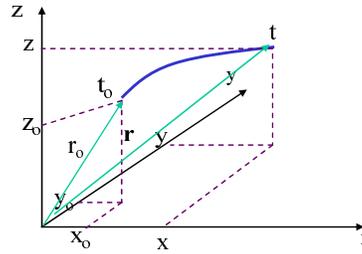


I HAI PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

1.1- Phương pháp Lagrange.

(J.L de Lagrange, nhà toán học người Pháp, 1736-1883)

Theo dõi quá trình chuyển động của các phần tử chất lỏng và những diễn biến trong quá trình di chuyển của nó.



$$\vec{r} = f(\vec{r}_0, t) \quad (3.1)$$

hay $x = x(x_0, y_0, z_0, t) \quad y = y(x_0, y_0, z_0, t) \quad z = z(x_0, y_0, z_0, t)$

Vận tốc $\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt} \rightarrow u_x = \frac{dx}{dt}; u_y = \frac{dy}{dt}; u_z = \frac{dz}{dt}$

Gia tốc $\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

$$a_x = \frac{du_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{du_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{du_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

Trong phương pháp Lagrange, các yếu tố chuyển động là một hàm có biến số là thời gian

Ví dụ : $u = at^2 + b$ (a, b là hằng số)

1.2- Phương pháp Euler. (L. Euler, nhà toán học người Thụy Sĩ, 1707-1783)

Mô tả các yếu tố dòng chảy tại từng điểm trong không gian, do đó các thông số dòng chảy là một hàm theo vị trí và thời gian

$$\vec{u} = \vec{u}(x, y, z, t)$$

và các thành phần

$$u_x = u_x(x, y, z, t) \quad u_y = u_y(x, y, z, t) \quad u_z = u_z(x, y, z, t)$$

Thí dụ : $u_x = 5x(1+t), u_y = 5y(-1+t)$

Gia tốc của chuyển động : $\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt}$

trên phương x: $a_x = u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial t}$

trên phương y: $a_y = u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial t}$

trên phương z: $a_z = u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial t}$

Gia tốc đối lưu

Gia tốc cục bộ

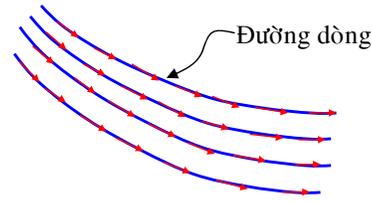
II. MỘT SỐ KHÁI NIỆM

2.1 Đường dòng : Đường cong đi qua các phần tử chất lỏng có các vector vận tốc là tiếp tuyến với đường cong đó. i

Phương trình vi phân của đường dòng

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}$$

?

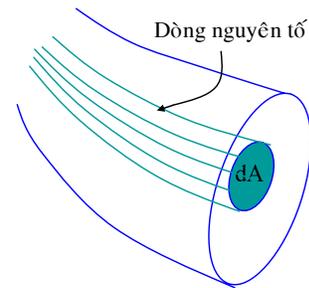


Tính chất:

- + Hai đường dòng không cắt nhau
- + Trong chuyển động ổn định, đường dòng trùng với quỹ đạo

2.2 Dòng nguyên tố :

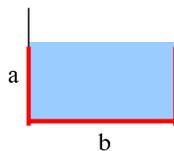
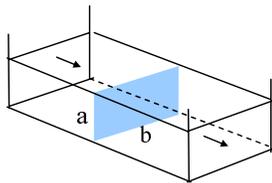
Xét diện tích dA , các đường dòng bao quanh chu vi diện tích dA tạo thành một ống dòng, chất lỏng di chuyển trong ống dòng được gọi là dòng nguyên tố



Lưu chất di chuyển trong dòng nguyên tố thì không đi ra khỏi và lưu chất bên ngoài cũng không đi vào dòng nguyên tố

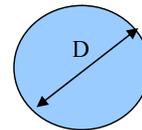
2.3 Diện tích ướt - Chu vi ướt – Bán kính thủy lực

Diện tích ướt là diện tích thẳng góc với các đường dòng và chứa chất lỏng



$$p = a + b + a = 2a + b$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{ab}{2a + b}$$



$$p = \pi D$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{\pi D^2 / 4}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

Chu vi ướt phân tiếp xúc với chất lỏng và thành rắn

Bán kính thủy lực : tỉ số giữa diện tích ướt và chu vi ướt

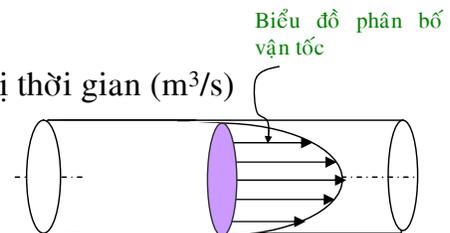
2.4 Lưu lượng

Thể tích chất lỏng đi qua mặt cắt ướt trong một đơn vị thời gian (m^3/s)

$$Q = \iint_A u dA \quad (3.5)$$

Khi lưu lượng tính theo khối lượng (kg/s)

$$Q_m = \iint_A \rho u dA$$



Nhận xét: Từ (3.5) cho thấy lưu lượng chính là thể tích của biểu đồ phân bố vận tốc

2.5 Vận tốc trung bình:

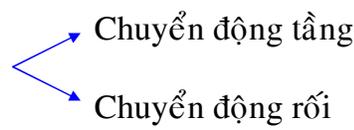
$$V = \frac{Q}{A}$$

III. PHÂN LOẠI CHUYỂN ĐỘNG

3.1 Phân loại theo ma sát:

Chuyển động chất lỏng lý tưởng, : không có ma sát

Chuyển động chất lỏng thực: có ma sát



Hệ số Reynolds

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4VR}{\nu}$$

ν : Hệ số nhớt động học

3.2 Phân loại theo thời gian:

* Chuyển động ổn định:

$$u = u(x,y,z) \quad a = a(x,y,z)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \# \quad \frac{\partial a}{\partial t} = 0 \#$$

* Chuyển động không ổn định

$$u = u(x,y,z,t) \quad a = a(x,y,z,t)$$

3.3 Phân loại theo không gian

Dòng chảy 1 D, 2D và 3D (Dimension)

IV. PHƯƠNG PHÁP THỂ TÍCH KIỂM SOÁT VÀ ĐẠO HÀM CỦA MỘT TÍCH PHÂN KHỐI

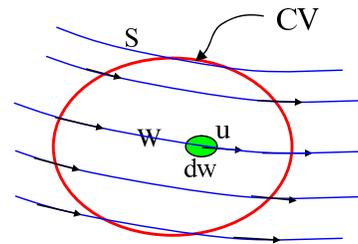
4.1. Phương pháp thể tích kiểm soát:

$$X = \iiint_W \kappa \rho dW$$

W: thể tích kiểm soát

X : Đại lượng cần nghiên cứu

K : Đại lượng đơn vị (đại lượng X trên 1 đơn vị khối lượng)



Thí dụ : Đại lượng đơn vị của khối lượng $K = 1$
 Đại lượng đơn vị của động lượng $K = \vec{u}$

4.2. Đạo hàm của một tích phân khối

$$X = \iiint_W \kappa \rho dW \quad (\text{Tích phân khối})$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\iiint_W \kappa \rho dW \right) \longrightarrow ? \quad (\text{Đạo hàm của một tích phân khối})$$

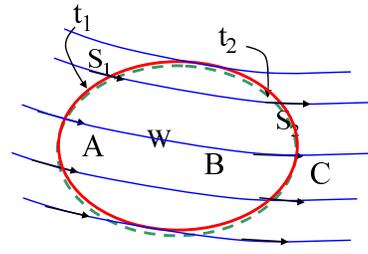
Tại thời điểm t_1 $X_{t_1} = X_{A_{t_1}} + X_{B_{t_1}}$
 Thời điểm t_2 $X_{t_2} = X_{B_{t_2}} + X_{C_{t_2}}$

Trong thời gian t , có sự biến đổi

$$\Delta X = (X_{B_{t_2}} + X_{C_{t_2}}) - (X_{A_{t_1}} + X_{B_{t_1}})$$

$$\Delta X = (X_{B_{t_2}} + X_{A_{t_2}}) - (X_{A_{t_1}} + X_{B_{t_1}}) + X_{C_{t_2}} - X_{A_{t_2}}$$

$$= X_{(A+B)_{t_2}} - X_{(A+B)_{t_1}} + X_{C_{t_2}} - X_{A_{t_2}}$$



$$\frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{X_{(A+B)_{t_2}} - X_{(A+B)_{t_1}}}{\Delta t} + \frac{X_{C_{t_2}} - X_{A_{t_2}}}{\Delta t} \quad \frac{dX}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{X_{(A+B)_{t_2}} - X_{(A+B)_{t_1}}}{\Delta t}}_{(1)} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{X_{C_{t_2}} - X_{A_{t_2}}}{\Delta t}}_{(2)} \quad (3.7)$$

Trong đó (1) $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{X_{(A+B)_{t_2}} - X_{(A+B)_{t_1}}}{\Delta t} = \frac{\partial X}{\partial t}$ (3.8)

và $X_{C_{t_2}} = \Delta t \iint_{S_2} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA$ $X_{A_{t_2}} = -\Delta t \iint_{S_1} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA$

Do đó (2) $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{X_{C_{t_2}} - X_{A_{t_2}}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t \iint_{S_2} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA + \Delta t \iint_{S_1} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA}{\Delta t} = \iint_{S_2} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA + \iint_{S_1} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA$

$$= \iint_{S_1 + S_2} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = \iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA \quad (3.9)$$

Thay (3.8), (3.9) vào (3.7)

$$\left. \frac{dX}{dt} \right|_{CV} = \left. \frac{\partial X}{\partial t} \right|_{CV} + \iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA \quad \frac{d}{dt} \iiint_W \rho dW = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_W \rho dW + \iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA \quad (3.10)$$

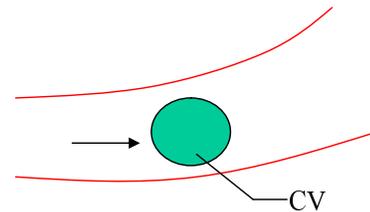
CV: thể tích kiểm soát (Control Volume) S: diện tích bao quanh thể tích kiểm soát

3.5. PHƯƠNG TRÌNH LIÊN TỤC

Bảo toàn khối lượng

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

Áp dụng phương pháp thể tích kiểm soát



$$X = \iiint_W \rho dW$$

$$m = \iiint_W \rho dW \quad \leftarrow K=1$$

$$\left. \frac{dm}{dt} \right|_{HT} = \left. \frac{\partial m}{\partial t} \right|_{CV} + \iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_W \rho dW + \iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = 0$$

$$\iiint_W \frac{\partial \rho}{\partial t} dW + \iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = 0$$

Biến đổi Gauss

$$\iiint_W \frac{\partial \rho}{\partial t} dW + \iiint_W \text{div}(\rho \vec{u}) dW = 0$$

$$\iiint_W \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) \right] dW = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{PT liên tục})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0$$

* Chất lỏng không nén được: $\text{div} \vec{u} = 0$ ($\rho = \text{const}$)

Hay
$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Trong tọa độ cực
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

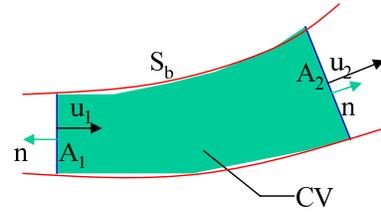
* Trường hợp lưu chất chuyển động ổn định, chọn thể tích kiểm soát bao quanh dòng chảy

$$\iiint_W \frac{\partial \rho}{\partial t} dW + \iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = 0$$

$$\iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = \iint_{A_1} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA + \iint_{A_2} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA + \iint_{S_b} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = 0$$

$$\iint_{A_1} \rho \vec{u}_1 \cdot \vec{n}_1 dA_1 + \iint_{A_2} \rho \vec{u}_2 \cdot \vec{n}_2 dA_2 = 0$$

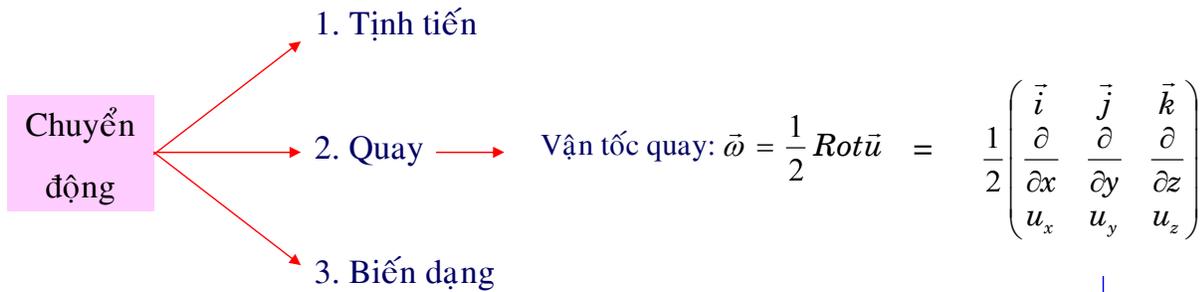
$$-Q_{m1} + Q_{m2} = 0$$



$$Q_{m1} = Q_{m2} \longrightarrow \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 = \text{Const} \quad \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = \text{Const}$$

Chất lỏng không nén được: $\rho_1 = \rho_2 = \text{Const} \longrightarrow Q_1 = Q_2 \longrightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 = \text{Const}$

3.6 PHÂN TÍCH CHUYỂN ĐỘNG CỦA LƯU CHẤT:



Một chuyển động không quay thì :

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$$

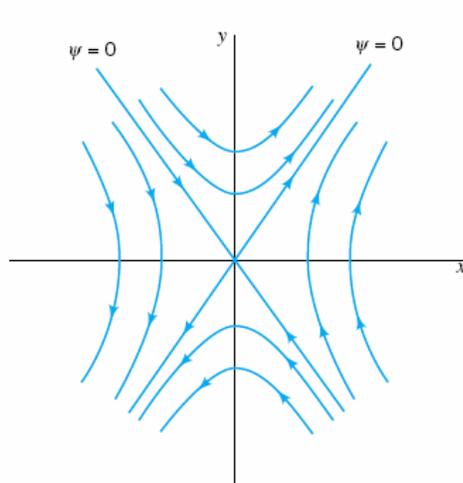
$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right)$$

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$$

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$

Thú dụ: Xác định đường dòng của một dòng chảy có : $u_x = 2y$ và $u_y = 4x$

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y}$$
$$\frac{dx}{2y} = \frac{dy}{4x}$$
$$4x dx = 2y dy$$
$$2x dx = y dy$$
$$2\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{y^2}{2} + C$$
$$2x^2 - y^2 = C$$



Đường dòng qua một xe đang chuyển động



Hãy viết các liên hệ giữa các lưu lượng

Ví dụ : $Q_3 = Q_4 + Q_6$

.....

