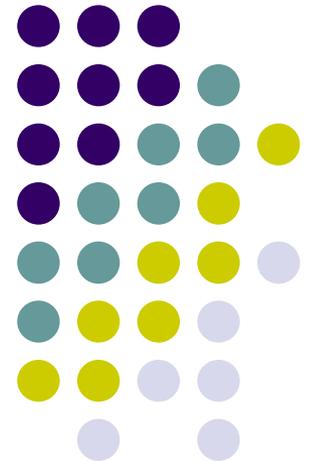


# Xử lý số tín hiệu

## Chương 4: Lọc FIR và tích chập





# 1. Các phương pháp xử lý khối

- Khối vào gồm L mẫu:

$$x = [x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{L-1}]$$

- Đáp ứng xung có chiều dài M+1: (bộ lọc FIR bậc M)

$$h = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ h_3 \ \dots \ h_M]$$





# 1. Các phương pháp xử lý khối

## a. Tích chập (convolution)



$$y(n) = \sum_m h(m) x(n-m) = \sum_m x(m) h(n-m)$$

$$y(n) = \sum_{\substack{i, j \\ i+j=n}} h(i) x(j)$$



# 1. Các phương pháp xử lý khối

## b. Dạng trực tiếp (Direct form)

Bộ lọc nhân quả FIR, bậc M:  $h = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ h_3 \ \dots \ h_M]$

Tích chập:

$$y(n) = \sum_m h_m x_{n-m}$$

với:

$$0 \leq m \leq M$$

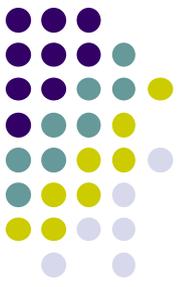
$$0 \leq n - m \leq L - 1 \rightarrow m \leq n \leq L - 1 + m$$

Suy ra:

$$0 \leq n \leq L - 1 + M$$

$$\Rightarrow y(n) = [y_0 \ y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{L-1+M}]$$

$$\text{Chiều dài } L_y = L + M = L_x + L_h - 1$$



# 1. Các phương pháp xử lý khối

$$0 \leq m \leq M \quad (1)$$

$$0 \leq n - m \leq L - 1 \rightarrow n - L + 1 \leq m \leq n \quad (2)$$

(1) & (2)

$$\Rightarrow \max(0, n - L + 1) \leq m \leq \min(n, M)$$

Công thức tích chập trực tiếp:

$$y(n) = \sum_{m = \max(0, n - L + 1)}^{\min(n, M)} h(m) x(n - m)$$

với  $n = 0, 1, \dots, L + M - 1$

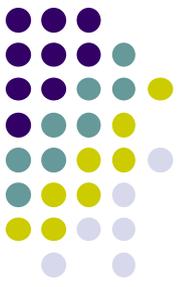


# 1. Các phương pháp xử lý khối

## c) Dạng bảng tích chập (convolution table)

$$y(n) = \sum_{\substack{i, j \\ i + j = n}} h(i) x(j)$$

	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$h_0$	$h_0x_0$	$h_0x_1$	$h_0x_2$	$h_0x_3$	$h_0x_4$
$h_1$	$h_1x_0$	$h_1x_1$	$h_1x_2$	$h_1x_3$	$h_1x_4$
$h_2$	$h_2x_0$	$h_2x_1$	$h_2x_2$	$h_2x_3$	$h_2x_4$
$h_3$	$h_3x_0$	$h_3x_1$	$h_3x_2$	$h_3x_3$	$h_3x_4$



# 1. Các phương pháp xử lý khối

- *Ví dụ:* tính tích chập của

$$h = [1, 2, -1, 1] \text{ và } x = [1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 1]$$

h \ x	1	1	2	1	2	2	1	1
1		1		2		2		1
2	1		2		2		1	
-1		2		2		1		
1	2		2		1		2	1

$$y = [1 \ 3 \ 3 \ 5 \ 3 \ 7 \ 4 \ 3 \ 3 \ 0 \ 1]$$



# 1. Các phương pháp xử lý khối

d) Dạng tuyến tính bất biến theo thời gian (LTI)

$$y[n] = \sum_m x[m] h[n-m]$$

$$x = [x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$$

hay viết cách khác

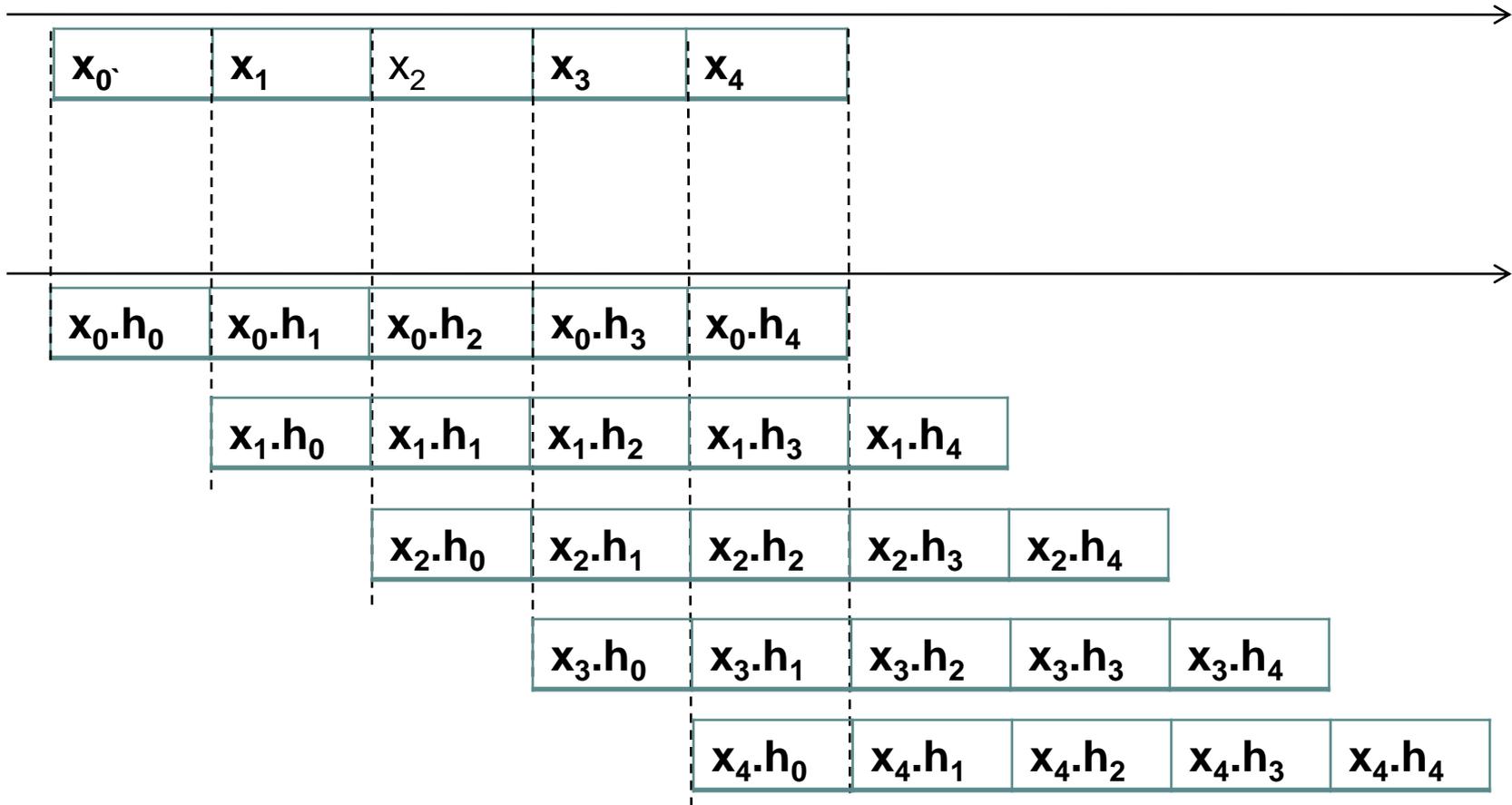
$$x(n) = x_0 \cdot \delta(n) + x_1 \cdot \delta(n-1) + x_2 \cdot \delta(n-2) + x_3 \cdot \delta(n-3) + x_4 \cdot \delta(n-4)$$

Suy ra:

$$y(n) = x_0 \cdot h(n) + x_1 \cdot h(n-1) + x_2 \cdot h(n-2) + x_3 \cdot h(n-3) + x_4 \cdot h(n-4)$$



# 1. Các phương pháp xử lý khối





# 1. Các phương pháp xử lý khối

Vẽ bảng:

	$h_0$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	0	0	0	0
$x_0$	$x_0 h_0$	$x_0 h_1$	$x_0 h_2$	$x_0 h_3$				
$x_1$		$x_0 h_0$	$x_0 h_1$	$x_0 h_2$	$x_0 h_3$			
$x_2$			$x_0 h_0$	$x_0 h_1$	$x_0 h_2$	$x_0 h_3$		
$x_3$				$x_0 h_0$	$x_0 h_1$	$x_0 h_2$	$x_0 h_3$	
$x_4$					$x_0 h_0$	$x_0 h_1$	$x_0 h_2$	$x_0 h_3$
$y_n$	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_6$



# 1. Các phương pháp xử lý khối

- **Ví dụ:** tính tích chập của

$$h = [1, 2, -1, 1] \text{ và } x = [1, 1, 2, 1, 2]$$

	1	2	-1	1	0	0	0	0
1	1	2	-1	1				
1		1	2	-1	1			
2			2	4	-2	2		
1				1	2	-1	1	
2					2	4	-2	2
$y_n$	1	3	3	5	3	5	-1	2



# 1. Các phương pháp xử lý khối

## e. Dạng ma trận

+  $x$  là vector chiều dài  $L$

$y$  là vector chiều dài  $L + M$

+ Dạng ma trận:  $y = Hx$  với  $H$ : ma trận  $(M+L) \times L$ , xác định từ đáp ứng xung  $h(n)$

+ Dễ dàng thấy

$$H = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ h_3 & h_2 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_3 & h_2 & h_1 & h_0 \\ 0 & 0 & h_3 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & h_3 & h_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 \end{bmatrix}$$

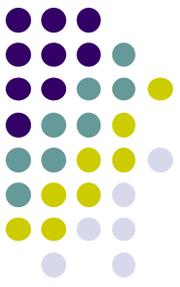


# 1. Các phương pháp xử lý khối

+ Cũng có thể viết:

$y = X.h$  với  $X$  là ma trận xác định từ  $x$  như sau:

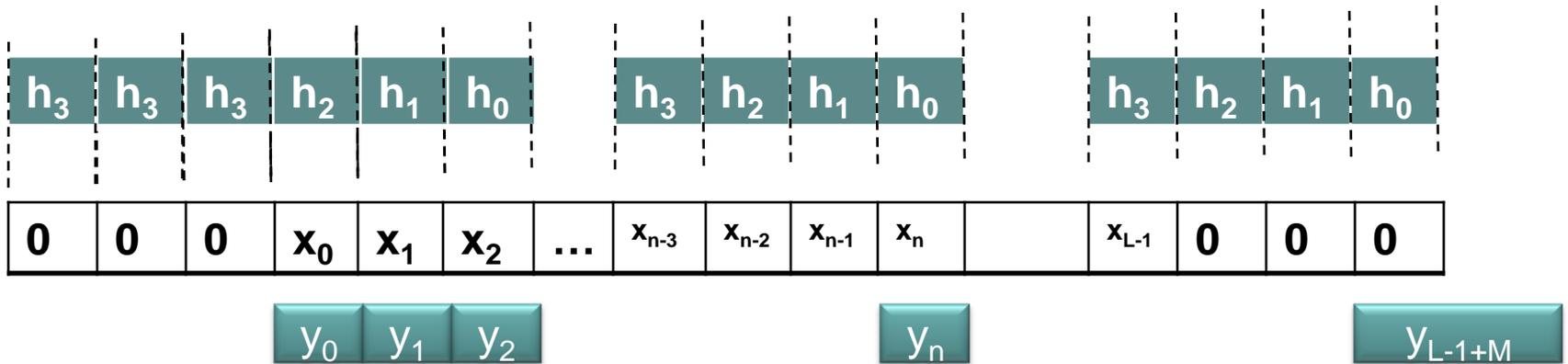
$$X = \begin{bmatrix} x_0 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_0 & 0 & 0 \\ x_2 & x_1 & x_0 & 0 \\ x_3 & x_2 & x_1 & x_0 \\ x_4 & x_3 & x_2 & x_1 \\ 0 & x_4 & x_3 & x_2 \\ 0 & 0 & x_4 & x_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 \end{bmatrix}$$

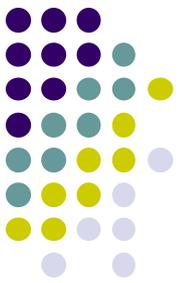


# 1. Các phương pháp xử lý khối

f. Dạng lật và trượt

$$y_n = h_0 x_n + h_1 x_{n-1} + \dots + h_M x_{n-M}$$





# 1. Các phương pháp xử lý khối

g. Trạng thái tức thời và trạng thái tĩnh

$$y(n) = h_0x(n) + h_1x(n-1) + h_2x(n-2) + \dots + h_Mx(n-M)$$

$x(n)$  bắt đầu từ  $n = 0$  đến  $n = L - 1$

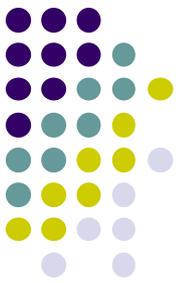
$$y(0) = h_0x(0)$$

$$y(1) = h_0x(1) + h_1x(0)$$

...

$$y(M-1) = h_0x(M-1) + h_1x(M-2) + \dots + h_{M-1}x(0)$$

=> khoảng thời gian  $[0; M-1]$ : trạng thái mở tức thời



# 1. Các phương pháp xử lý khối

$$y(M) = h_0x(M) + h_1x(M-1) + \dots + h_{M-1}x(1) + h_Mx(0)$$

$$y(M+1) = h_0x(M+1) + h_1x(M) + \dots + h_{M-1}x(2) + h_Mx(1)$$

...

$$y(L-1) = h_0x(L-1) + h_1x(L-2) + \dots + h_Mx(L-1-M)$$

=> khoảng thời gian  $[M; L-1]$ : trạng thái tĩnh (xác lập)

$$y(L) = h_1x(L-1) + h_2x(L-2) + \dots + h_Mx(L-M)$$

...

$$y(M+L-1) = h_Mx(L-1)$$

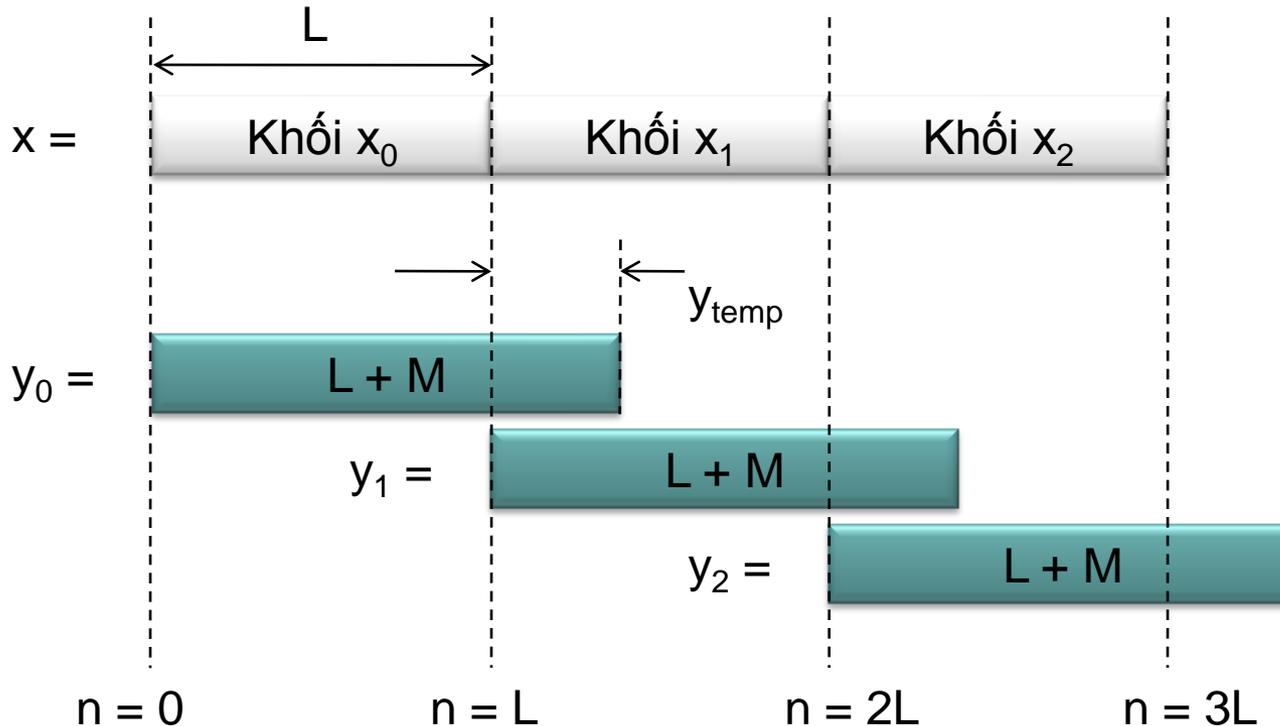
=> khoảng thời gian  $[L; M+L-1]$ : trạng thái tắt dần



# 1. Các phương pháp xử lý khối

## h. Dạng khối cộng chồng lấp

- Khối dữ liệu vào  $x$  được chia thành các khối có chiều dài  $L$ .





# 1. Các phương pháp xử lý khối

*Ví dụ :*

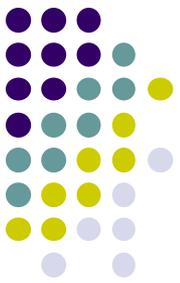
Tính tích chập  $x = [1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 1]$  với  $h = [1, 2, -1, 1]$  bằng pp cộng dồn khối, chọn  $L = 3$

*Giải :*

Chia ngõ vào thành các khối nhỏ:

$$x = [ \mathbf{1, 1, 2}, \mathbf{1, 2, 2}, \mathbf{1, 1, 0} ]$$

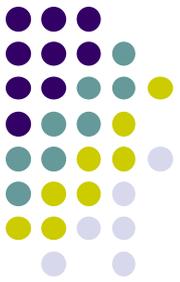
Chập từng khối nhỏ với  $h$ , ở đây sử dụng bảng tích chập.



# 1. Các phương pháp xử lý khối

		Block 0			Block 1			Block 2		
h \ x		1	1	2	1	2	2	1	1	0
1		1	1	2	1	2	2	1	1	0
2		2	2	4	2	4	4	2	2	0
-1		-1	-1	-2	-1	-2	-2	-1	-1	0
1		1	1	2	1	2	2	1	1	1

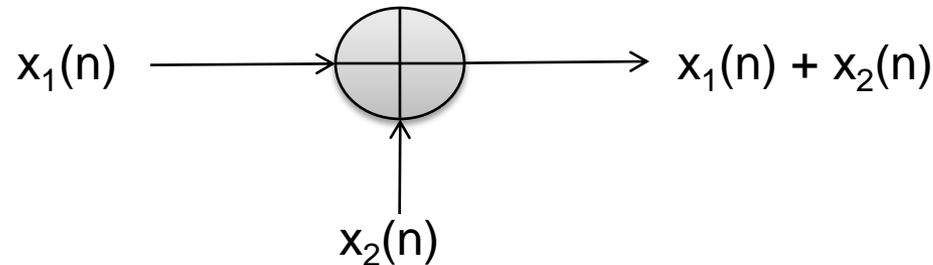
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y0	1	3	3	4	-1	2					
y1				1	4	5	3	0	2		
y2							1	3	1	0	1
y	1	3	3	5	3	7	4	3	3	0	1



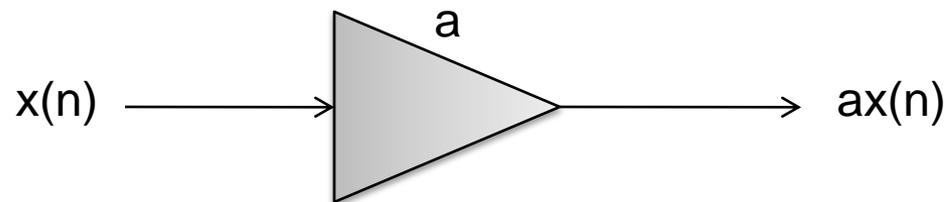
## 2. Phương pháp xử lý mẫu

Các khối cơ bản của hệ thống DSP

- Khối cộng:

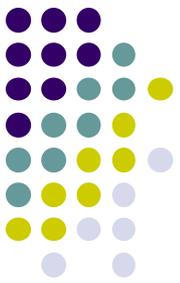


- Khối nhân:



- Khối làm trễ





## 2. Phương pháp xử lý mẫu

### a. Pure Delay



Thực hiện bằng cách dùng 1 thanh ghi nội. Tại thời điểm  $n$ :

- Đưa mẫu đã lưu trong thanh ghi ra ngõ ra ( $x(n-1]$ )
- Nhận mẫu vào  $x(n]$  và đưa lên thanh ghi. Mẫu này sẽ được đưa ra ở thời điểm  $n+1$ .

Xem thanh ghi là trạng thái nội của bộ lọc,

$$\omega_1(n) = x(n-1]$$



## 2. Phương pháp xử lý mẫu

- Đối với bộ làm trễ bậc cao hơn: dùng nhiều biến trạng thái nội (thanh ghi hơn).

Tổng quát, khi trễ  $D$  đơn vị, nội dung các thanh ghi là  $\omega_i(n)$ ,  $i = 1, 2, \dots, D$ . Ký hiệu ngõ vào  $\omega_0(n)$

Phương trình I/O của bộ trễ  $D$  đơn vị:

$$y(n) = \omega_D(n)$$

$$\omega_0(n) = x(n)$$

$$\omega_i(n+1) = \omega_{i-1}(n), i = D, D-1, \dots, 2, 1$$



## 2. Phương pháp xử lý mẫu

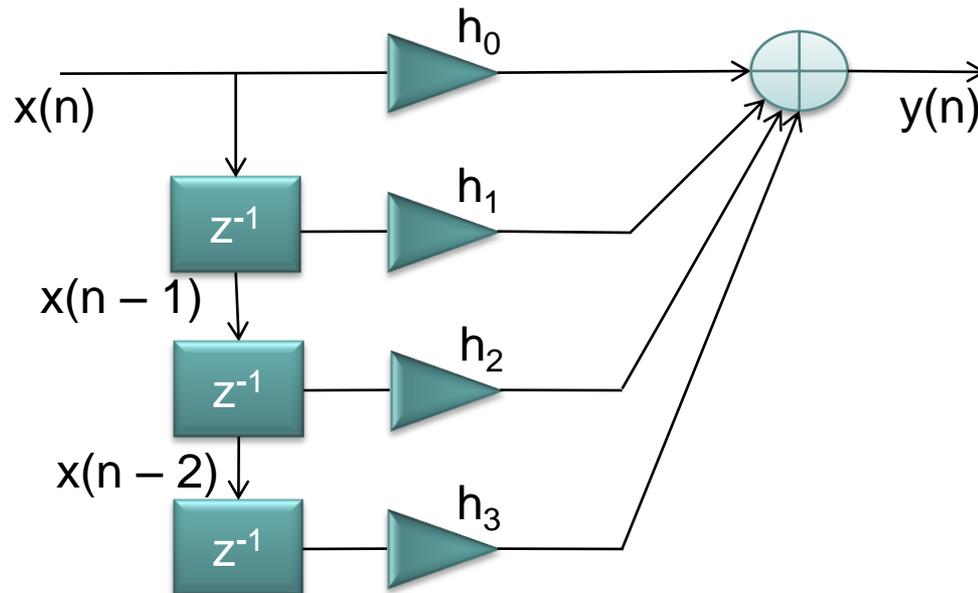
### b. Bộ lọc FIR dạng trực tiếp

- Pt tích chập trực tiếp của bộ lọc FIR bậc M:

$$y(n) = h_0x(n) + h_1x(n - 1) + \dots + h_Mx(n - M)$$

Với đáp ứng xung  $h = [h_0, h_1, \dots, h_M]$

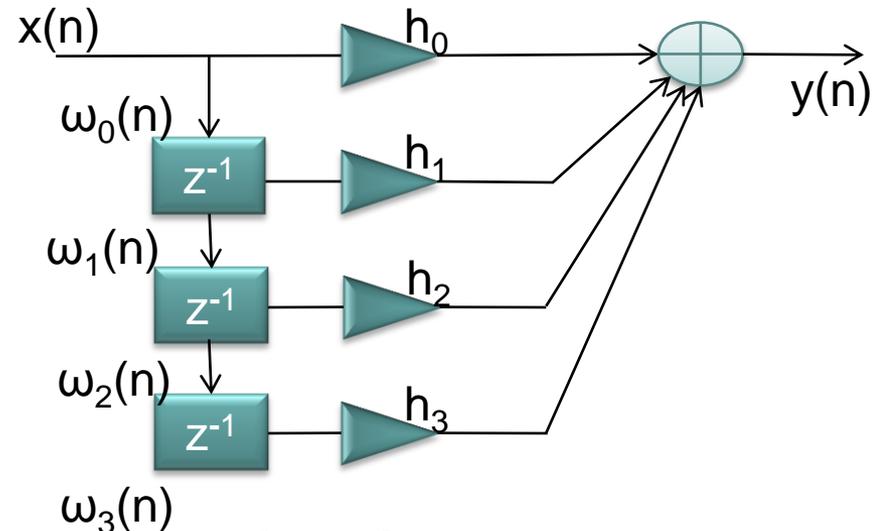
- Ví dụ thực hiện bộ lọc bậc 3 dạng trực tiếp như sau:



# 2. Phương pháp xử lý mẫu



- Đặt các trạng thái nội:



- Giải thuật xử lý mẫu: với mỗi mẫu vào  $x(n)$ :

$$\omega_0 = x$$

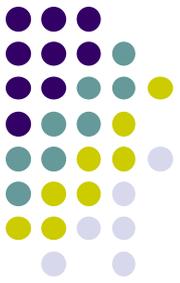
$$y = h_0\omega_0 + h_1\omega_1 + h_2\omega_2 + h_3\omega_3$$

$$\omega_3 = \omega_2$$

$$\omega_2 = \omega_1$$

$$\omega_1 = \omega_0$$

## 2. Phương pháp xử lý mẫu



*Ví dụ:* Xác định thuật toán xử lý mẫu trực tiếp, với

$$h = [1, 2, -1, 1]$$

$$x = [1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 1]$$

Sử dụng thuật toán để tính đáp ứng ngõ ra.

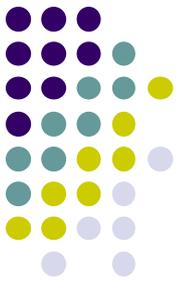
***Giải:***

Phương trình I/O của bộ lọc:

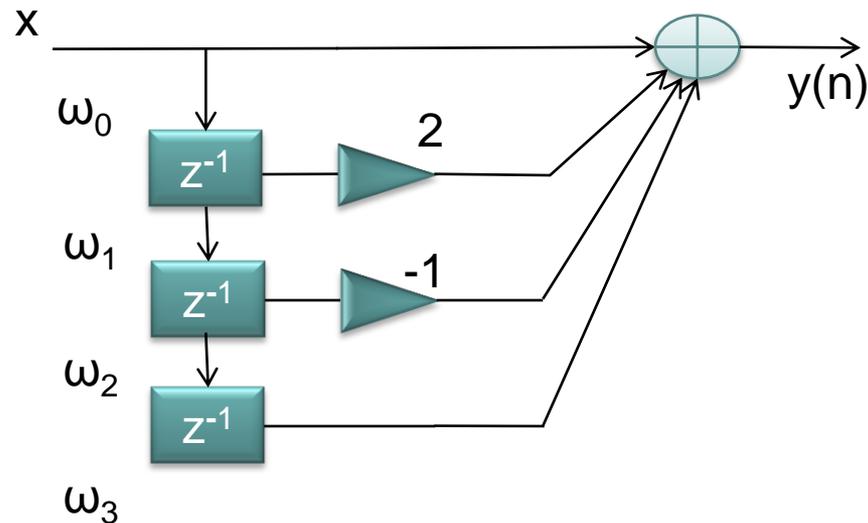
$$y(n) = x(n) + 2x(n - 1) - x(n - 2) + x(n - 3)$$

Với trạng thái nội  $\omega_i(n) = x(n - i)$ ,  $i = 1, 2, 3$  và đặt  $\omega_0(n) = x(n)$ .

# 2. Phương pháp xử lý mẫu



- Sơ đồ và thuật toán xử lý mẫu:



- Đối với mỗi mẫu vào x:

$$\omega_0 = x$$

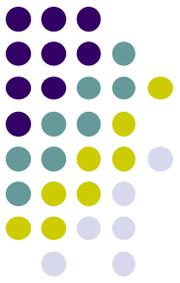
$$y = \omega_0 + 2\omega_1 - \omega_2 + \omega_3$$

$$\omega_3 = \omega_2$$

$$\omega_2 = \omega_1$$

$$\omega_1 = \omega_0$$

## 2. Phương pháp xử lý mẫu



- Thuật toán xử lý mẫu trực tiếp cho ngõ ra như sau:

n	x	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$y = \omega_0 + \omega_1 - \omega_2 + \omega_3$
0	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	3
2	2	2	1	1	0	3
3	1	1	2	1	1	5
4	2	2	1	2	1	3
5	2	2	2	1	2	7
6	1	1	2	2	1	4
7	1	1	1	2	2	3
8	0	0	1	1	2	3
9	0	0	0	1	1	0
10	0	0	0	0	1	1