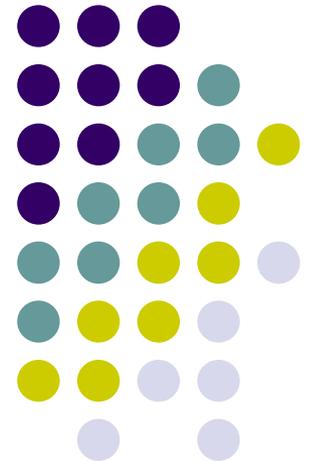


Xử lý số tín hiệu

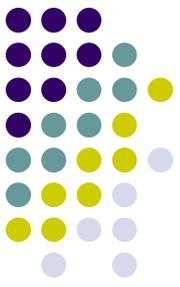
Chương 1: Lấy mẫu và khôi phục
tín hiệu



Nội dung

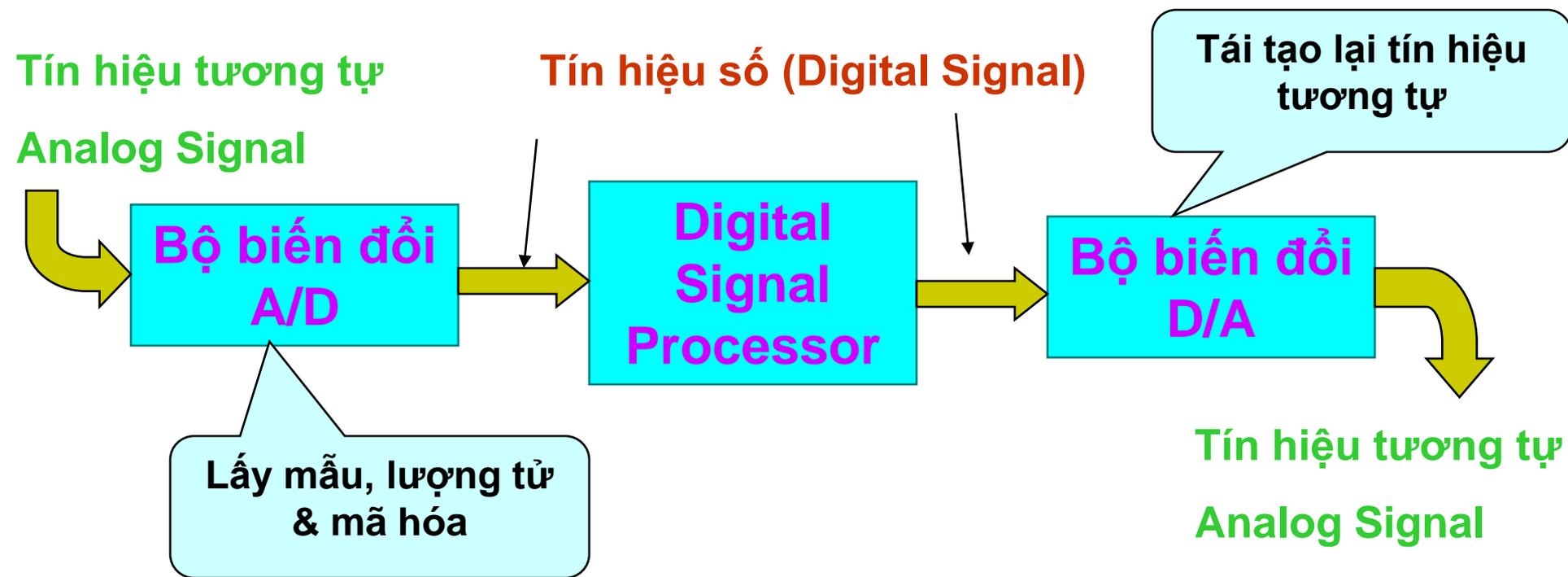


1. Giới thiệu
2. Các khái niệm cơ bản về tín hiệu tương tự
3. Quá trình biến đổi tín hiệu tương tự sang tín hiệu số (Analog to Digital conversion)
4. Lấy mẫu tín hiệu sine
5. Phổ của tín hiệu lấy mẫu
6. Định lý lấy mẫu
7. Khôi phục tín hiệu tương tự
8. Các thành phần cơ bản của hệ thống DSP

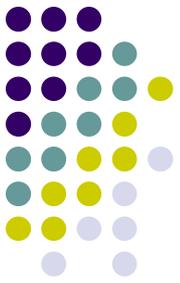


1. Giới thiệu

- Xử lý số tín hiệu = Xử lý tín hiệu bằng phương pháp số.
- Quá trình xử lý số của 1 tín hiệu tương tự



2. Các khái niệm cơ bản về tín hiệu tương tự



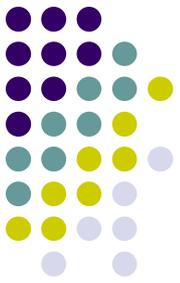
- Biến đổi Fourier của tín hiệu tương tự $x(t)$

$$X \stackrel{\Omega}{\Longleftrightarrow} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt$$

- $X(\Omega)$ gọi là phổ tần số của tín hiệu $x(t)$
- Ω là tần số góc (rad/s)
- $\Omega = 2\pi f$ với f (Hz) là tần số vật lý
- Biến đổi Fourier ngược

$$x \stackrel{t}{\Longleftrightarrow} \int_{-\infty}^{+\infty} X e^{j\Omega t} d\Omega$$

2. Các khái niệm cơ bản về tín hiệu tương tự



- Biến đổi Laplace của tín hiệu $x(t)$

$$X \stackrel{s}{\leftarrow} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-st} dt$$

- Tổng quát $X(\Omega)$, $X(s)$ là các số phức

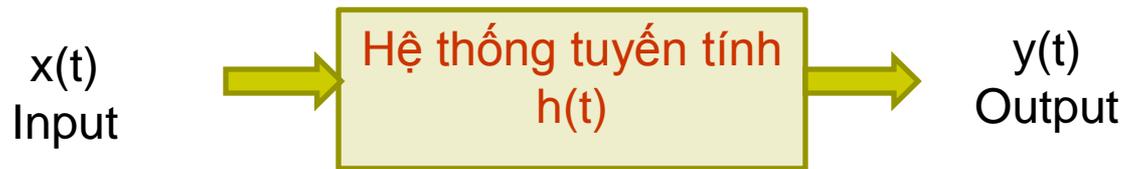
$$X \stackrel{\Omega}{\leftarrow} |X \stackrel{\Omega}{\leftarrow} e^{j \cdot \arg(X \stackrel{\Omega}{\leftarrow})}$$

- Với $|X \stackrel{\Omega}{\leftarrow}$ là biên độ & $\arg(X(\Omega))$ là pha của $X(\Omega)$
- Đồ thị của $|X \stackrel{\Omega}{\leftarrow}$ theo Ω gọi là phổ biên độ
- Đồ thị của $\arg(X(\Omega))$ theo Ω gọi là phổ pha

2. Các khái niệm cơ bản về tín hiệu tương tự



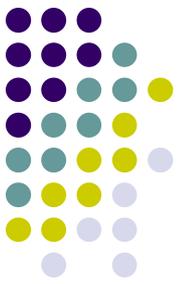
- Đáp ứng của hệ thống tuyến tính
 - Xét trong miền thời gian



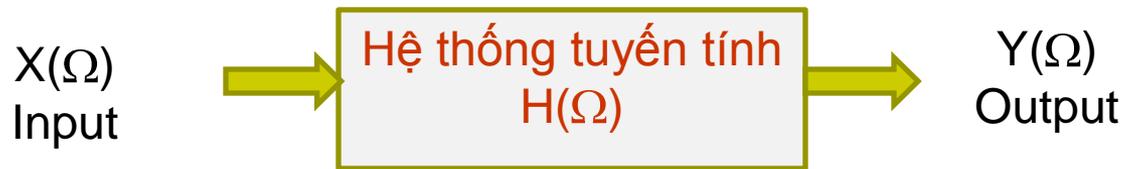
- Đáp ứng xung $h(t)$ đặc trưng cho hệ thống
- $y(t)$ là tích chập của $h(t)$ và $x(t)$

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau$$

2. Các khái niệm cơ bản về tín hiệu tương tự



- Đáp ứng của hệ thống tuyến tính
 - Xét trong miền tần số



- $H(\Omega)$ là biến đổi Fourier của $h(t)$, gọi là đáp ứng tần số của hệ thống

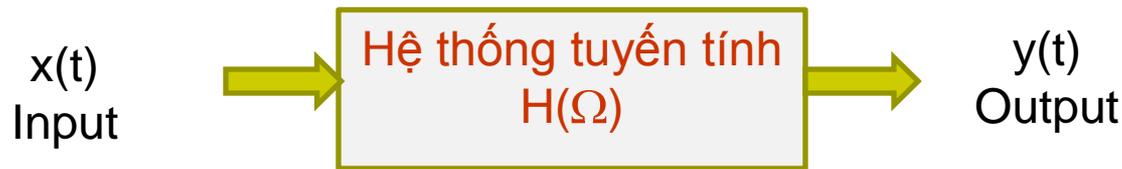
$$H \stackrel{\text{FT}}{\rightleftharpoons} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-j\Omega t} dt$$

- $Y(\Omega)$ là tích của $H(\Omega)$ và $X(\Omega)$: $Y(\Omega) = H(\Omega)X(\Omega)$

2. Các khái niệm cơ bản về tín hiệu tương tự



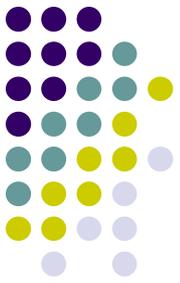
- Đáp ứng của hệ thống tuyến tính
 - Tín hiệu vào là tín hiệu hình sine (đơn tần)



- Với $x(t) = e^{j\Omega_0 t}$ (biểu diễn dạng số phức)
- Khi đó: (Chứng minh?)

$$y(t) = H(\Omega_0) e^{j\Omega_0 t} = |H(\Omega_0)| e^{j\Omega_0 t + j \arg(H(\Omega_0))}$$

2. Các khái niệm cơ bản về tín hiệu tương tự



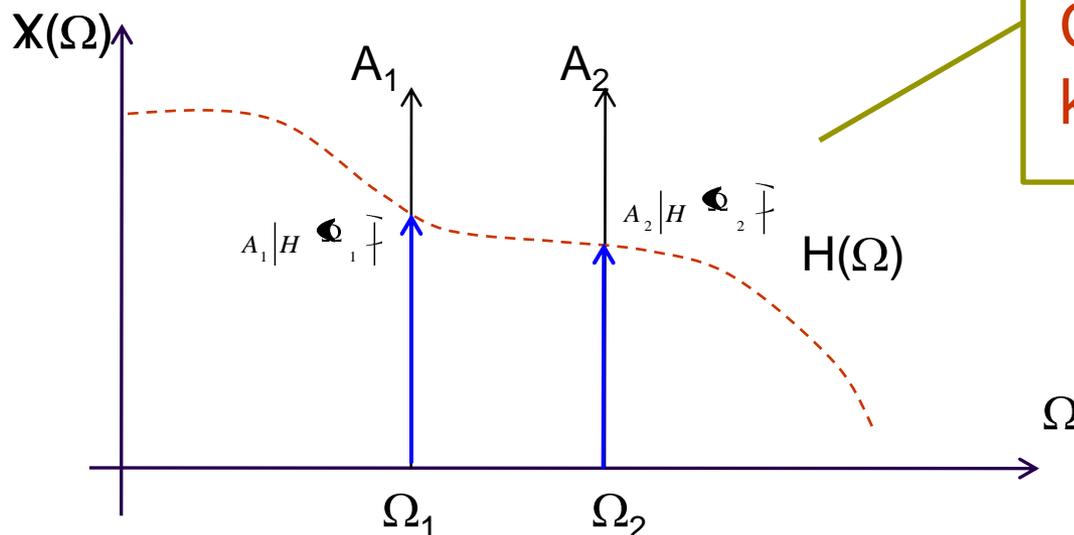
- Đáp ứng của hệ thống tuyến tính

- Tín hiệu gồm nhiều tín hiệu sine

- $x(t) = A_1 e^{j\Omega_1 t} + A_2 e^{j\Omega_2 t}$

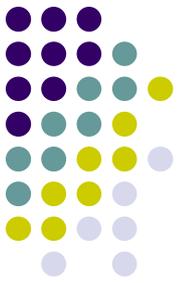
- Sử dụng tính chất tuyến tính:

$$y(t) = A_1 H(\Omega_1) e^{j\Omega_1 t} + A_2 H(\Omega_2) e^{j\Omega_2 t}$$



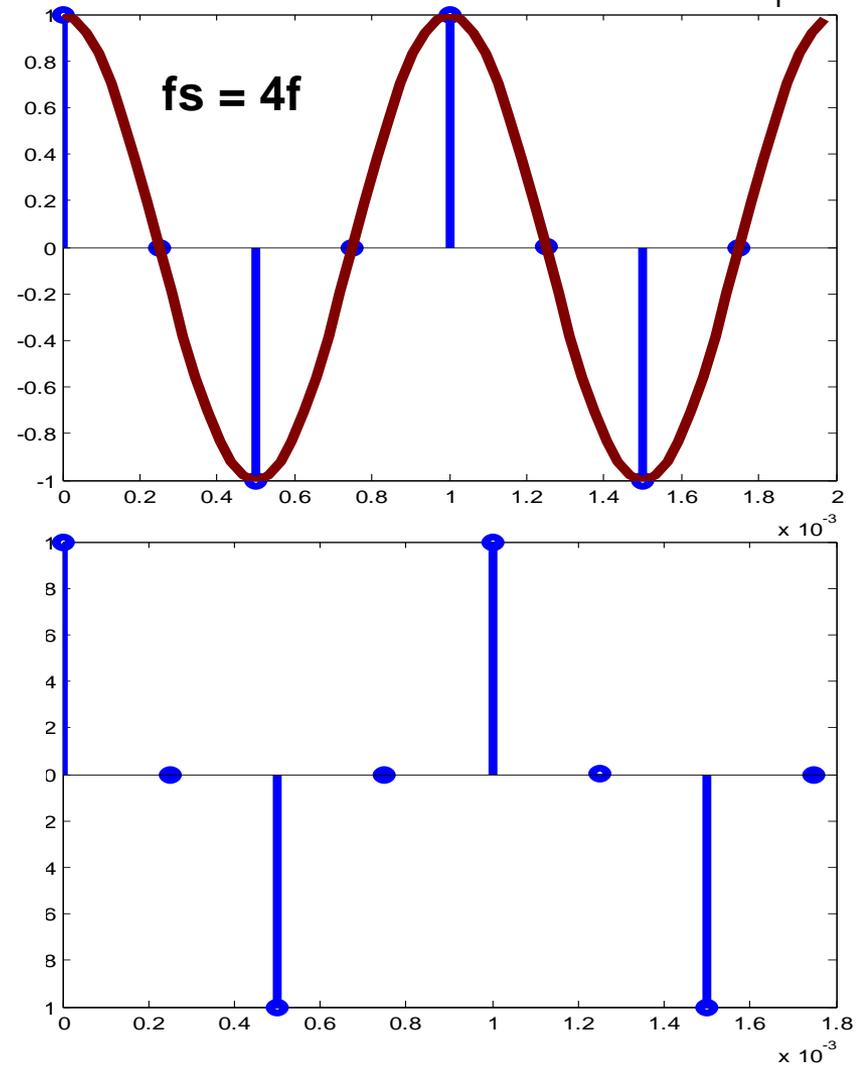
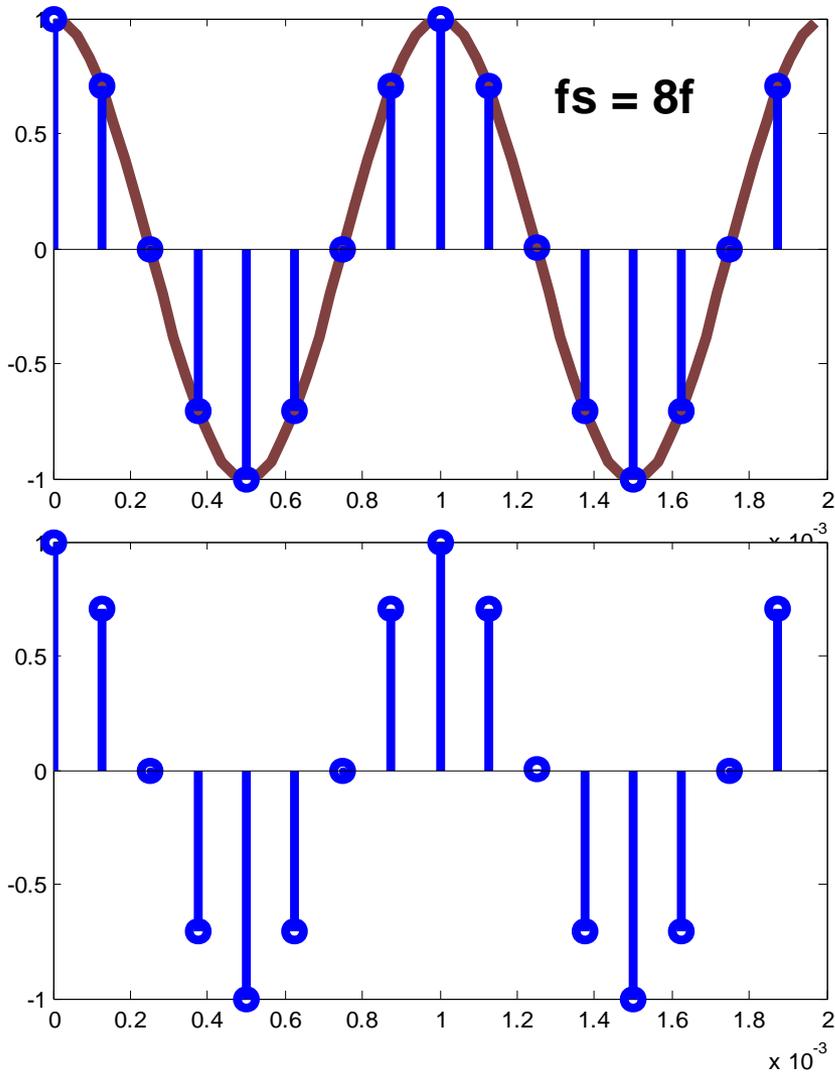
Các tần số không thay đổi

3. Quá trình biến đổi t/h tương tự sang t/h số



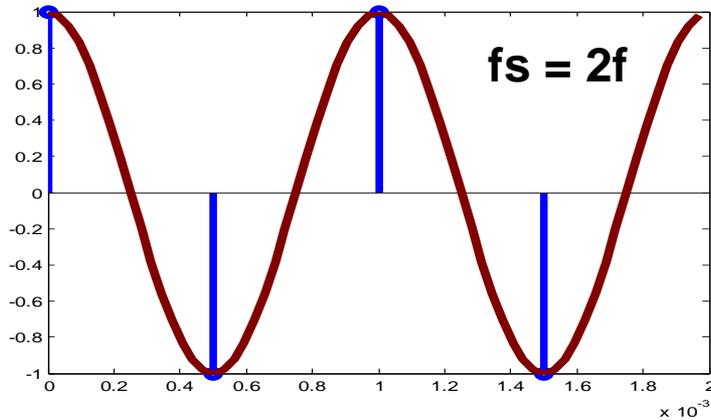
- Lấy mẫu
- Lượng tử
- Mã hóa

4. Lấy mẫu các tín hiệu sine





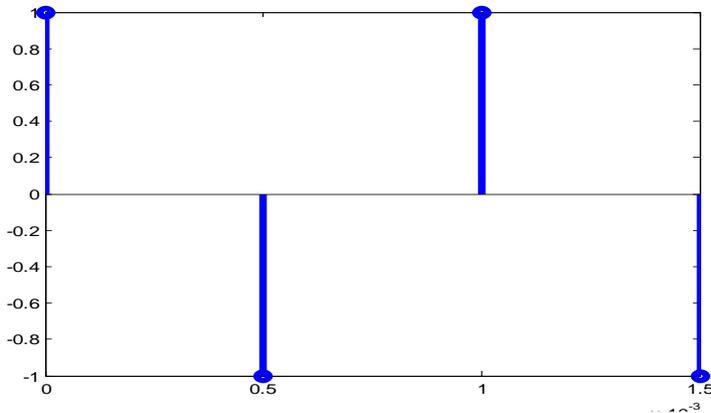
4. Lấy mẫu các tín hiệu sine



- Số mẫu lấy được trong 1 chu kỳ tín hiệu

$$\frac{T}{T_s} = \frac{f}{f_s}$$

- Nhận xét: $f_s \geq 2f$ (lấy tối thiểu 2 mẫu/ chu kỳ)



Hiện tượng chồng lấn phổ



$$x(t) = e^{j\Omega t} = e^{2\pi jft}$$

$$t = nT \rightarrow x(nT) = e^{j\Omega nT} = e^{2\pi jfnT}$$

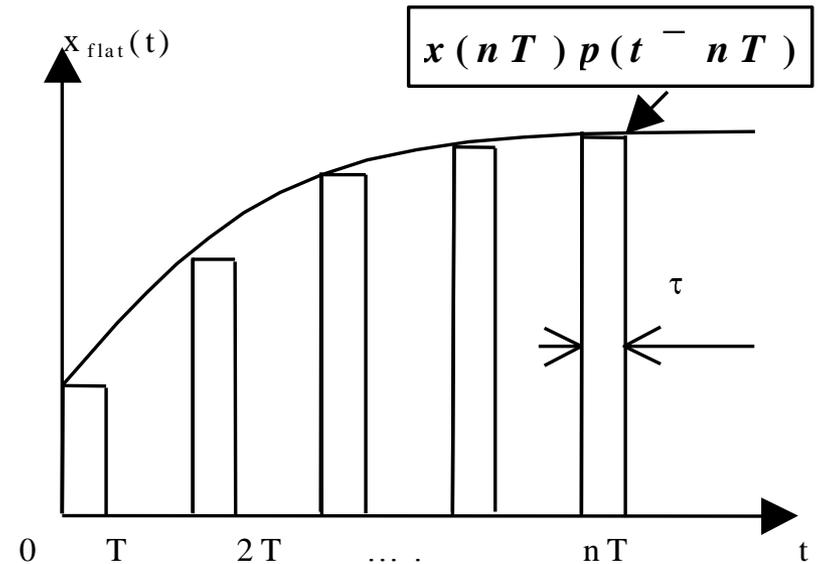
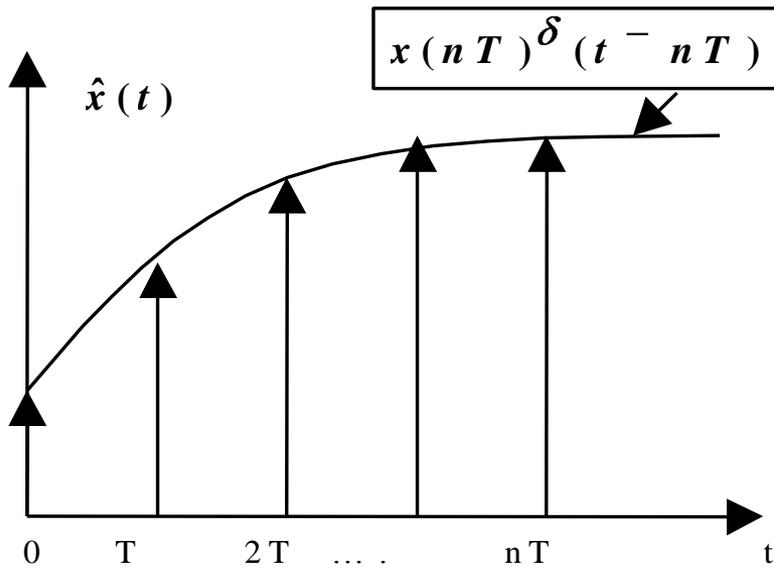
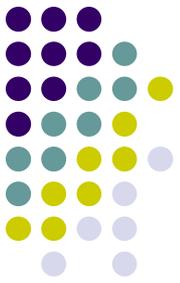
$$x_m(nT) = e^{2\pi j(f + mf_s)Tn} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$f_s T = 1 \rightarrow e^{2\pi jmf_s Tn} = e^{2\pi jmn} = 1$$

$$x_m(nT) = e^{2\pi j(f + mf_s)Tn} = e^{2\pi jfnT} e^{2\pi jmf_s Tn} = e^{2\pi jfnT} = x(nT)$$

• **Nhận xét:** nếu dựa vào mẫu thì không thể xác định tín hiệu gốc được lấy mẫu.

5. Phổ của các tín hiệu sau khi lấy mẫu



Lấy mẫu lý tưởng và thực tế.

5. Phổ của các tín hiệu sau khi lấy mẫu



- **Biến đổi Fourier rời rạc thời gian (DTFT)**

Phổ của tín hiệu sau khi lấy mẫu:

$$\begin{aligned}\hat{X}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}(t) e^{-j2\pi ft} dt \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT) e^{-j2\pi fnT}\end{aligned}$$

Đây là công thức biến đổi DTFT

5. Phổ của các tín hiệu sau khi lấy mẫu



• Biến đổi Fourier rời rạc thời gian (DTFT)

Nhận xét:

-Phổ của tín hiệu sau khi lấy mẫu tuần hoàn với chu kỳ f_s :

$$\hat{X}(f + f_s) = \hat{X}(f)$$

-Công thức trên là khai triển Fourier của hàm tuần hoàn $\hat{X}(f)$

-Biến đổi ngược

$$X(nT) = \frac{1}{f} \int_{-f_s/2}^{f_s/2} \hat{X}(f) e^{2\pi jfTn} df = \int_{-\pi}^{\pi} \hat{X}(\omega) e^{ei\omega n} \frac{d\omega}{2\pi}$$

-Có thể dùng biến đổi Fourier rời rạc để tính phổ của tín hiệu tương tự

5. Phổ của các tín hiệu sau khi lấy mẫu



- Sự lặp phổ

$$\hat{x}(t) = x(t) \cdot s(t)$$

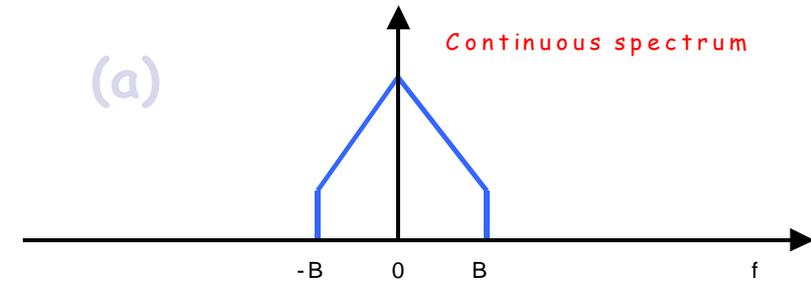
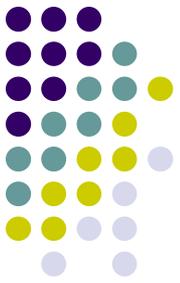
với

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi f_s m t}$$

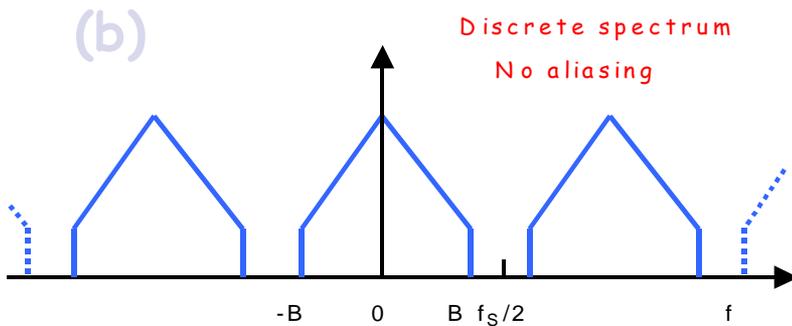
Suy ra:

$$\hat{X}(f) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X(f - mf_s)$$

5. Phổ của các tín hiệu sau khi lấy mẫu

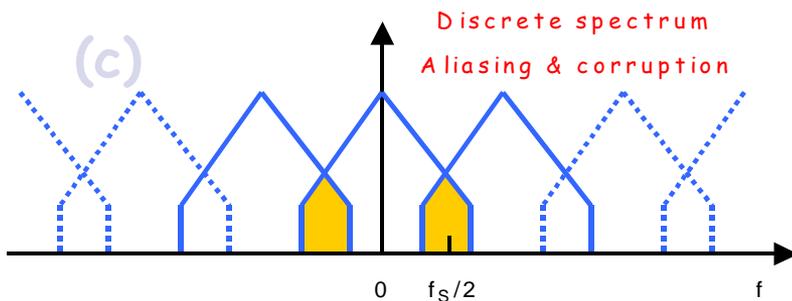


(a) Band-limited signal:
frequencies in $[-B, B]$ ($f_{\text{MAX}} = B$).



(b) Time sampling \Rightarrow frequency repetition.

$f_s > 2B \Rightarrow$ no aliasing.



(c) $f_s \leq 2B \Rightarrow$ **aliasing!**

Aliasing: signal ambiguity
in frequency domain



6. Định lý lấy mẫu

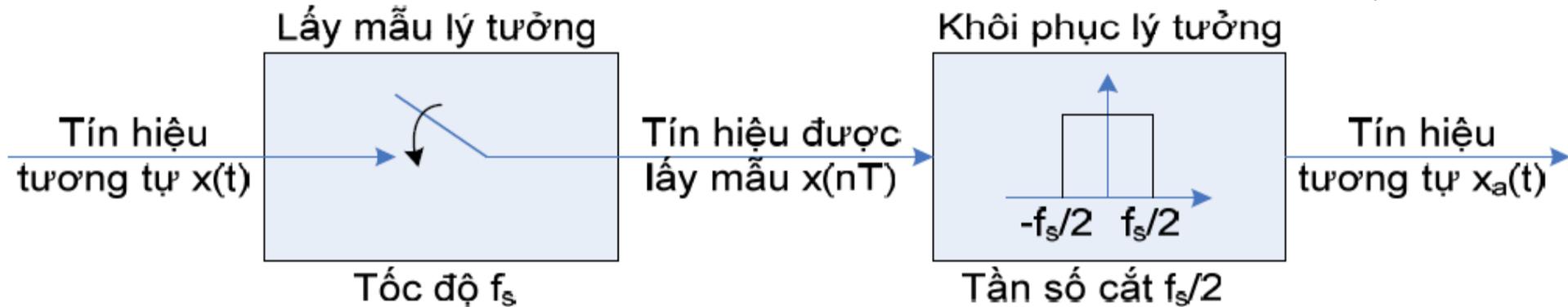
Để biểu diễn chính xác tín hiệu $x(t)$ bằng các mẫu $x(nT)$

- Tín hiệu $x(t)$ có băng thông giới hạn
- Tần số lấy mẫu $f_s \geq 2f_{\max}$

Các đại lượng:

- + $2f_{\max}$: tốc độ Nyquist
- + $f_s/2$: tần số Nyquist hay tần số gấp (folding frequency)
- + $[-f_s/2; f_s/2]$: Khoảng tần số Nyquist

Khôi phục tín hiệu

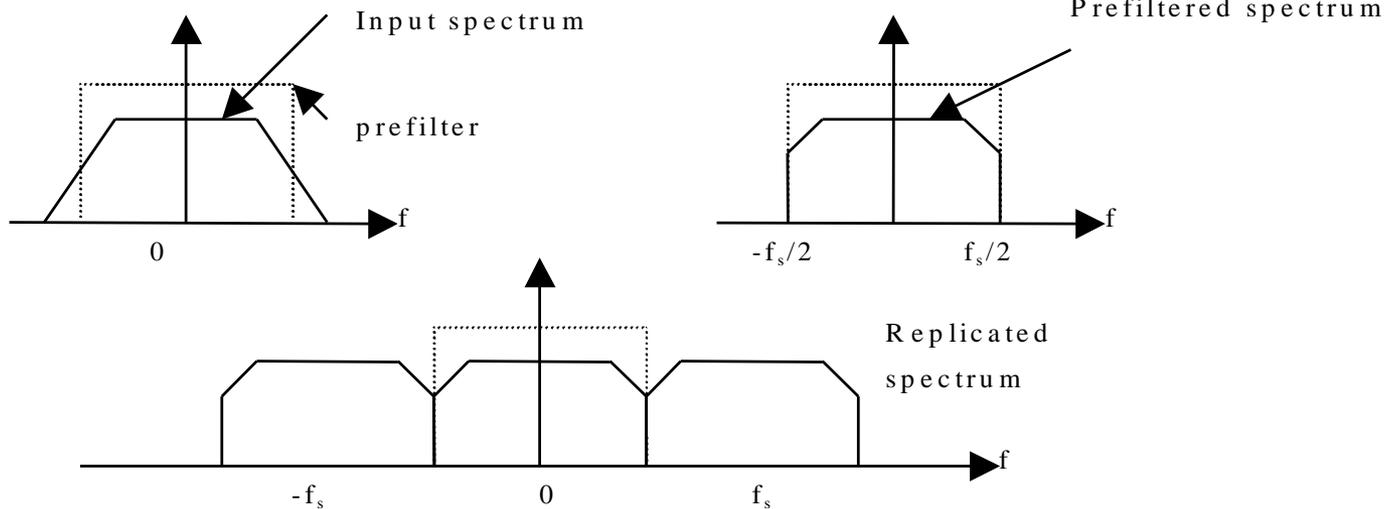
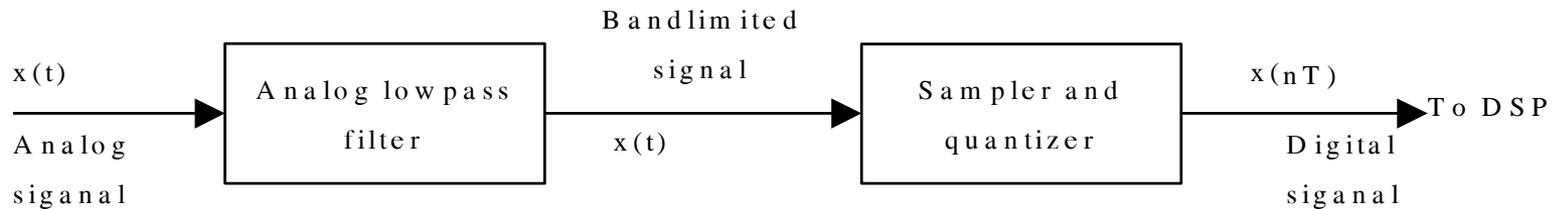
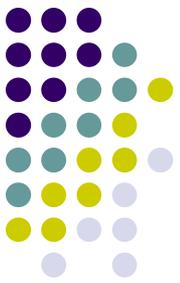


Bộ khôi phục lý tưởng chỉ lấy các thành phần tần số trong khoảng Nyquist $[-f_s/2, f_s/2]$.

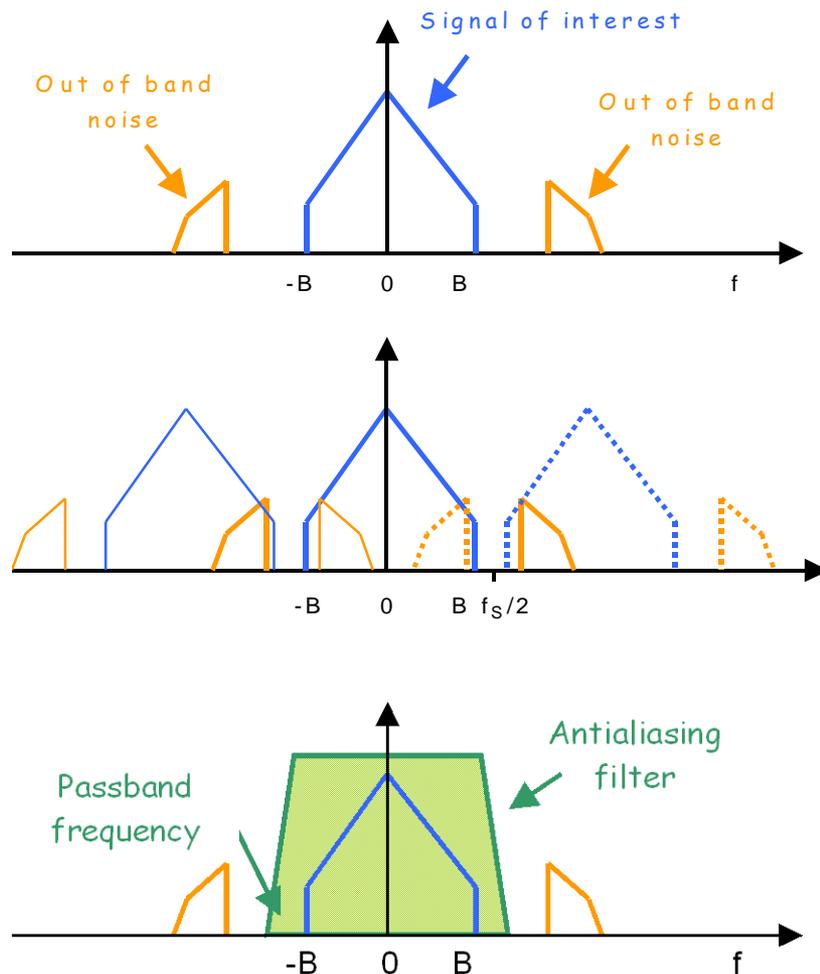
Trong các tần số $f \pm mf_s$, chỉ có duy nhất 1 tần số thuộc khoảng Nyquist, đó là: $f_a = f \bmod(f_s)$

Tín hiệu được khôi phục là: $x_a(t) = e^{j2\pi f_a t}$

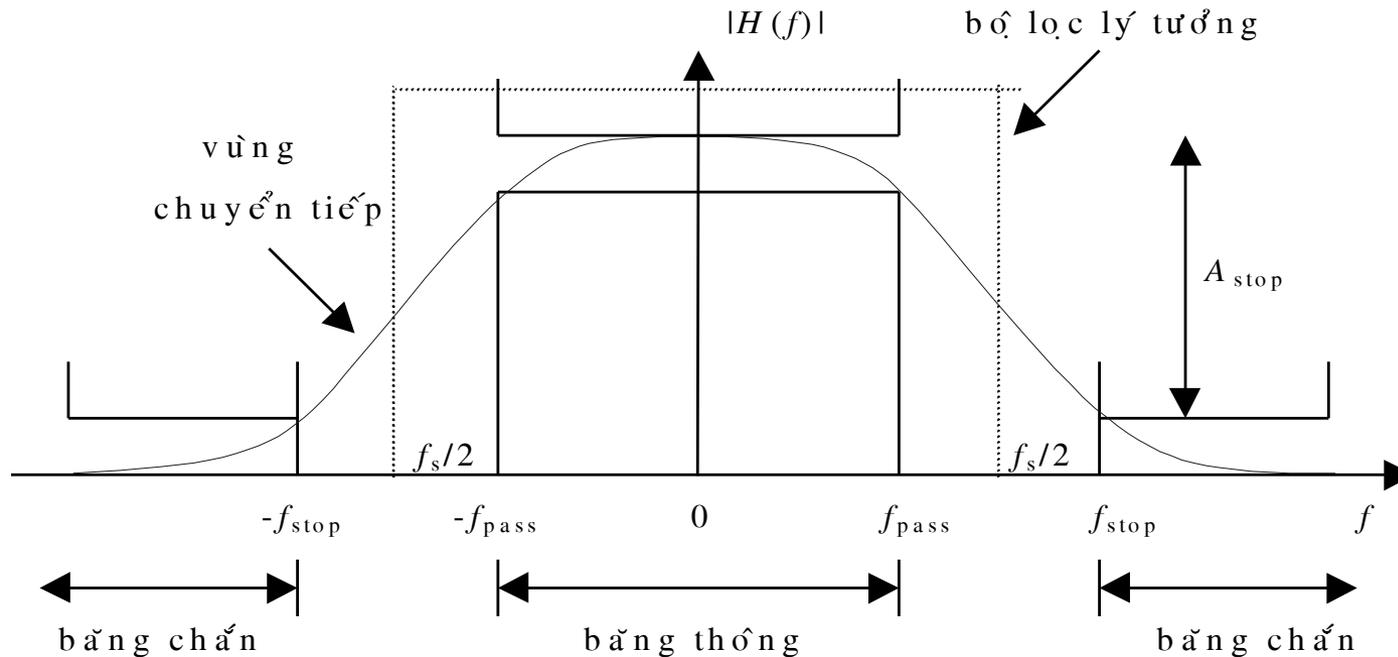
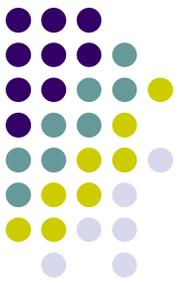
7. Bộ tiền lọc chống chồng lấn phổ (Anti-Aliasing Prefilter)



7. Bộ tiền lọc chống chồng lấn phổ (Anti-Aliasing Prefilter)

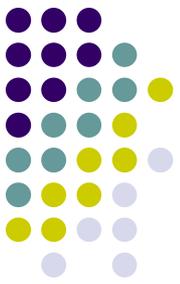


7. Bộ tiền lọc chống chồng lấn phổ (Anti-Aliasing Prefilter)



$$f_{stop} = f_s - f_{pass}$$

7. Bộ tiền lọc chống chồng lấn phổ (Anti-Aliasing Prefilter)



Suy hao của bộ lọc:

$$A_x(f) = -20 \log_{10} \left| \frac{H(f)}{H(f_0)} \right| \quad (\text{dB})$$

Cạnh xuống của đáp ứng biên độ thường có dạng $1/f^N$ với f lớn

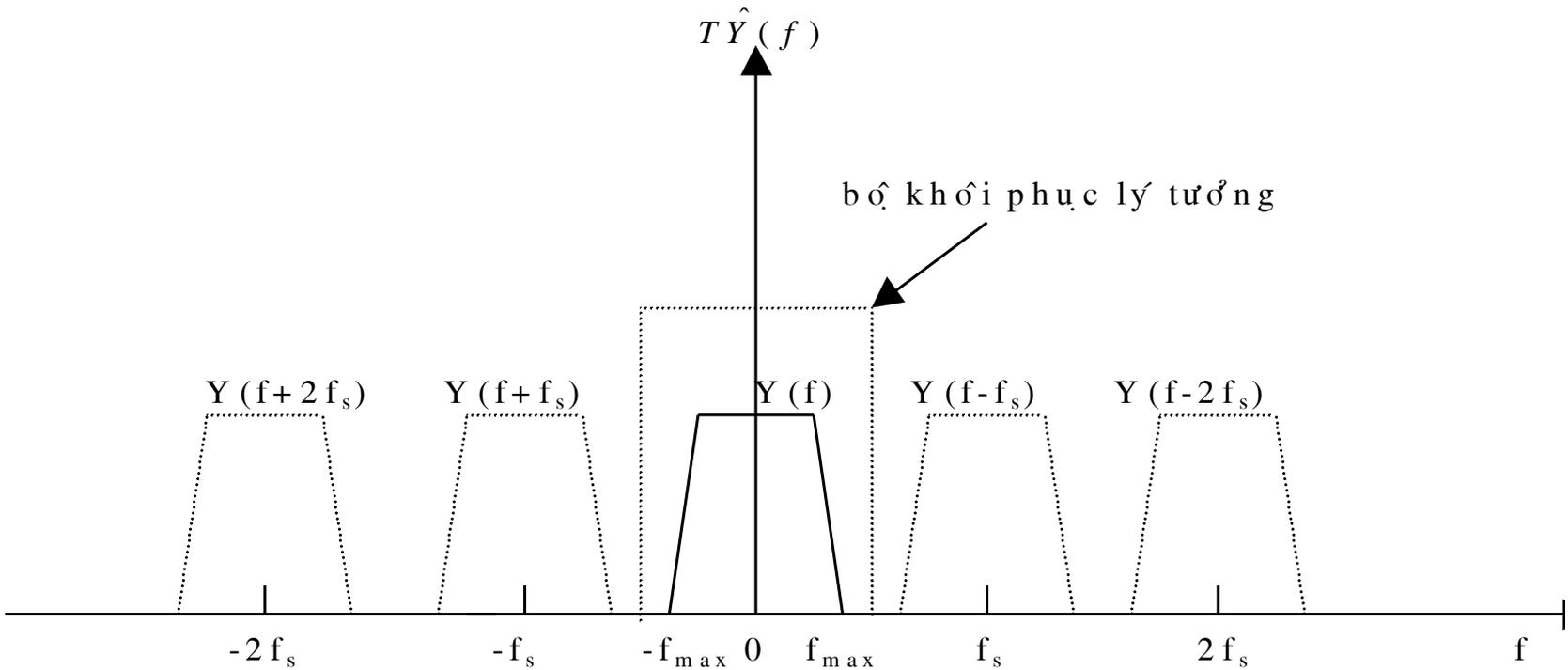
$\Rightarrow A(f) = \alpha_{10} \log_{10}(f)$ với f lớn. $\alpha_{10} = 20N$ (dB/decade)

$\Rightarrow A(f) = \alpha_2 \log_2(f)$ với f lớn. $\alpha_2 = 6N$ (dB/octave)

8. Khôi phục tín hiệu tương tự



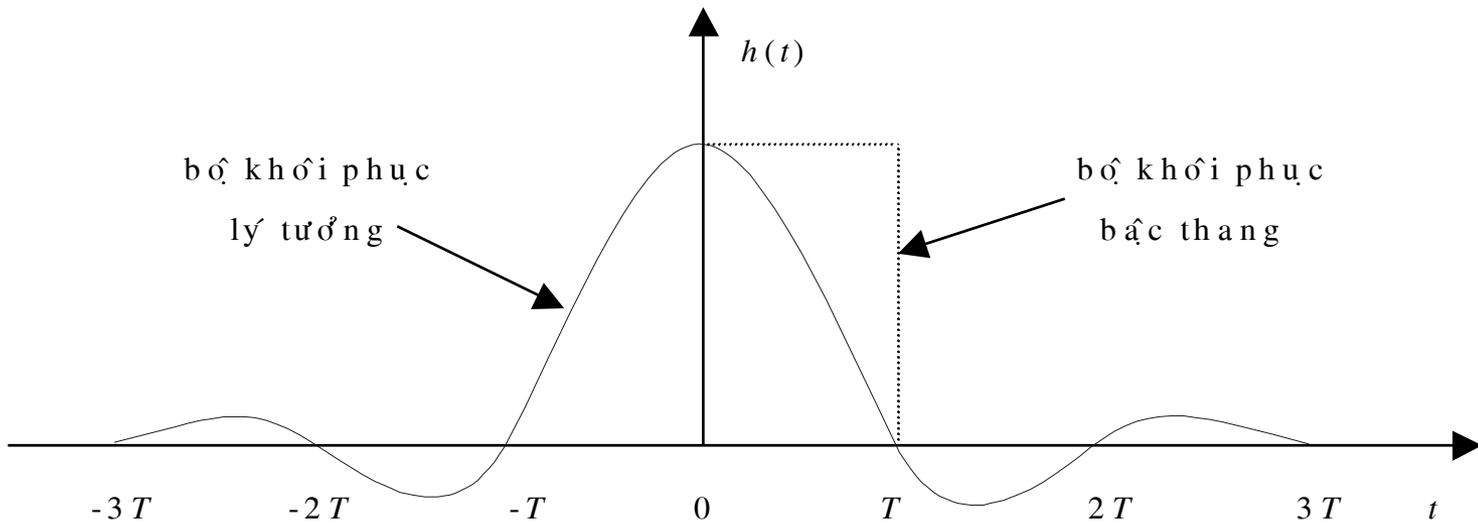
1. Bộ khôi phục lý tưởng



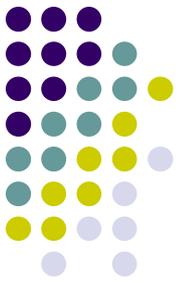
8. Khôi phục tín hiệu tương tự



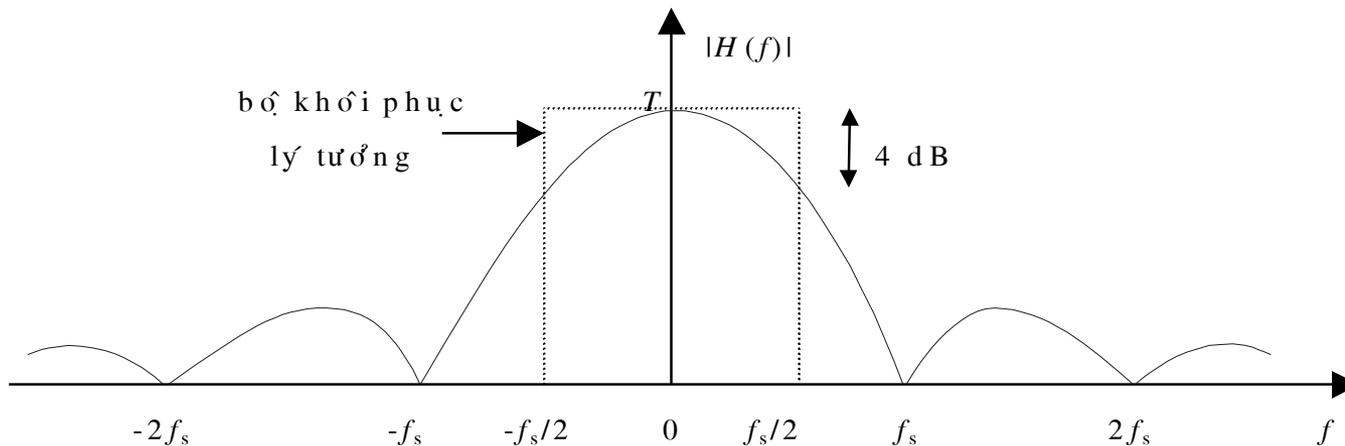
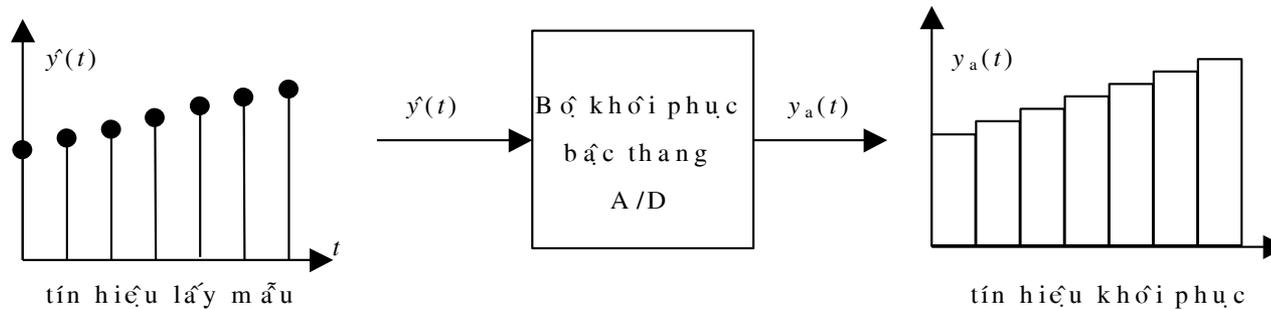
1. Bộ khôi phục lý tưởng



8. Khôi phục tín hiệu tương tự



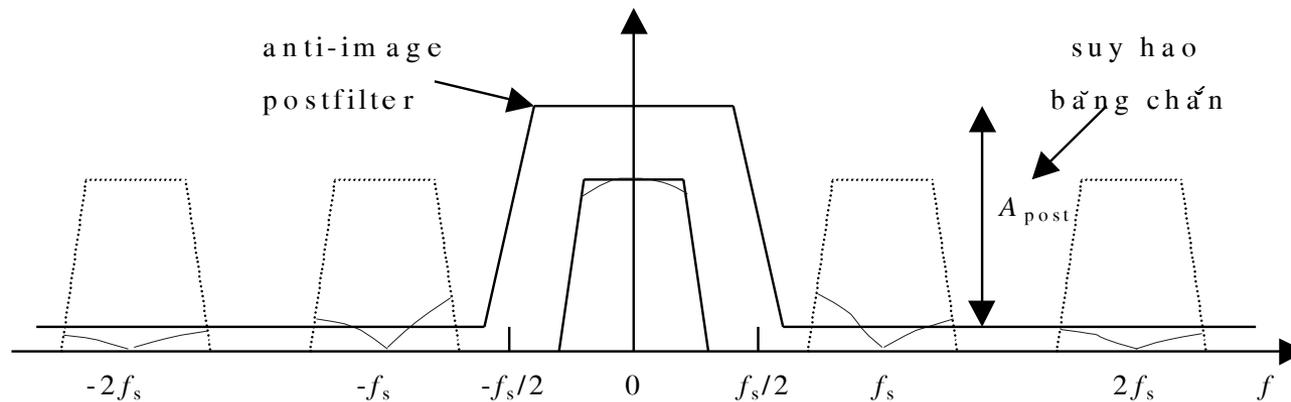
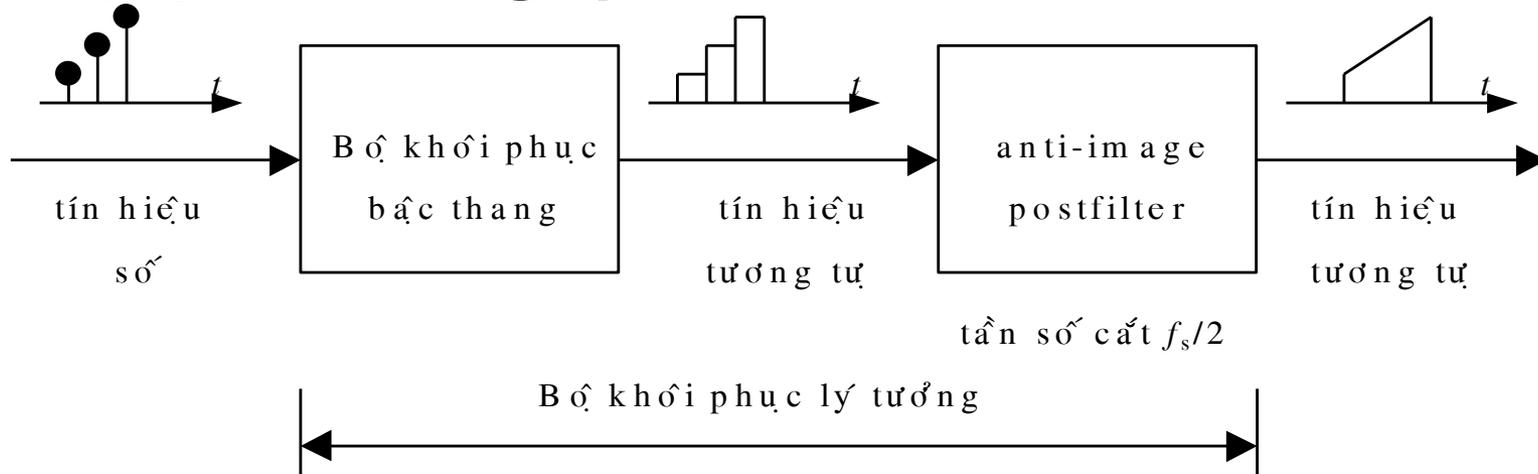
2. Bộ khôi phục bậc thang



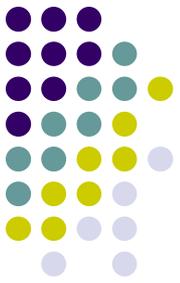
8. Khôi phục tín hiệu tương tự



3. Bộ lọc anti-image post filter



8. Khôi phục tín hiệu tương tự



4. Bộ lọc cân bằng

