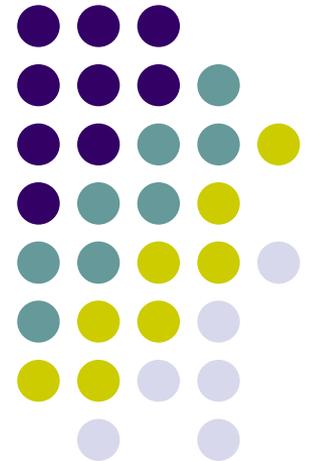


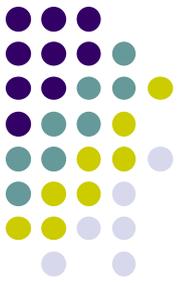
# Xử lý số tín hiệu

---

## Chương 2: Lượng tử hóa



# Nội dung

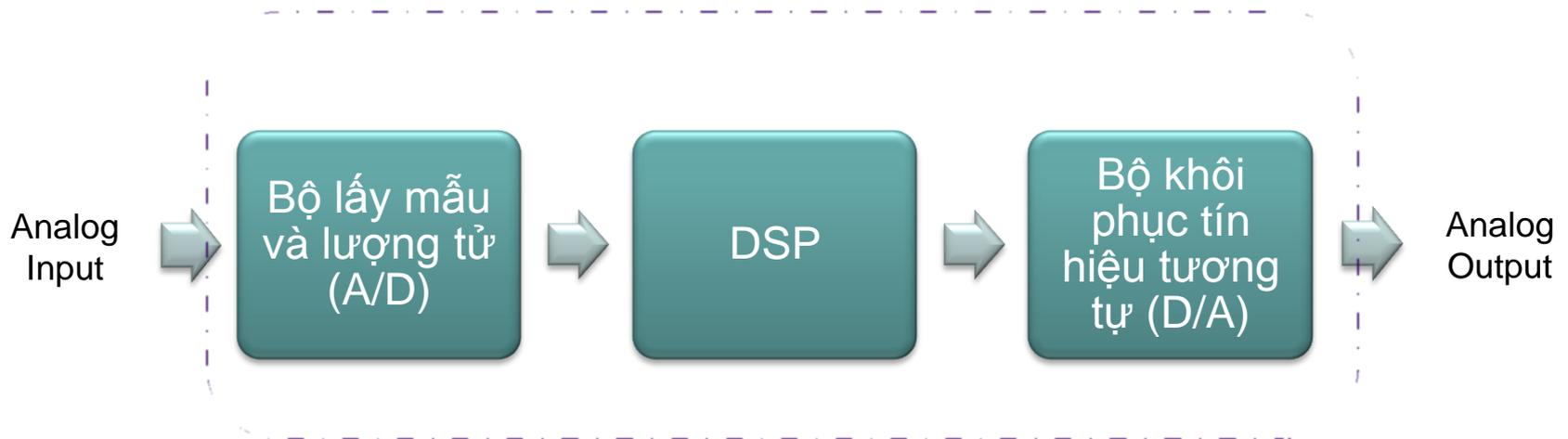


1. Quá trình lượng tử hóa
2. Lấy mẫu dư và định dạng nhiễu
3. Bộ chuyển đổi D/A
4. Bộ chuyển đổi A/D



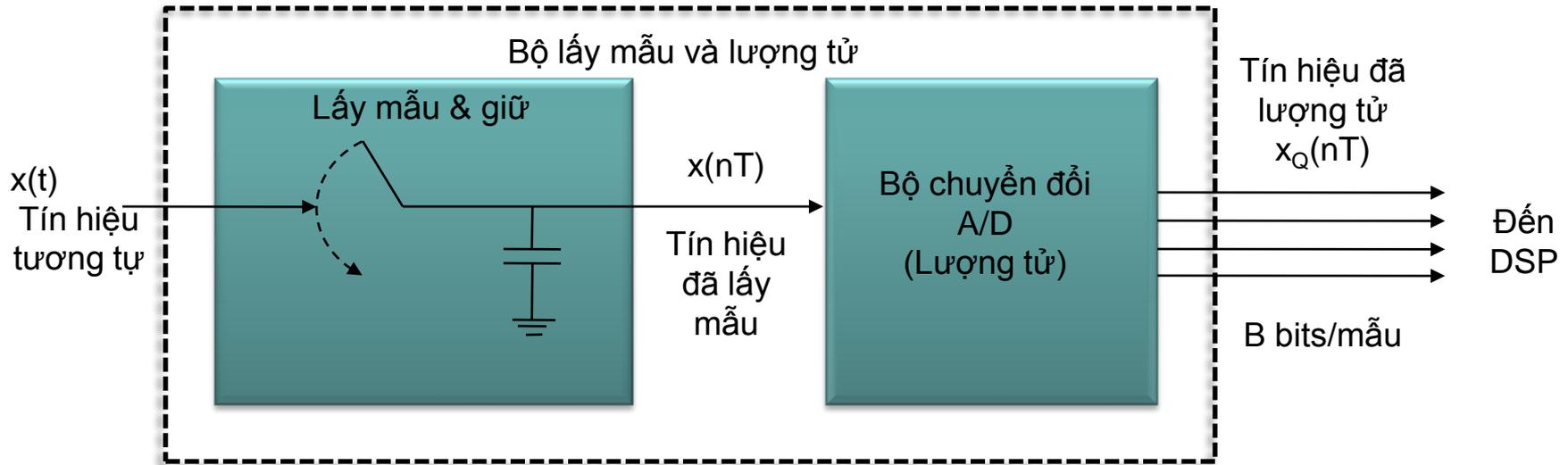
# 1. Quá trình lượng tử hóa

Quá trình xử lý tín hiệu tương tự





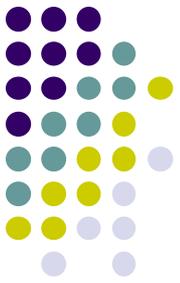
# 1. Quá trình lượng tử hóa



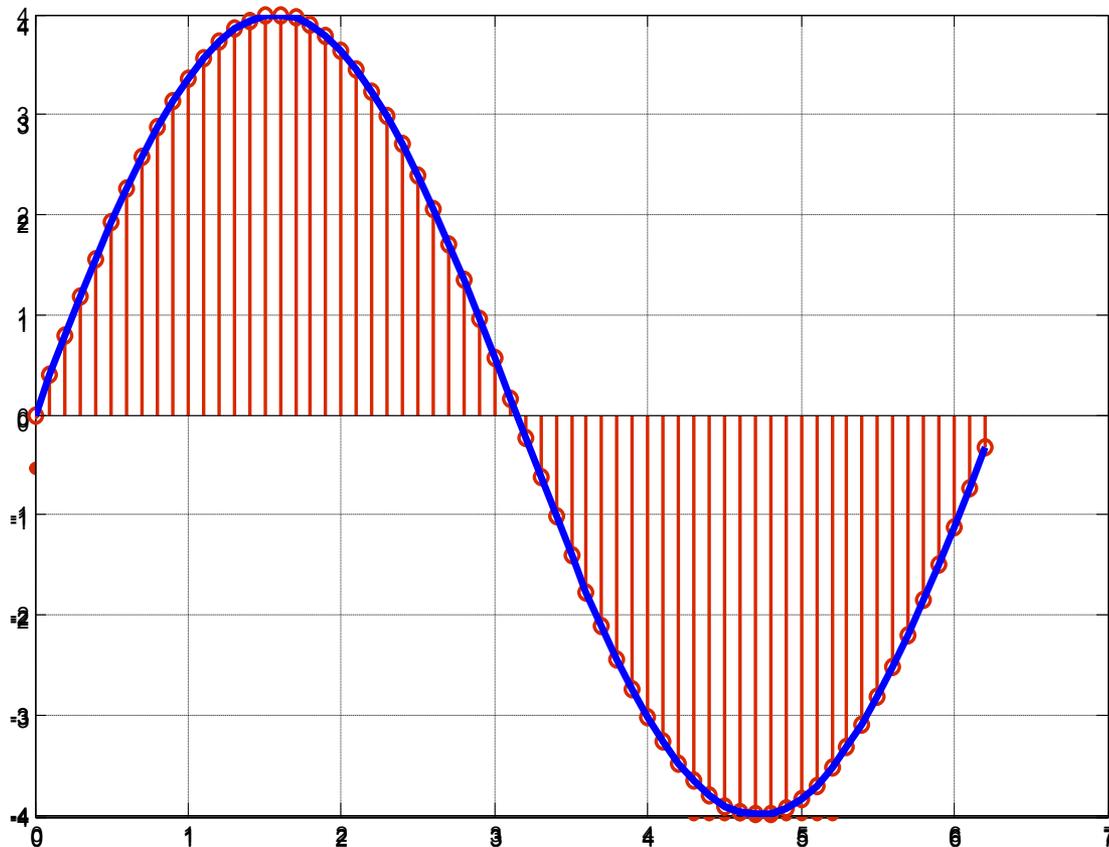
Các thông số đặc trưng:

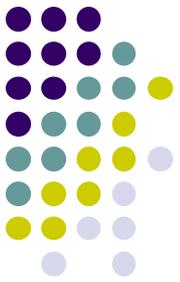
- Số bit biểu diễn  $B$
- Tầm toàn thang  $R$

# 1. Quá trình lượng tử hóa



Xét ví dụ lượng tử đều ( $B = 4$ ,  $R = 8$ )





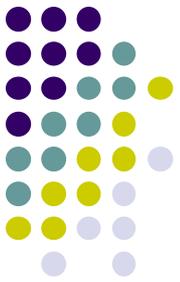
# 1. Quá trình lượng tử hóa

- Độ rộng lượng tử (độ phân giải lượng tử)

$$Q = \frac{R}{2^B}$$

## Phân loại

- Bộ ADC đơn cực:  $0 \leq x_Q(nT) < R$   
Bộ ADC lưỡng cực:  $-R/2 \leq x_Q(nT) < R/2$
- Lượng tử theo pp làm tròn  
Lượng tử theo pp rút ngắn (truncated)



# 1. Quá trình lượng tử hóa

- Sai số lượng tử

$$e(nT) = x_Q(nT) - x(nT)$$

- Lượng tử theo pp làm tròn

$$-\frac{Q}{2} \leq e \leq \frac{Q}{2}$$

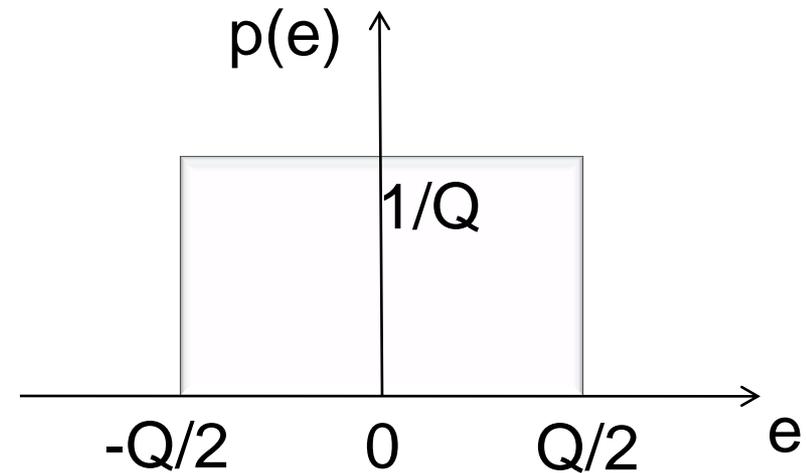
=> Sai số lượng tử cực đại là  $e_{\max} = Q/2$



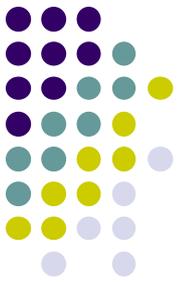
# 1. Quá trình lượng tử hóa

- Giả sử sai số lượng tử  $e$  là biến ngẫu nhiên có phân bố đều trong khoảng  $[-Q/2; Q/2]$
- Hàm mật độ xác suất :

$$p(e) = \frac{1}{Q}; \quad -\frac{Q}{2} \leq e \leq \frac{Q}{2}$$



$$\bar{e} = E(e) = \int_{-Q/2}^{Q/2} e \cdot p(e) de = 0$$



# 1. Quá trình lượng tử hóa

- Giá trị trung bình của  $e$ :

$$\bar{e} = E(e) = \int_{-Q/2}^{Q/2} e \cdot p(e) de = 0$$

- Giá trị trung bình bình phương của  $e$ :

$$\bar{e}^2 = E(e^2) = \int_{-Q/2}^{Q/2} e^2 p(e) de = \frac{Q^2}{12}$$

- Sai số lượng tử hiệu dụng:

$$e_{rms} = \sqrt{\bar{e}^2} = \frac{Q}{\sqrt{12}}$$



# 1. Quá trình lượng tử hóa

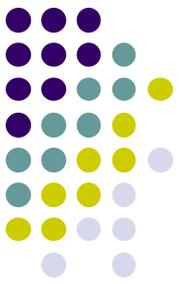
- Tỷ lệ tín hiệu trên nhiễu:  $SNR = \frac{R}{Q}$
- Tính theo dB:

$$SNR = 20 \log_{10} \left( \frac{R}{Q} \right) = 6 B \quad (\text{dB})$$

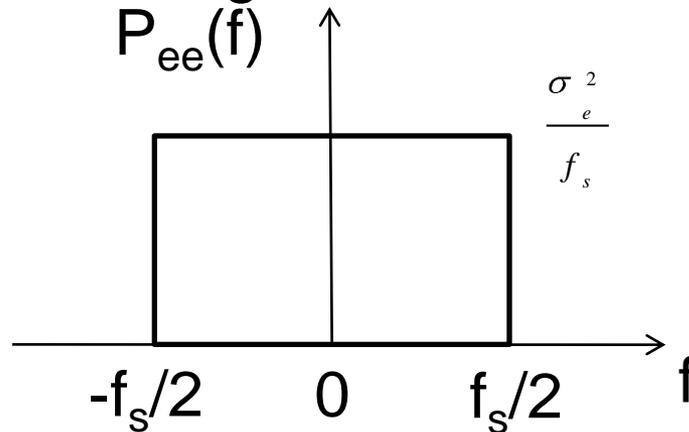
⇒ Quy luật 6dB/bit

- Ví dụ: Tín hiệu được lấy mẫu với tốc độ 44kHz và mẫu được lượng tử hóa bằng bộ chuyển đổi A/D tầm toàn thang 10V. Xác định số bit B để sai số lượng tử hiệu dụng phải nhỏ hơn 50  $\mu\text{V}$ . Tính sai số hiệu dụng thực sự & tốc độ bit theo *bps*

## 2. Lấy mẫu dư và định dạng nhiễu (noise shaping)



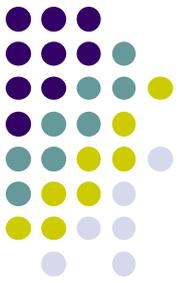
- $e(n)$  xem như nhiễu trắng trung bình bằng 0.
- Phổ công suất nhiễu trắng



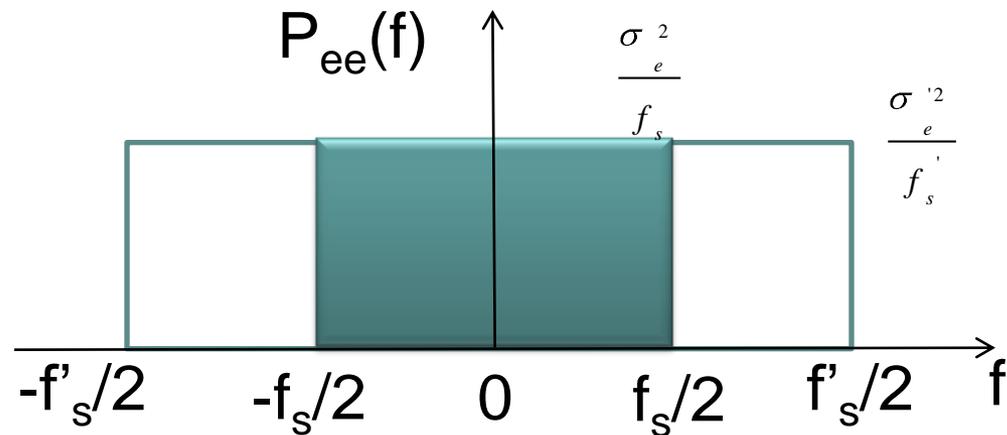
- Mật độ phổ công suất:  $S_{ee}(f) = \frac{\sigma_e^2}{f_s}, \quad -\frac{f_s}{2} \leq f \leq \frac{f_s}{2}$

=> Công suất nhiễu trong khoảng  $\Delta f = [f_a, f_b]$  là  $S_{ee}(f) \cdot \Delta f$

## 2. Lấy mẫu dư và định dạng nhiễu (noise shaping)



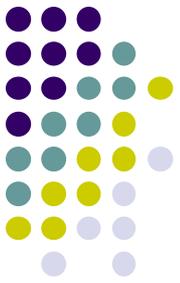
- Lấy mẫu dư:  $f_s' = L \cdot f_s$



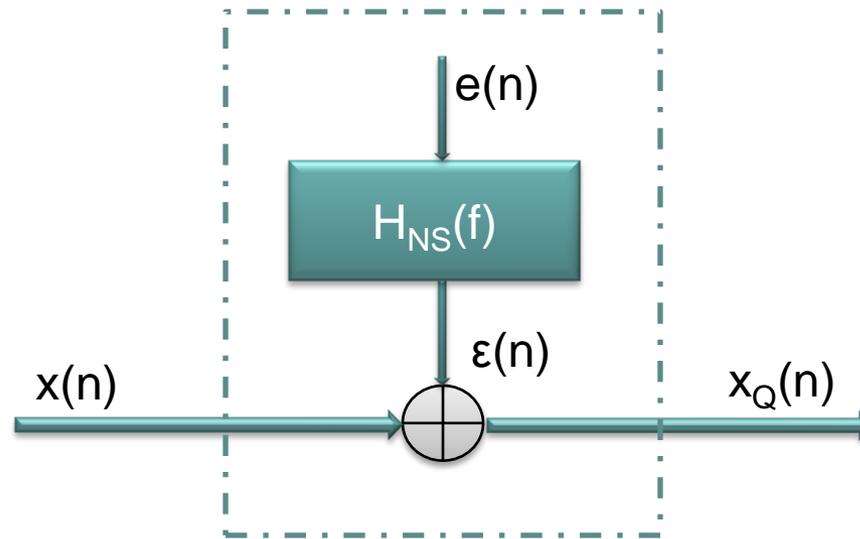
$$\frac{\sigma_e^2}{f_s} = \frac{\sigma_e'^2}{f_s'} \Rightarrow \sigma_e^2 = f_s \frac{\sigma_e'^2}{f_s'}$$

$$\Delta_B = B' - B = 0.5 \log_2 L$$

## 2. Lấy mẫu dư và định dạng nhiễu (noise shaping)

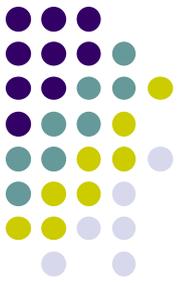


- Mô hình bộ lượng tử hóa định dạng nhiễu:

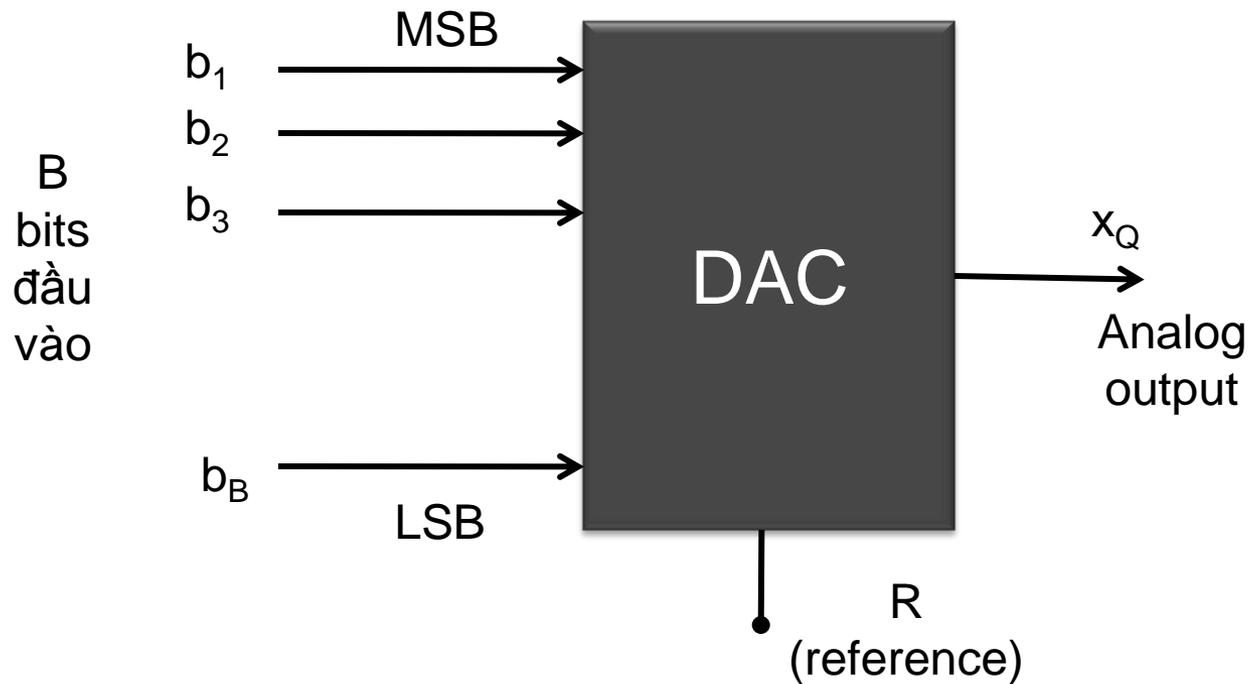


- Chuỗi  $\epsilon(n)$  không còn là nhiễu trắng, mật độ phổ công suất có dạng của bộ lọc  $H_{NS}(f)$

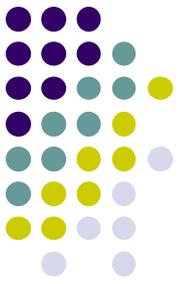
# 3. Bộ chuyển đổi D/A



- Xét bộ DAC B bit, tầm toàn thang R, ngõ vào B bit



# 3. Bộ chuyển đổi D/A



- (a) Nhị phân đơn cực thông thường (Unipolar natural binary)

$$x_Q = R (b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_B 2^{-B})$$

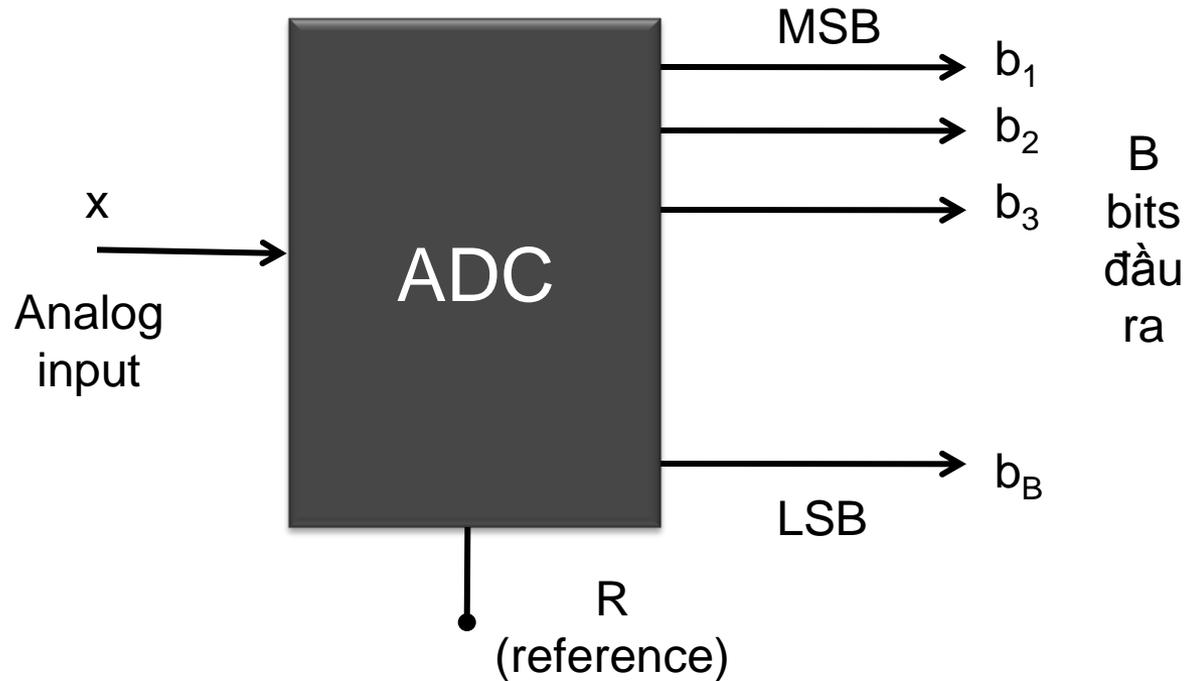
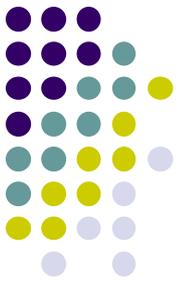
- (b) Nhị phân offset lưỡng cực (bipolar offset binary)

$$x_Q = R (b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_B 2^{-B} - 0.5)$$

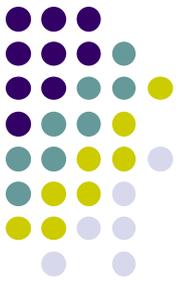
- (c) Lưỡng cực lấy bù 2 (bipolar 2's complement)

$$x_Q = R (\overline{b_1} 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_B 2^{-B} - 0.5)$$

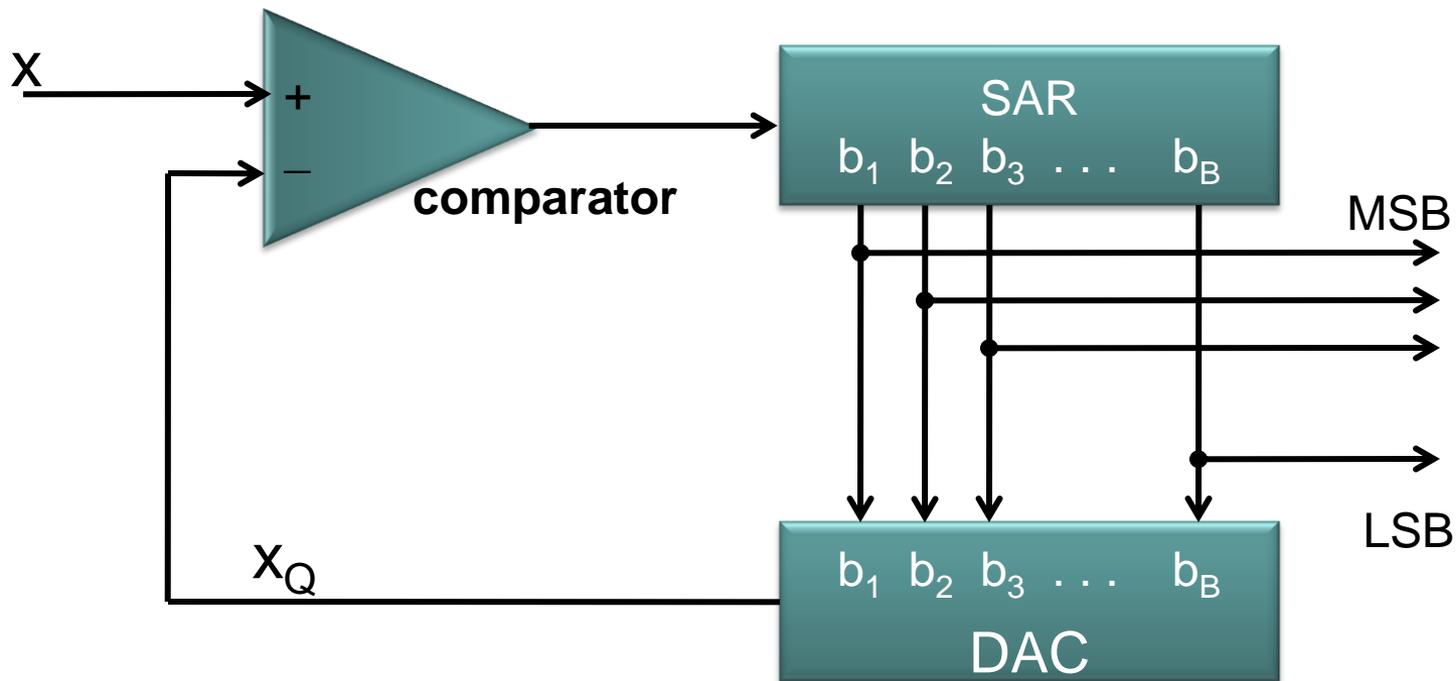
# 4. Bộ chuyển đổi A/D



# 4. Bộ chuyển đổi A/D



Bộ ADC sử dụng pp xấp xỉ liên tiếp:



# 4. Bộ chuyển đổi A/D



- + Thuật toán áp dụng cho mã hóa nhị phân thông thường và offset (với bộ DAC tương ứng) và lượng tử theo kiểu rút ngắn.
- + Để lượng tử hóa theo pp làm tròn:  $x$  được dịch lên  $Q/2$  trước khi đưa vào bộ chuyển đổi.
- + Đối với mã bù 2: bit MSB là bit dấu nên được xét riêng. Nếu  $x \geq 0$  thì MSB = 0.

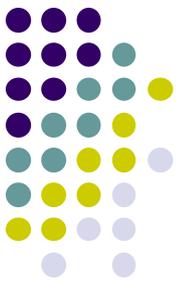


# 4. Bộ chuyển đổi A/D

- Ví dụ: Lượng tử hóa  $x = 3.5$  theo biểu diễn nhị phân offset, pp rút ngắn,  $B = 4$  bit và  $R = 10V$ .

Test	$b_1b_2b_3b_4$	$x_Q$	$C = u(x - x_Q)$
$b_1$	1000	0,000	1
$b_2$	1100	2,500	1
$b_3$	1110	3,750	0
$b_4$	1101	3,125	1
	1101	3,125	

=>  $b = [1101]$

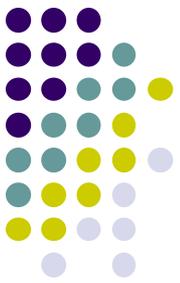


## 4. Bộ chuyển đổi A/D

- Ví dụ: Lượng tử hóa  $x = 3.5$  theo biểu diễn nhị phân thông thường, pp rút ngắn,  $B = 4$  bit và  $R = 10V$ .

Test	$b_1b_2b_3b_4$	$x_Q$	$C = u(x - x_Q)$
$b_1$	1000	5,000	0
$b_2$	0100	2,500	1
$b_3$	0110	3,750	0
$b_4$	0101	3,125	1
	0101	3,125	

$\Rightarrow b = [0101]$



## 4. Bộ chuyển đổi A/D

- Ví dụ: Lượng tử hóa  $x = 3.5$  theo biểu diễn nhị phân thông thường, pp làm tròn,  $B = 4$  bit và  $R = 10V$ .

$$y = x + Q/2 = 3.5 + 0.3125 = 3.8125$$

Test	$b_1b_2b_3b_4$	$x_Q$	$C = u(x - x_Q)$
$b_1$	1000	5,000	0
$b_2$	0100	2,500	1
$b_3$	0110	3,750	1
$b_4$	0111	4,375	0
	0110	3,750	

$\Rightarrow b = [0110]$

# Bài tập

- Bài 2.1, 2.3, 2.4, 2.5, 2.7

