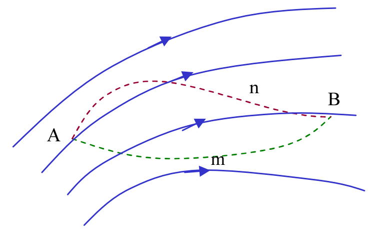
I. ĐỊNH NGHĨA THẾ LƯU:

$\int_A^B \vec{u}\,\overrightarrow{ds}$ không phụ thuộc vào đường đi từ A đến B



Để điều kiện trên thỏa mãn, cần có một hàm φ(x,y) sao cho

$$\vec{u} = \overrightarrow{grad}\,\varphi \longrightarrow \boxed{u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}} \text{ và } \boxed{u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}}$$

φ(x,y) : Hàm thế vận tốc

Ngoài ra

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} Rot(\vec{u})$$

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} Rot(\overrightarrow{grad}\,\varphi) = 0 \longrightarrow$$

Chuyển động thế là một chuyển động không quay

II. MỘT SỐ KHÁI NIỆM

1. Hàm thế vận tốc (φ):

Trong tọa độ descarde

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

Trong tọa độ cực

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r}; \quad u_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta}$$

+ Phương trình đường đẳng thế: Khi cho φ = Const => đường đẳng thế

Hàm số thế thỏa mãn Phương trình Laplace

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{PT Laplace}$$

$$\nabla^2 \varphi = \Delta \varphi = 0$$

Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

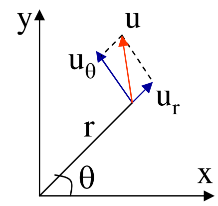
2. Hàm dòng (ψ) :

trong tọa độ Descarte

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad ; \quad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

trong tọa độ cực

$$u_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad ; \quad u_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$$



Một số tính chất của hàm dòng:

+Trong bất kỳ dòng chảy nào cũng có thể tìm được hàm dòng

Luôn luôn có $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) = 0$

So sánh với pt liên tục $\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$ $\rightarrow$ $u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ $\quad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$

Luôn tìm được ψ(x,y)

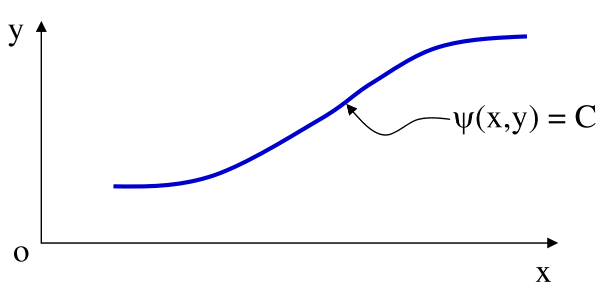
+ Trong chuyển động thế ψ thoả mãn phương trình Laplace

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

Từ $Rot(\bar{u}) = 0 \rightarrow \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

-Khi cho ψ = C thì đây chính là phương trình một đường dòng



Sự thay đổi giá trị ψ tại 2 điểm (x,y) và điểm (x+dx, y+dy) trên đường ψ = C

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x}dx + \frac{\partial \psi}{\partial y}dy$$

$$d\psi = -u_y dx + u_x dy$$

mà ψ(x,y) = C $\rightarrow$ $d\psi = 0$ $\rightarrow$ $-u_y dx + u_x dy = 0$

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} \leftarrow$$ Phương trình đường dòng

Vậy các điểm nầy thỏa mãn pt đường dòng hay nói cách khác đường ψ(x,y) = C là một đường dòng

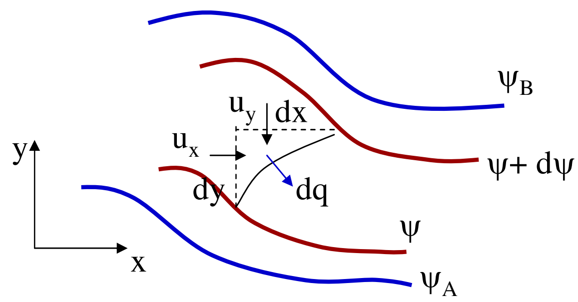
Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

+ Lưu lượng (q) đi qua giữa 2 đường dòng A,B bằng $q = \psi_B - \psi_A$

$$dq = u_x\,dy - u_y\,dx = \frac{\partial \psi}{\partial y}dy - \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)dx$$

$$= \frac{\partial \psi}{\partial y}dy + \frac{\partial \psi}{\partial x}dx$$

$$dq = d\psi$$



Như vậy $\boxed{q = \int_{\psi_A}^{\psi_b} d\psi = \psi_B - \psi_A}$

3. Mối quan hệ giữa hàm dòng và hàm thế:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$$

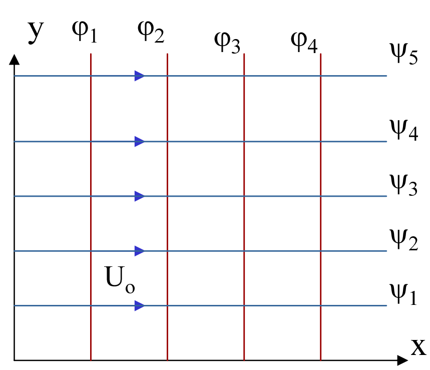
Đường dòng và các đường đẳng thế trực giao với nhau $\longrightarrow$ Lưới thủy động

II.MỘT SỐ CÁC CHUYỂN ĐỘNG THẾ ĐƠN GIẢN

1. Chuyển động đều nằm ngang

$u_x = U_o \qquad u_y = 0$

- Đây là một chuyển động thế vì $Rot\,\vec{u} = 0$



Hàm thế : φ(x,y)

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \longrightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial x} = U_0 \longrightarrow \frac{d\varphi}{dx} = U_0 \longrightarrow \varphi = U_0 x + C \longrightarrow \boxed{\varphi = U_0 x}$$

$$u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \longrightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \longrightarrow \varphi = \varphi(x)$$

Hàm dòng : ψ (x,y)

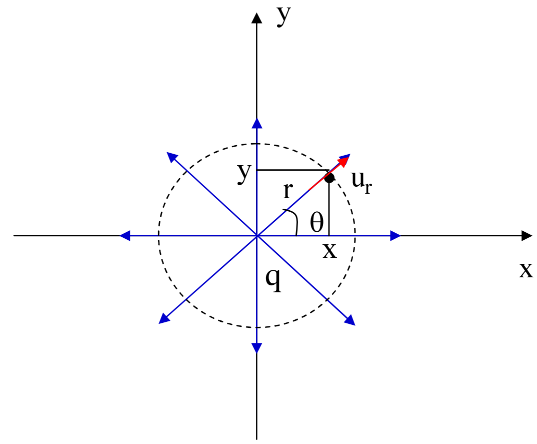
$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \longrightarrow \frac{\partial \psi}{\partial y} = U_0 \qquad \frac{d\psi}{dy} = U_0 \longrightarrow \varphi = U_o y + C \longrightarrow \boxed{\psi = U_o y}$$

$$u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \longrightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \longrightarrow \psi = \psi(y)$$

Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

2. Điểm nguồn và giếng

Xét một điểm nguồn có cường độ q (m^2/s)



Từ phương trình liên tục

$$u_r = \frac{q}{2\pi r} \qquad u_\theta = 0$$

$$u_x = u_r \cos\theta = \frac{q}{2\pi r}\cos\theta = \frac{q}{2\pi r}\frac{x}{r} = \frac{q}{2\pi}\frac{x}{\left(x^2+y^2\right)}$$

$$u_y = u_r \sin\theta = \frac{q}{2\pi r}\sin\theta = \frac{q}{2\pi r}\frac{y}{r} = \frac{q}{2\pi}\frac{y}{\left(x^2+y^2\right)}$$

$\text{Rot}\,\vec{u} = 0 \longrightarrow$ Về nhà ??

Hàm thế : Trong tọa độ cực $\varphi(r,\theta)$

$$u_r = \frac{\partial\varphi}{\partial r} \longrightarrow \frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{q}{2\pi r} \longrightarrow \frac{d\varphi}{dr} = \frac{q}{2\pi r} \longrightarrow \varphi = \frac{q}{2\pi}Lnr + C \longrightarrow \boxed{\varphi = \frac{q}{2\pi}\text{Ln}\, r}$$

$$u_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} \longrightarrow \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = 0 \longrightarrow \varphi = \varphi(r)$$

Trong tọa độ descarte $\boxed{\varphi = \frac{q}{4\pi}\text{Ln}\left(x^2+y^2\right)}$

Hàm dòng: Trong tọa độ cực $\psi(r,\theta)$

$$\boxed{\psi = \frac{q}{2\pi}\theta} \qquad \boxed{\psi = \frac{q}{2\pi}\text{ac}\tan\frac{y}{x}}$$

(Trong tọa độ descarte)

Lưới thủy động:

Đường thế : $\varphi = \frac{q}{2\pi}\text{Ln}\, r$

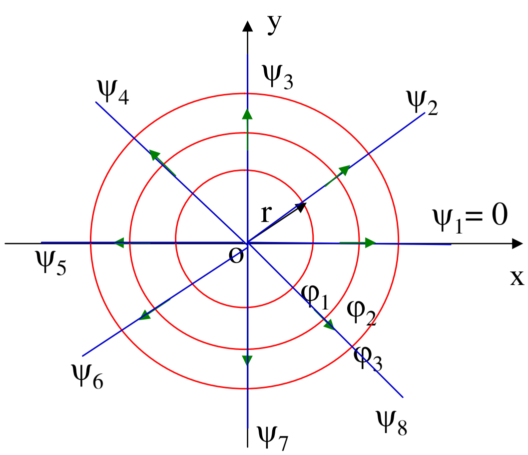
$$\varphi_1 = \frac{q}{2\pi}\text{Ln}\, r \longrightarrow r = e^{\frac{2\pi\varphi_1}{q}} \longleftarrow$$

Phương trình vòng tròn tâm O bán kính

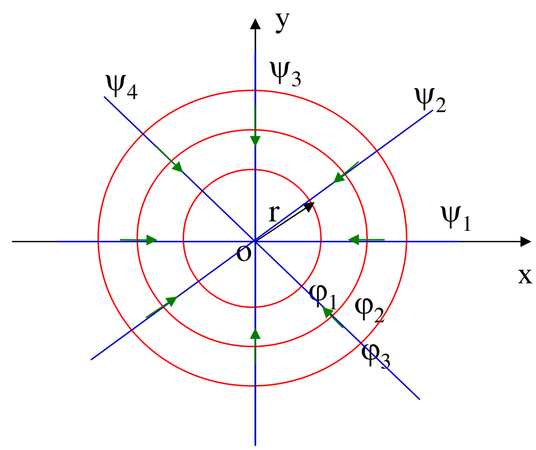
Đường dòng : $\psi = \frac{q}{2\pi}\theta$

$$\psi_1 = \frac{q}{2\pi}\theta \longrightarrow \theta = \frac{2\pi\psi_1}{q} \longleftarrow$$

Phương trình đường thẳng qua tâm nghiêng một góc θ



Điểm nguồn

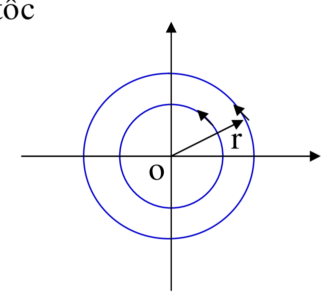


Điểm hút : tương tự điểm nguồn thay -q $\quad \varphi = -\frac{q}{2\pi}Lnr \qquad \psi = \frac{-q}{2\pi}\theta$

Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

3. Xoáy tự do

Dòng chảy trên những đường tròn đồng tâm, có vận tốc



$$u_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \qquad u_r = 0$$

Γ : lưu số vận tốc (hằng số)

- Đây là một chuyển động thế

- Hàm thế:

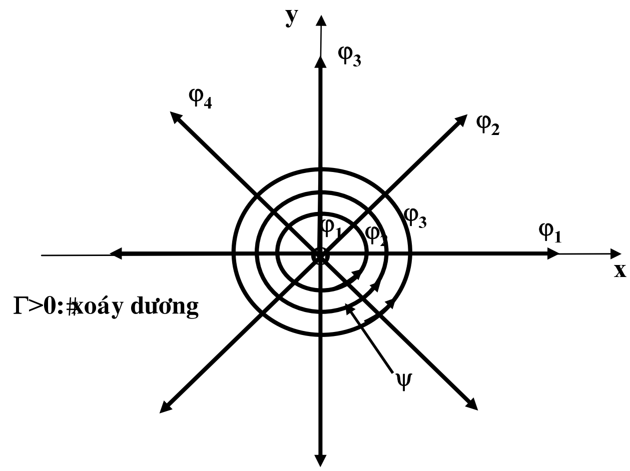
Tọa độ cực $\varphi = \dfrac{\Gamma}{2\pi}\theta$

Tọa độ Descarte $\varphi = \dfrac{\Gamma}{2\pi} arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)$

- Hàm dòng :

Tọa độ cực $\psi = \dfrac{-\Gamma}{2\pi} ln(r)$

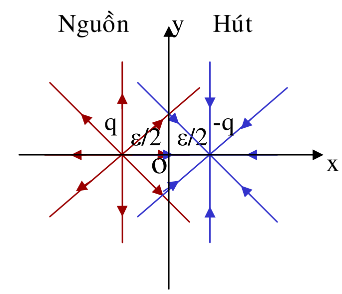
Tọa độ Descarte $\psi = \dfrac{-\Gamma}{4\pi} ln(x^2 + y^2)$



Ghi chú:
$\Gamma>0$: xoáy dương ngược chiều kim đồng hồ; $\Gamma<0$: xoáy âm thuận chiều kim đồng hồ;

4. Lưỡng cực:

- Điểm nguồn + hút có cùng lưu lượng q đặt cách nhau một đoạn ε vô cùng nhỏ trên trục hoành



- Hàm thế $\varphi = \varphi_N + \varphi_H$

Với điểm nguồn và điểm hút nằm ở tâm

$$\varphi_N = \frac{q}{4\pi} Ln\left(x^2 + y^2\right) \qquad \varphi_H = \frac{-q}{4\pi} Ln\left(x^2 + y^2\right)$$

Đổi trục
$$\varphi_N = \frac{q}{4\pi} Ln\left((x+\varepsilon/2)^2 + y^2\right) \qquad \varphi_H = \frac{-q}{4\pi} Ln\left((x-\varepsilon/2)^2 + y^2\right)$$

$$\varphi = \varphi_n + \varphi_h = \frac{q}{4\pi}\left[ln\left(\left(x+\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + y^2\right) - ln\left(\left(x-\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + y^2\right)\right] = \frac{q}{4\pi} ln\left[\frac{\left(x+\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + y^2}{\left(x-\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + y^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi} ln\left[\frac{x^2 + x\varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{4} + y^2}{x^2 - x\varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{4} + y^2}\right] = \frac{q}{4\pi} \ln\left[\frac{x^2 + x\varepsilon + y^2}{x^2 - x\varepsilon + y^2}\right] = \frac{q}{4\pi} ln\left[\frac{x^2 - x\varepsilon + x\varepsilon + x\varepsilon + y^2}{x^2 - x\varepsilon + y^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi} ln\left[\frac{x^2 - x\varepsilon + y^2 + 2x\varepsilon}{x^2 - x\varepsilon + y^2}\right] = \frac{q}{4\pi} ln\left[1 + \frac{2x\varepsilon}{x^2 - x\varepsilon + y^2}\right]$$

Mà: $\ln(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 - \ldots$ $\longrightarrow$ $\varphi = \dfrac{q}{4\pi}\left[\dfrac{2x\varepsilon}{x^2 - x\varepsilon + y^2}\right]$

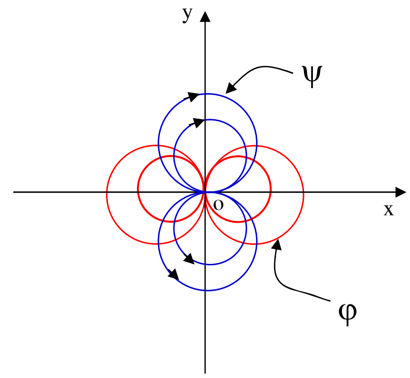
Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

Lưỡng cực được định nghĩa

- Khi $\varepsilon \to 0$ thì $\varepsilon q \to m_0$ (m_0: cường độ của lưỡng cực)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi}\left[\frac{2x\varepsilon}{x^2 - x\varepsilon + y^2}\right] \xrightarrow{\text{Lưỡng cực}} \varphi = \lim_{\varepsilon \to 0}\frac{q}{4\pi}\left[\frac{2x\varepsilon}{x^2 - x\varepsilon + y^2}\right]$$

$$\varphi = \frac{m_0}{2\pi}\left[\frac{x}{x^2+y^2}\right]$$



Trong tọa độ cực

$$\varphi = \frac{m_0 \cos\theta}{2\pi r}$$

- Hàm dòng : Tương tự có

$$\psi = \frac{-m_0}{2\pi}\frac{y}{x^2+y^2}$$

Trong tọa độ cực

$$\psi = -\frac{m_0 \sin\theta}{2\pi r}$$

III CHỒNG CHẬP CÁC CHUYỂN ĐỘNG THẾ

Các thế lưu đều thỏa mãn pt Laplace $\longrightarrow$ Chồng chập chuyển động thế sẽ cho ra một chuyển động thế

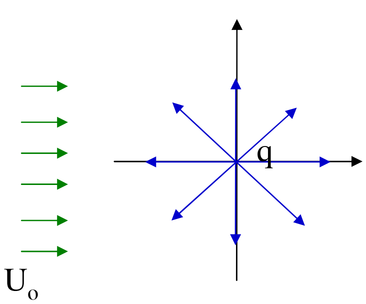
1. Chuyển động qua nửa cố thể

Hàm thế vận tốc

Dòng đều + nguồn $\longrightarrow$

$\varphi = \varphi_u + \varphi_s = U_o x + \frac{q}{4\pi}Ln(x^2+y^2)$ (Tọa độ descartes)

$\varphi = \varphi_u + \varphi_s = U_o r\cos\theta + \frac{q}{2\pi}Lnr$ (Tọa độ cực)



Hàm dòng

$\psi = \psi_u + \psi_s = U_o y + \frac{q}{2\pi}\arctan(\frac{y}{x})$ (Tọa độ descartes)

$\psi = \psi_u + \psi_s = U_o r\sin\theta + \frac{q}{2\pi}\theta$ (Tọa cực)

Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

Thành phần vận tốc

$$\varphi = U_o r\cos\theta + \frac{q}{2\pi}Lnr \rightarrow \begin{cases} u_r = \dfrac{\partial\varphi}{\partial r} = U_o\cos\theta + \dfrac{q}{2\pi r} \\ u_\theta = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\varphi}{\partial\theta} = -\dfrac{1}{r}\left(U_o r\sin\theta\right) = -U_o\sin\theta \end{cases}$$

Điểm dừng (u = 0) → Những điểm trên trên trục x : $u_\theta = 0$

($u_r = 0$ và $u_\theta = 0$) và $u_r = 0$ khi $-U_o + \dfrac{q}{2\pi r} = 0 \rightarrow U_o = \dfrac{q}{2\pi r}$

$\rightarrow r = \dfrac{q}{2\pi U_o}$

Điểm dừng S $\left(\dfrac{q}{2\pi U_o}, \pi\right)$

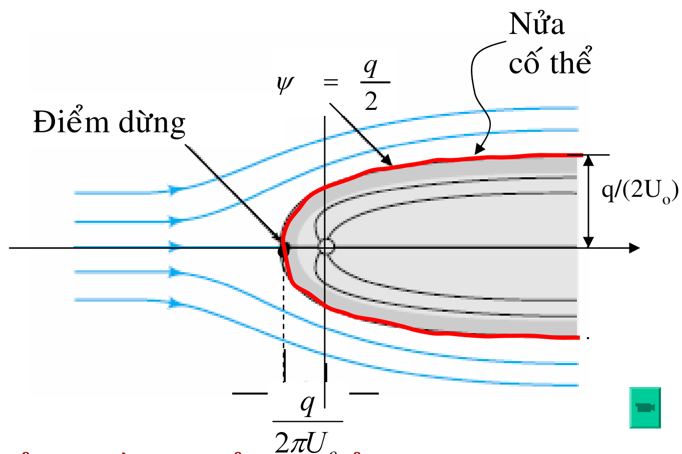
Phương trình đường dòng đi ngang qua điểm dừng S

$$\psi = U_o r\sin\theta + \frac{q}{2\pi}\theta$$

$$\rightarrow \psi = \frac{q}{2\pi}\pi = \frac{q}{2}$$

$$\rightarrow U_o r\sin\theta + \frac{q}{2\pi}\theta = \frac{q}{2}$$

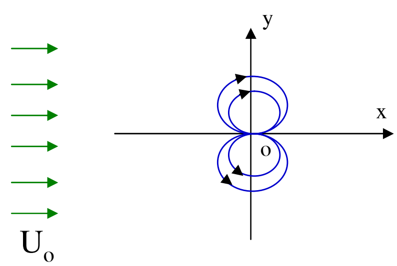
$$\rightarrow r = \frac{q}{2\pi U_0}\left(\frac{\pi-\theta}{\sin\theta}\right)$$



Kết hợp một chuyển động đều và một điểm nguồn có thể dùng để mô tả dòng chảy bao quanh nửa cố thể

2. Chuyển động bao quanh trụ tròn

Dòng đều (U_0) + Lưỡng cực (m_0) →



Hàm thế vận tốc

Tọa độ descartes

$$\varphi = \varphi_u + \varphi_d = U_o x + \frac{m_0}{2\pi}\left[\frac{x}{x^2+y^2}\right]$$

Tọa độ cực

$$\varphi = \varphi_u + \varphi_d = U_0 r\cos\theta + \frac{m_0\cos\theta}{2\pi r}$$

$$= \cos\theta\left(U_0 r + \frac{m_0}{2\pi r}\right)$$

Hàm dòng

Tọa độ descartes

$$\psi = \psi_u + \psi_d = U_0 y - \frac{m_0}{2\pi}\frac{y}{x^2+y^2}$$

Tọa độ cực

$$\psi = \psi_u + \psi_d = U_0 r\sin\theta - \frac{m_0\sin\theta}{2\pi r}$$

$$= \sin\theta\left(U_0 r - \frac{m_0}{2\pi r}\right)$$

Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

Từ hàm dòng $\longrightarrow$ Đường dòng

$$\psi = \sin\theta\left(U_0 r - \frac{m_0}{2\pi r}\right)$$

Đường dòng với $\psi = 0$

$\psi = 0 \quad \longrightarrow \quad \sin\theta\left(U_0 r - \frac{m_0}{2\pi r}\right) = 0$

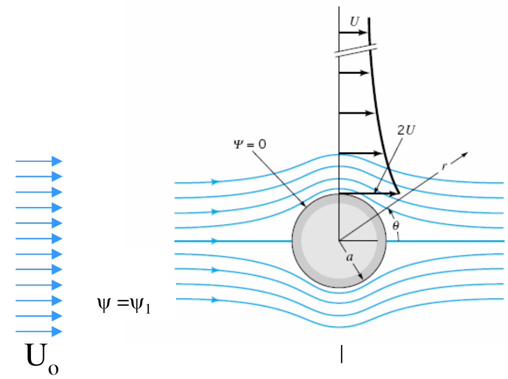
$\sin\theta = 0 \rightarrow \theta = k\pi$ or $\left(U_0 r - \frac{m_0}{2\pi r}\right) = 0$

$$r = \sqrt{\frac{m_0}{2\pi U_0}}$$

Đường dòng là 1 vòng tròn tâm O bán kính r

Các đường dòng $\psi = \psi_1$, $\psi = \psi_2$, ... Có dạng nhu trên hình vẽ

Như vậy dòng chảy bao quanh trụ tròn bán kính r_0 có hàm thế vận tốc và hàm dòng



Một dòng đều kết hợp với một lưỡng cực có thể dùng để mô tả dòng chảy bao quanh một trụ tròn

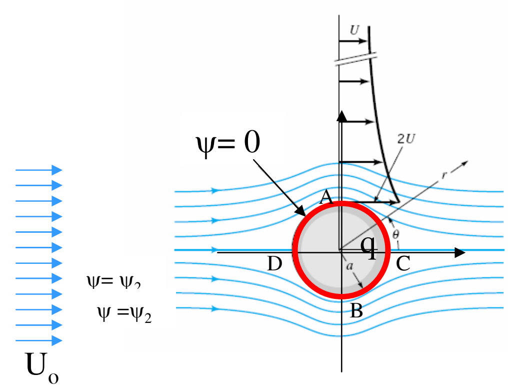
Nếu trụ tròn có bán kính r_o thì lưỡng cực có cường độ m_o là

$$r = \sqrt{\frac{m_0}{2\pi U_0}} \longrightarrow m_0 = 2\pi U_0 r_0^2$$

$$\varphi = U_o r\cos\theta\left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) \qquad \psi = U_o r\sin\theta\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right)$$

Thành phần vận tốc

$$\varphi = U_o r\cos\theta\left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right)$$
$$= U_o\cos\theta\left(r + \frac{r_0^2}{r}\right)$$
$$u_r = \frac{\partial\varphi}{\partial r} = U_o\cos\theta\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right)$$
$$u_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = -\frac{1}{r}U_0\sin\theta\left(r + \frac{r_0^2}{r}\right)$$
$$= -U_0\sin\theta\left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right)$$



Trên bề mặt hình trụ ($r = r_0$)

$u_r = 0$ and $u_\theta = -2U_0\sin\theta$

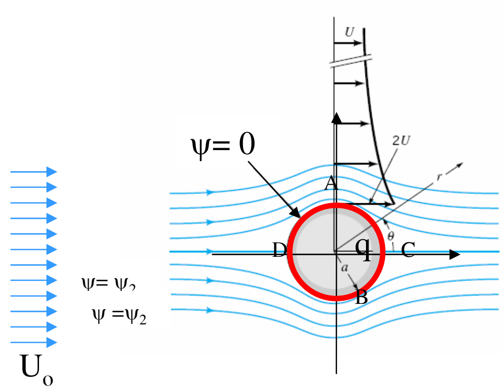
Vận tốc cực đại A and B ($\theta = \pm\pi/2$) $\quad u_{\theta A} = -2U_0 \quad u_{\theta B} = 2U_0$

Điểm dừng C và D ($\theta = 0, \pi$) $\quad u_{\theta C} = u_{\theta D} = 0$

Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

Áp suất phân bố trên mặt trụ

Xét một điểm ở xa mặt trụ có vận tốc U_o, áp suất p_0 and và một điểm trên mặt trụ vận tốc u_s, áp suất p_s



Áp dụng pt Bernoulli

$$\frac{U_0^2}{2}+\frac{p_0}{\rho}+\cancel{gz_0}=\frac{u_s^2}{2}+\frac{p_S}{\rho}+\cancel{gz_s}$$

Bỏ qua sự thay đổi (z) và thay u_S

$$\frac{U_0^2}{2}+\frac{p_0}{\rho}=\frac{(-2U_0\sin\theta)^2}{2}+\frac{p_S}{\rho}$$

$$\rightarrow \quad p_S=p_0+\frac{1}{2}\rho U_0^2\left(1-4\sin^2\theta\right)$$

Nếu p_0 là áp suất khí trời p_o= 0

$$p_S=\frac{1}{2}\rho U_0^2\left(1-4\sin^2\theta\right)$$

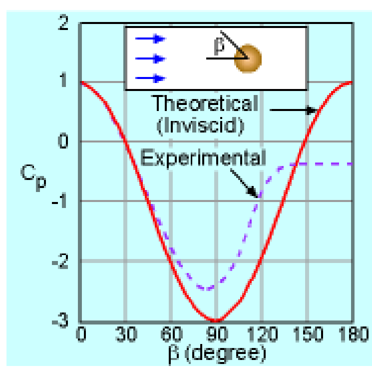
Áp suất cực đại tại C và D $\quad p_C=p_D=\frac{1}{2}\rho U_0^2$

Áp suất cực tiểu tại A và B $\quad p_A=p_B=-\frac{3}{2}\rho U_0^2$

Áp suất phân bố trên mặt trụ

$$p_S-p_0=\frac{1}{2}\rho U_0^2\left(1-4\sin^2\theta\right)$$

$$p_S-p_0=C_p\frac{1}{2}\rho U_0^2$$



Dòng chảy thế

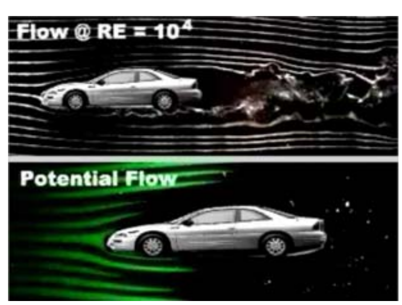
$$C_p=\left(1-4\sin^2\theta\right)$$

→ Đường màu đỏ , đối xứng

Dòng chảy có quay

→ Cp không đối xứng , thí nghiệm cho đường màu xanh

Quan sát dòng chảy thế và dòng chảy có quay qua một xe đang chuyển động

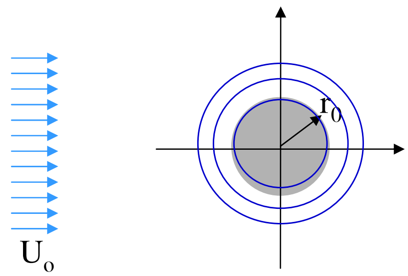


Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

3. Dòng chảy bao quanh trụ tròn với một xoáy tự do

Dòng chảy bao quanh trụ tròn r_0

$$\varphi_C = U_o r\cos\theta\left(1+\frac{r_0^2}{r^2}\right) \qquad \psi_C = u_o r\sin\theta\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right)$$



Xoáy tự do : $\varphi_V = \dfrac{\Gamma}{2\pi}\theta \qquad \psi_V = \dfrac{-\Gamma}{2\pi}\ln(r)$

Dòng chảy bao quanh trụ tròn + Xoáy tự do

Hàm thế vận tốc

$$\varphi = \varphi_C + \varphi_V = U_o r\cos\theta\left(1+\frac{r_0^2}{r^2}\right)+\frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$

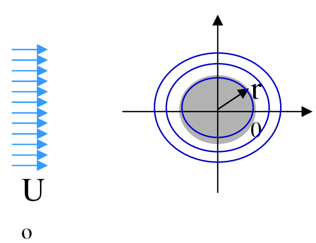
Hàm dòng

$$\psi = \psi_C + \psi_V = u_o r\sin\theta\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right)-\frac{\Gamma}{2\pi}\ln(r)$$

Thành phần vận tốc trên mặt trụ

$$u_r = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\bigg|_{r=r_0} = 0 \qquad u_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\bigg|_{r=r_0} = -2U_0\sin\theta+\frac{\Gamma}{2\pi r_0}$$

Điểm dừng ($u_r = 0$ và $u_\theta=0$) trên mặt trụ



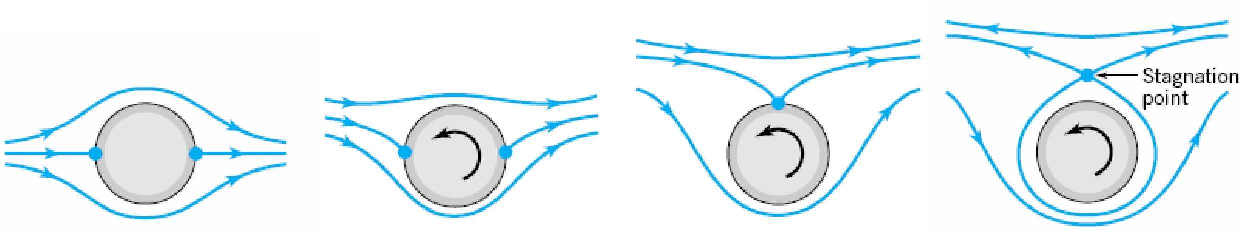
Vận tốc trên mặt trụ

$$u_r = 0 \qquad u_\theta = -2U_0\sin\theta+\frac{\Gamma}{2\pi r_0}$$

Tại điểm $u_\theta = 0$ $\quad -2U_0\sin\theta+\dfrac{\Gamma}{2\pi r_0}=0 \;\longrightarrow\; \sin\theta = \dfrac{\Gamma}{4\pi r_0 U_0}$

$$\sin\theta = \frac{\Gamma}{4\pi r_0 U_0}$$

- $|\Gamma| < |4\pi r_0 U_0|$ 2 điểm dừng
- $|\Gamma| = |4\pi r_0 U_0|$ 1 điểm dừng
- $|\Gamma| > |4\pi r_0 U_0|$ Không có điểm dừng trên mặt trụ (điểm dừng nằm ngoài mặt trụ)

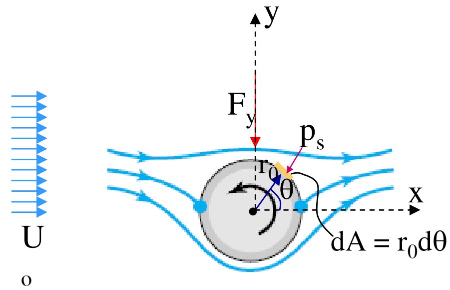


$\Gamma = 0$ $\qquad |\Gamma| < |4\pi r_0 U_0|$ $\qquad |\Gamma| = |4\pi r_0 U_0|$ $\qquad |\Gamma| > |4\pi r_0 U_0|$

Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

Áp suất trên mặt trụ

Từ pt Bernoulli equation, xét điểm o ở xa mặt trụ và điểm s nằm trên mặt trụ



$$\frac{U_0^2}{2}+\frac{p_0}{\rho}+gz_0=\frac{u_s^2}{2}+\frac{p_S}{\rho}+gz_s$$

Bỏ qua sự thay đổi (z) và thay u_s vào

$$\frac{U_0^2}{2}+\frac{p_0}{\rho}=\frac{\left(-2U_0\sin\theta+\dfrac{\Gamma}{2\pi r_0}\right)^2}{2}+\frac{p_S}{\rho}$$

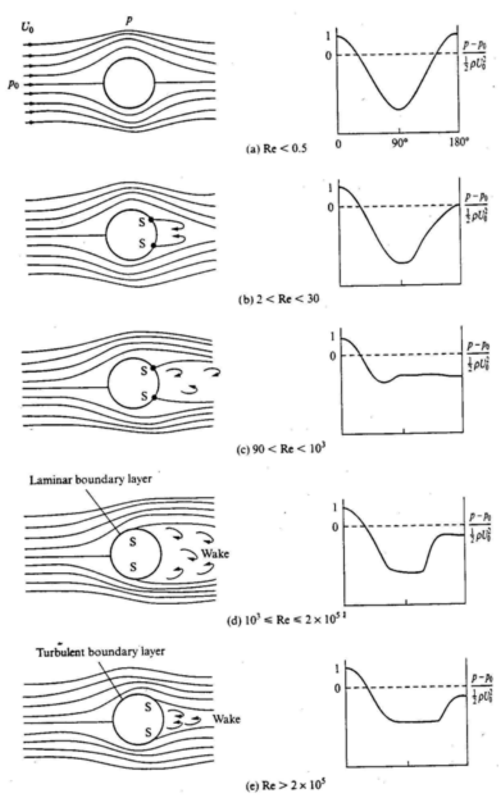
$$p_S=p_0+\frac{1}{2}\rho U_0^2\left(1-4\sin^2\theta+\frac{2\Gamma\sin\theta}{\pi r_0}-\frac{\Gamma^2}{4\pi r_o^2U_0^2}\right)$$

Tổng lực tác dụng trên mặt trụ (cho 1 đơn vị chiều dài tru)

$$F_x=-\int_0^{2\pi}(p_s r_0 d\theta)\cos\theta=0$$

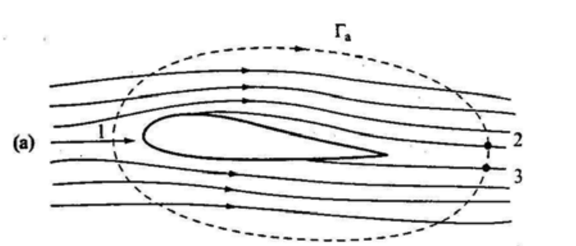
$$F_y=-\int_0^{2\pi}(p_s r_0 d\theta)\sin\theta=-\rho U_0\Gamma \qquad \text{(Kutta – Jouskowky law)}$$

Lực nâng F_y được gọi gọi là hiệu ứng Magnus



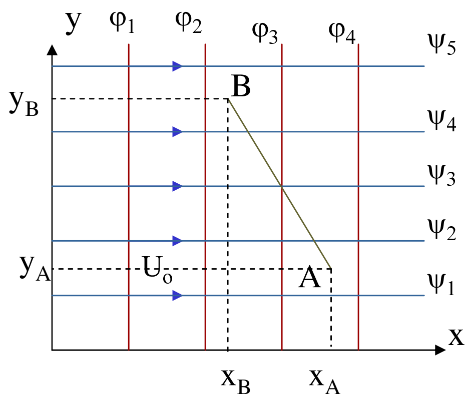
Sự phân bố áp suất trên mặt trụ khi Re lớn

Dòng chảy qua một cánh



Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com

Thí dụ 1:



$$\psi = U_o y$$

Xác định lưu lượng qua A-B ?

Printed with FinePrint - purchase at www.fineprint.com