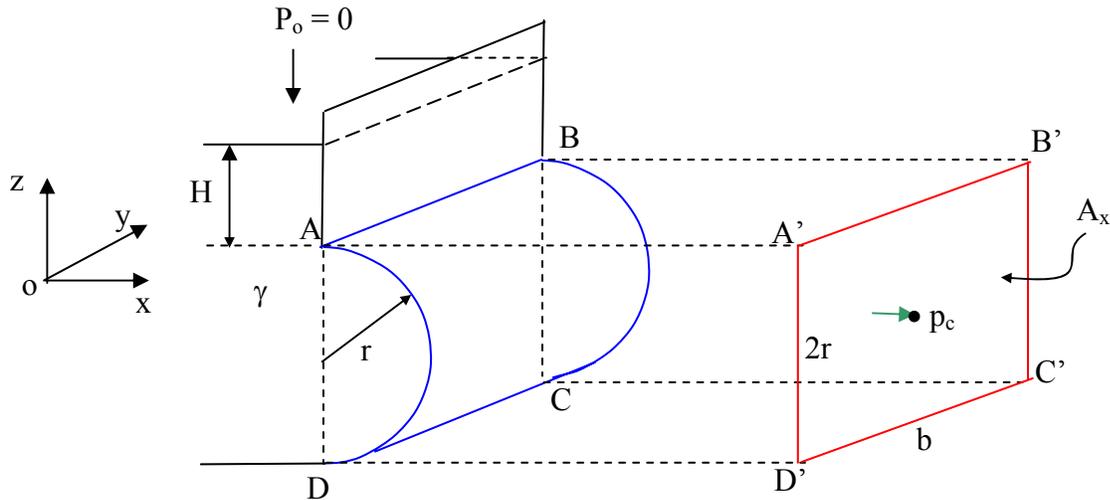
VÍ DỤ XÁC ĐỊNH ÁP LỰC TRÊN MẶT CONG

Áp lực trên mặt cong thường xác định trên 3 phương F_x , F_y và F_z , tuy nhiên thông thường các mặt cong thường gặp có đường sinh song song với trục oy nên $F_y = 0$, do đó chỉ cần xác định F_x , F_z .

F_x = Lực tác dụng lên hình chiếu của mặt cong trên phương thẳng góc với ox.

$F_z = \gamma V_{VAL}$ (V_{VAL} : thể tích vật áp lực)

Ví dụ: Xác định lực tác dụng lên mặt cong ABCD là một nửa mặt trụ bán kính r và dài b như hình vẽ. Trọng lượng riêng của chất lỏng là γ .



Mặt cong ABCD có đường sinh AB song song với trục oy nên áp lực theo phương $F_y = 0$. Chỉ cần xác định áp lực F_x và F_z .

Để xác định lực F_x cần tìm hình chiếu của mặt cong ABCD lên phương thẳng góc với ox (phương thẳng đứng). Hình chiếu của mặt cong ABCD lên phương thẳng góc với ox là mặt phẳng hình chữ nhật $A'B'C'D'$. Lực F_x chính là lực tác dụng lên hình chữ nhật này.

$$F_x = p_c \cdot A_x = \gamma (H+r) b \cdot 2r$$

Để xác định lực F_z cần phải tìm thể tích vật áp lực của mặt cong ABCD. Trên mặt cong ABCD áp suất thay đổi hướng tác dụng, từ AB đến MN áp suất hướng lên và từ MN đến CD áp suất hướng xuống dưới, do đó phải tách mặt cong ra làm 2 phần để xác định vật áp lực.

Vật áp lực mặt cong ABMN giới hạn bởi mặt cong ABMN và các mặt bên thẳng đứng tựa vào các cạnh của mặt cong AB, BN, NM, MA rồi kéo dài lên cho đến khi gặp phần nổi dài của mặt thoáng. Do đó vật áp lực mặt cong ABMN bằng diện tích mặt phẳng $A'M'MA$ nhân với b .

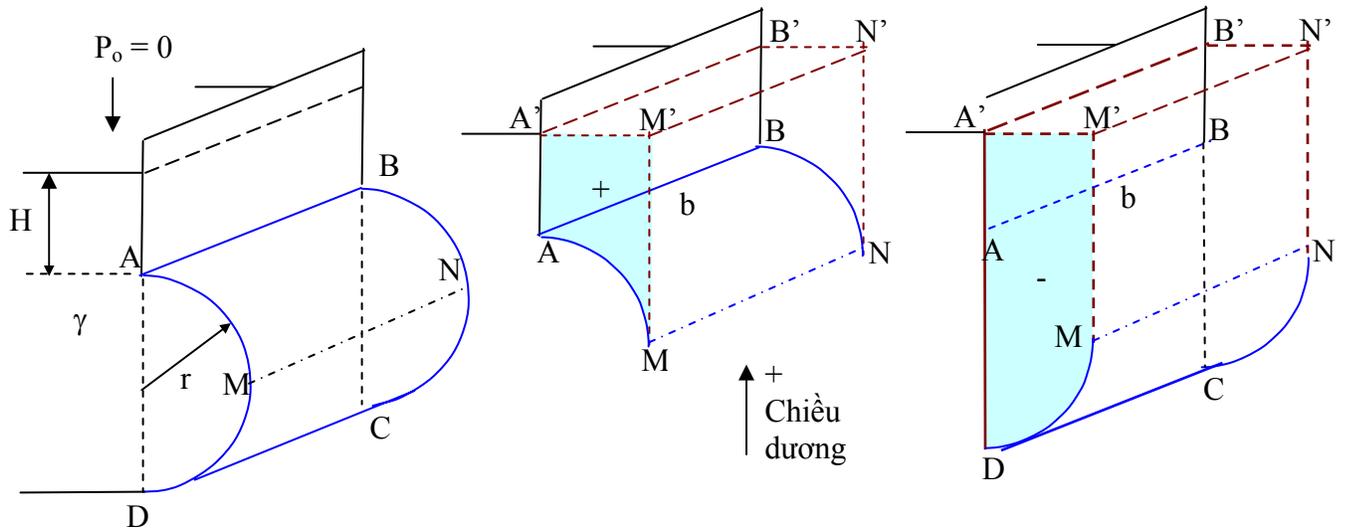
$$V_{\text{val(ABMN)}} = \text{diện tích (A'M'MA)} \cdot b$$

Nếu chọn chiều dương hướng lên thì vật áp lực của mặt cong ABMN có dấu dương vì chất lỏng ở dưới và áp suất hướng lên trên.

Tương tự vật áp lực cho mặt cong MNCD là thể tích giới hạn bởi mặt cong MNCD và các mặt bên thẳng đứng tựa vào cạnh mặt cong MN, NC, CD, DM rồi kéo dài lên cho đến khi gặp phần nổi dài của mặt thoáng. Do đó vật áp lực mặt cong MNCD bằng diện tích mặt phẳng $A'M'MD$ nhân với b .

Vì chiều dương hướng lên nên vật áp lực của mặt cong ABMN có dấu âm vì chất lỏng ở trên và áp suất hướng xuống. Do đó

$$V_{\text{val(MNCB)}} = - \text{diện tích (A'M'MD)} \cdot b$$



Tổng hợp vật áp lực cho toàn bộ mặt cong ABCD

$$V_{\text{val}} = \text{diện tích } (A'M'MA) \cdot b - \text{diện tích } (A'M'MD) \cdot b$$

$$= [\text{diện tích } (A'M'MA) - \text{diện tích } (A'M'MD)] \cdot b$$

[diện tích (A'M'MA) - diện tích (A'M'MD)] chính là diện tích nửa hình tròn AMD bán kính r.

Do đó vật áp lực cho toàn bộ mặt cong ABCD là :

$$V_{\text{val}} = -[\pi r^2 / 2] \cdot b$$

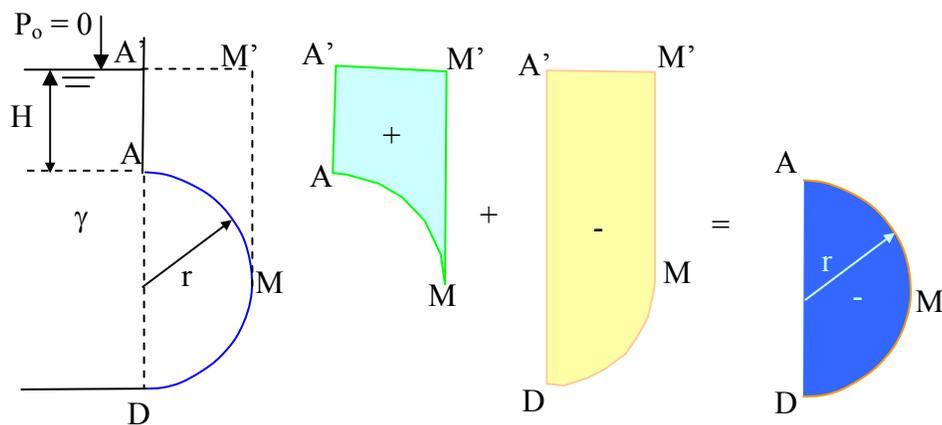
Và lực Fz : $F_z = -\gamma[\pi r^2 / 2] \cdot b$

Tổng lực tác dụng lên mặt cong:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = \gamma b \sqrt{(2r(H+r))^2 + (\pi r^2 / 2)^2}$$

Chú ý: Để dễ dàng tính toán vật áp lực, trong các trường hợp có $F_y = 0$, chỉ cần vẽ mặt cong trong mặt phẳng. Ví dụ trong trường hợp trên mặt cong ABCD được vẽ mặt đứng AMD và vật áp lực được xác định qua diện tích. Vật áp lực của mặt cong AM là (diện tích A'M'MA) x b và vật áp lực của mặt cong MD là (- diện tích A'M'MD) x b.

Vật áp lực của mặt cong AMB bằng tổng vật áp lực của mặt cong AM và MD hay chính là diện tích AMD x b = $(\pi r^2 \cdot b / 2)$.



Phương và chiều của lực tác dụng lên mặt cong chỉ có thể xác định theo từng trường hợp cụ thể. Trong ví dụ trên phương và chiều có thể xác định như sau:

Vì áp suất luôn thẳng góc với mặt cong nên áp lực cũng thẳng góc với mặt cong. Trong trường hợp này mặt cong là một nửa mặt trụ nên tổng lực F phải đi qua tâm O của mặt trụ và nghiêng một góc α được xác định bằng, $\operatorname{tg}\alpha = F_z/F_x$

