

Phần 2

CƠ HỌC VẬT RẮN BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI

Chương 1

KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ CƠ HỌC VẬT RẮN BIẾN DẠNG

§1. NHIỆM VỤ MÔN HỌC:

Cơ học vật rắn biến dạng nhằm khảo sát bằng toán học sự làm việc của vật rắn, đặc biệt về ứng xử cơ học; bằng cách đó chúng ta hiểu được đáp ứng của các vật liệu khi chịu tải trọng ngoài, đặc trưng bằng sự truyền các lực vào bên trong vật thể, biến dạng của vật và chuyển vị của các điểm của cốt thể. Như thế vật thể, thực tế, thì biến dạng được dưới tác dụng của ngoại lực, điều này khác về bản chất với môn cơ học thuần lý là môn chỉ khảo sát sự chuyển động của các vật thể cứng tuyệt đối.

Nhiệm vụ của môn học là cung cấp những kiến thức cơ bản về phương pháp tính độ bền, độ cứng và độ ổn định của vật rắn dưới tác dụng của ngoại lực. Khi nói đảm bảo độ bền có nghĩa là phải thiết kế các vật thể (chi tiết máy, kết cấu công trình) có kích thước vừa đủ để có thể chịu tác dụng của ngoại lực mà không bị phá hỏng và tiết kiệm vật liệu. Đảm bảo yêu cầu độ cứng có nghĩa là thiết kế các vật có kích thước đủ lớn, để dưới tác dụng của ngoại lực vật có biến dạng hay chuyển vị nhỏ hơn một giới hạn nhất định mà kỹ thuật cho phép nhằm đảm bảo cho vật làm việc bình thường. Yêu cầu đảm bảo điều kiện

ổn định là các bộ phận công trình hay chi tiết máy phải làm việc sao cho dưới tác dụng của ngoại lực chúng không mất đi trạng thái cân bằng ban đầu.

§2. MÔ HÌNH NGHIÊN CỨU:

2.1. Phạm vi nghiên cứu:

Khi tác dụng ngoại lực lên vật thể, nó sẽ biến dạng. Tùy trạng thái hệ ngoại lực tác dụng (độ lớn, phương, chiều), tính chất cơ học của vật liệu mà vật thể sẽ biến dạng đàn hồi, biến dạng dẻo hay bị phá hủy. Trong phạm vi giáo trình này chỉ giới hạn xét biến dạng đàn hồi của vật rắn. Đây là giai đoạn biến dạng xảy ra đầu tiên tất yếu, trong phạm vi cho phép của hầu hết các chi tiết máy và công trình kỹ thuật. Hơn nữa, đây lại là cơ sở để nghiên cứu thêm biến dạng dẻo,...

2.2. Các giả thiết về tính chất vật liệu:

2.2.1. Vật thể là liên tục: Xem rằng ở mọi nơi trong vật thể đều có vật liệu (thực tế giữa các tinh thể có một khoảng không gian “rỗng lớn”). Ưu điểm của giả thiết này: làm đơn giản về phương diện toán học, sử dụng được các hàm liên tục, thiết lập được một số quan hệ căn bản độc lập với tính chất vật liệu.

2.2.2. Vật liệu đồng nhất: mọi nơi trong vật thể vật liệu có tính chất lý hóa như nhau.

2.2.3. Tính đẳng hướng của vật liệu: ứng xử vật liệu không thay đổi theo mọi hướng.

2.2.4. Trạng thái không có ứng suất ban đầu: khi không có ngoại lực tác động lên vật thể thì trong lòng vật thể không có ứng suất. Ứng suất mà ta sẽ xác định là phần ứng suất tăng lên do ngoại lực sinh ra chứ không kể đến ứng suất ban đầu có sẵn.

2.3. Hình dáng vật thể:

Các chi tiết máy, kết cấu công trình thường có dạng: tấm, vỏ, thanh, khung,... Ở đây giới hạn nghiên cứu của giáo trình là thanh và khung.

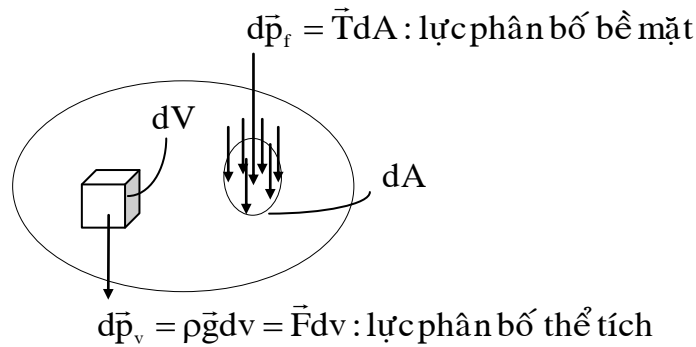
§3. LỰC (MOMENT):

3.1. Phân loại:

3.1.1. Theo nguồn gốc vật lý : lực trọng trường, lực điện từ, lực quán tính, lực ma sát.

3.1.2. Theo tính chất phân bố: lực thể tích, lực bề mặt, (hình 1.1).

3.1.3. Theo vị trí tác dụng:



Hình 1.1

3.1.3.1. Ngoại lực: lực từ ngoài tác dụng lên vật thể đang nghiên cứu. Gồm có: tải trọng, phản lực liên kết.

3.1.3.2. Nội lực: lực tương tác giữa các phần tiếp xúc bên trong vật khảo sát.

3.2. Ngoại lực và nội lực:

3.2.1. Ngoại lực:

3.2.1.1. Tải trọng: (lực hoạt động) có thể phân bố hay tập trung thường là các lực đã biết: lực truyền động, lực gió tác dụng lên quạt hay công trình, áp lực thủy tĩnh tác dụng lên công trình ngâm dưới nước,...

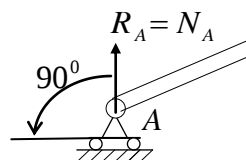
3.2.1.2. Phản lực liên kết: (ẩn, cần xác định).

Trong không gian, thanh có 6 bậc tự do: di chuyển theo 3 phương vuông góc bất kỳ nào đó và xoay xung quanh 3 phương đó. Thường trong kỹ thuật các thanh được liên kết với giá hay liên kết với nhau và những liên kết này chỉ cho phép thanh di chuyển hay biến dạng trong vài mặt phẳng. Do một thanh chịu tải phức tạp (không gian) có thể được tổ hợp từ các thành phần tải trọng tác dụng trong các mặt phẳng tọa độ; mặt khác, thường tải trọng cũng chỉ tác dụng trong một mặt phẳng nên chương trình tập trung giới thiệu các loại liên kết phẳng.

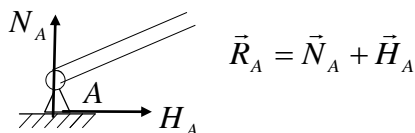
Phản lực liên kết phát sinh khi có ngoại lực tác dụng, có điểm đặt tại nơi tiếp xúc của 2 vật, giá trị và phương được xác định từ điều kiện cân bằng của hệ lực (tải trọng, phản lực). Chúng luôn là ẩn số của bài toán và số ẩn số phụ thuộc vào số liên kết, loại liên kết.

a) Các loại liên kết:

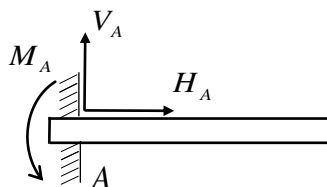
-Khớp bản lề con lăn: (liên kết đơn).



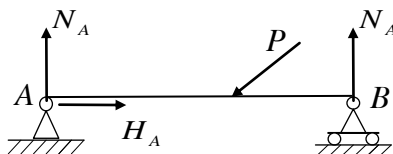
-Khớp bản lề không trượt (đôi)



-Liên kết ngàm (liên kết ba)



Đối với bài toán phẳng cần 3 liên kết hợp lý (không trùng nhau):



b) Trình tự xác định các phản lực liên kết:

- Nhận xét tính chất hệ tải trọng (phẳng, không gian) và kiểm tra lại các thành phần phản lực liên kết có đủ khả năng tạo thành hệ ngoại lực cân bằng không.
- Giải phóng liên kết và thay thế bằng các phản lực liên kết.
- Đặt tất cả tải trọng tác dụng lên thanh.
- Thiết lập các phương trình cân bằng.
- Nếu hệ siêu tĩnh: lập thêm các phương trình bổ sung.
- Giải hệ các phương trình cân bằng (kể cả phương trình bổ sung).

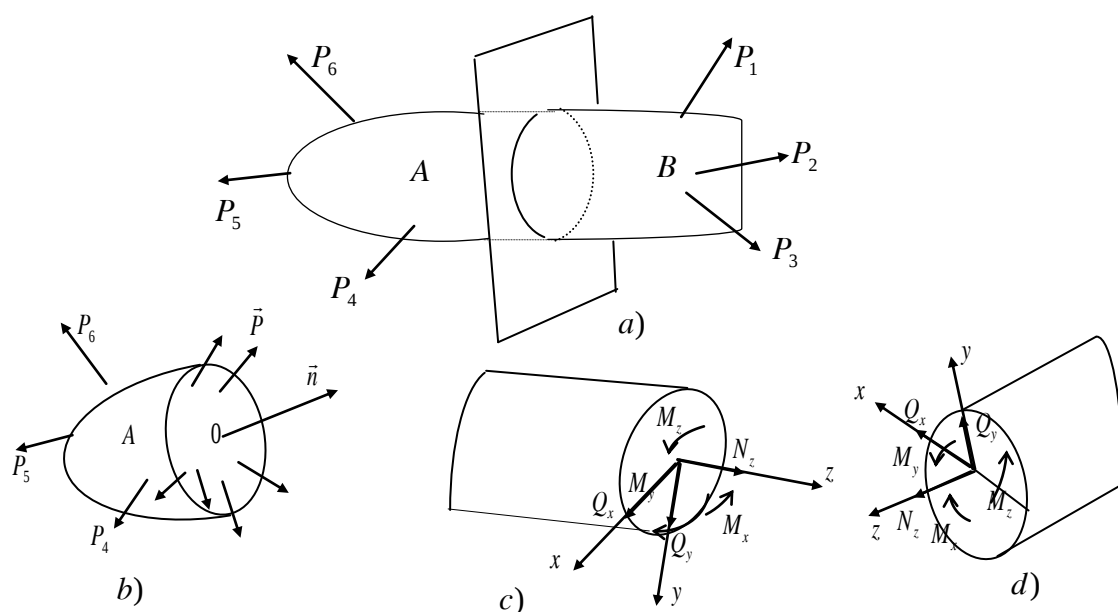
Chú ý:

- | | |
|--|---------------------------------|
| - Bài toán không gian có: | 6 phương trình cân bằng / thanh |
| - Bài toán hệ lực đồng qui không gian: | 3 phương trình cân bằng / thanh |
| - Bài toán phẳng có: | 3 phương trình cân bằng / thanh |
| - Bài toán hệ lực đồng qui phẳng có: | 2 phương trình cân bằng / thanh |
| - Bài toán hệ lực đồng trục có: | 1 phương trình cân bằng / thanh |

3.2.2. Nội lực:

Nội lực là những lực tác dụng lẫn nhau giữa các điểm hoặc các phần trong cơ hệ đang khảo sát.

Chia vật thể (thanh) bằng 1 mặt cắt ngang (m-m). Mặt cắt chia thanh thành 2 phần A, B. Các thành phần lực xuất hiện trên mặt cắt ngang thuộc A hay B gọi là các thành phần nội lực.



Hình 1.2

Thực ra trên mặt cắt ngang nội lực tồn tại dưới dạng phân bố: $\vec{P}$ (còn gọi là ứng suất)

Thu gọn về trọng tâm mặt cắt ngang 0 ta có 6 thành phần nội lực theo 3 trục tọa độ. (0xyz).

3.2.2.1. Đặc điểm hệ nội lực:

- Hệ nội lực thay đổi theo vị trí mặt cắt ngang.
- Hệ nội lực tồn tại khi ngoại lực tồn tại.
- Tính chất hệ nội lực phụ thuộc tính chất hệ ngoại lực.

3.2.2.2. Các thành phần nội lực:

Xác định hệ tọa độ Cartesian vuông góc 0xyz tam diện thuận đối với phần vật bên trái, tam diện nghịch đối với phần vật còn lại. Chiều vector chính và vector momentt chính (đã

thu gọn về trọng tâm 0), tổng quát có 6 thành phần nội lực. Qui ước tên gọi, ký hiệu và chiều như sau:

*** Đối với vector chính:**

- Hình chiếu lên trục x, y: lực cắt Q_x, Q_y .
- Hình chiếu lên trục z: lực dọc trục N_z .

*** Đối với vector moment chính:**

- Hình chiếu lên trục x, y: mômen uốn: M_x, M_y .
- Hình chiếu lên trục z: mômen xoắn M_z .

Ghi chú hệ tọa độ địa phương trên mặt cắt ngang:

- Chiều dương trục z theo chiều pháp tuyến ngoài của mặt cắt.
- Hai trục x, y là hệ trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt.
- Đối với phần vật bên trái, hệ tọa độ địa phương trên mặt cắt là hệ tọa độ thuận và là hệ tọa độ nghịch đối với phần vật bên phải.

3.2.2.3. Xác định các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang:

Vì hệ nội lực cân bằng với hệ ngoại lực của phần đang xét, nên:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{ij} + \sum \vec{F}_{ej} = 0 \Rightarrow \text{Có 3 phương trình hình chiếu} \\ \quad = \text{Tổng nội lực} + \text{Tổng ngoại lực} \\ \quad \quad i: \text{nội lực}; \quad e: \text{ngoại lực} \\ \sum \vec{M} = \sum \vec{M}_{i0} + \sum \vec{M}_{e0} = 0 \Rightarrow \text{Có 3 phương trình hình chiếu} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

Hay ta có 6 phương trình xác định 6 thành phần nội lực:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_z = -\sum F_{ejz} \quad ; \quad Q_x = -\sum F_{ejx} \quad ; \quad Q_y = -\sum F_{ejy} \\ M_x = -\sum m_x(F_{ej}) \quad ; \quad M_y = -\sum m_y(F_{ej}) \quad ; \quad M_z = -\sum m_z(F_{ej}) \end{array} \right. \quad (1.2)$$

3.2.2.4. Tương quan giữa nội lực và ngoại lực:

Xét một đoạn thanh dz trong bài toán phẳng. Giả sử ngoại lực tác dụng lên thanh nằm trong mặt phẳng yo z và có phương vuông góc với trục z. Như vậy chỗ có 2 thành phần nội lực: Q_x, M_x . Trong đoạn thanh đang xét có ngoại lực phân bố q , vì dz vô cùng bé nên có thể xem $q = \text{const}$ trong dz .

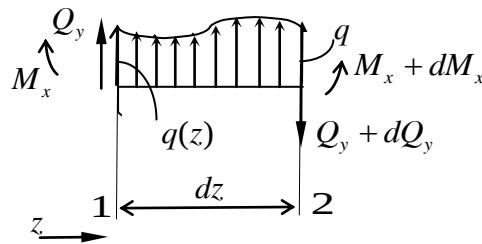
Gọi gia số moment uốn từ mặt cắt 1 $\rightarrow$ 2 : dM_x

Gọi gia số lực cắt từ mặt cắt $1 \rightarrow 2 : dQ_y$

Xét điều kiện cân bằng của phân tố:

$$\begin{cases} Q_y + qdz - (Q_y + dQ_y) = 0 \\ M_x - (M_x + dM_x) + Q_y dz + q \frac{dz^2}{2} = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Bỏ qua vô cùng bé bậc cao: $q \cdot \frac{dz^2}{2}$ (1.4)



Hình 1.3

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{dQ_y}{dz} = q(z) \\ \frac{dM_x}{dz} = Q_y \Leftrightarrow \frac{d^2 M}{dz^2} = q(z) \end{cases} \quad (1.5)$$

Nếu xét mặt cắt bên phải:

$$\frac{dQ_y}{dz} = -q(z) \quad (1.6)$$

$$\frac{dM_x}{dz} = -Q_y \quad (1.7)$$

Để phù hợp qui ước dấu của Q_y ta qui ước $q > 0$ khi hướng lên.

Tại một mặt cắt có sự bất liên tục về hệ số góc của biểu đồ Q_y : hiệu 2 hệ số góc tại mặt cắt này bằng giá trị lực tập trung.

Tương tự cho Q_x và M_y .

3.3. Biểu đồ nội lực:

3.3.1. Tổng quát:

- Biểu đồ nội lực biểu diễn sự biến thiên của các thành phần nội lực theo vị trí dọc trục thanh (trục z). Tổng quát ta có 6 biểu đồ nội lực.
- Người ta dùng biểu đồ nội lực làm cơ sở xác định mặt cắt nguy hiểm, tính bền, tính chuyển vị thanh, ...

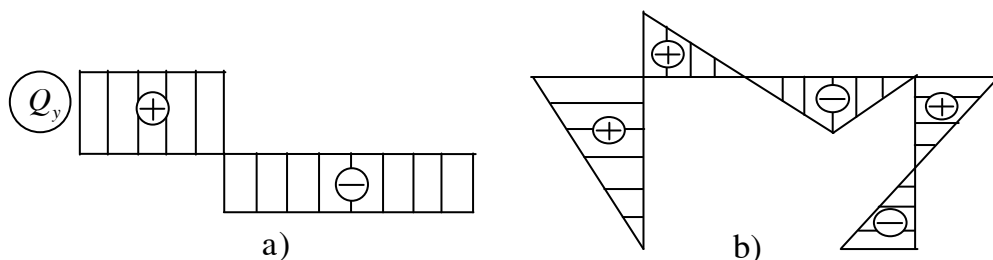
3.3.2. Phương pháp vẽ biểu đồ nội lực:

Các bước để vẽ biểu đồ nội lực:

- Giải phóng liên kết, xác định các phản lực liên kết.
- Dùng mặt cắt ngang (vuông góc với trục thanh) có tọa độ z để cắt tưởng tượng thanh. Vị trí của mặt cắt ngang nằm trong khoảng giữa hai điểm có sự thay đổi qui luật tác động của ngoại lực.
- Khảo sát sự cân bằng của phần bên trái (hoặc bên phải) của thanh để xác định biểu thức các thành phần nội lực theo tọa độ z và tải trọng tác động lên phần vật đang khảo sát cân bằng. Các biểu thức thể hiện sự biến thiên của các thành phần nội lực trên đoạn đang khảo sát của thanh giữa hai điểm có sự thay đổi qui luật tác động của ngoại trọng.
- Di chuyển mặt cắt ngang dần từ trái sang phải (hoặc từ phải sang trái) để quét toàn bộ chiều dài thanh và lặp lại bước trên. Số lượng mặt cắt ngang tùy thuộc vào số lần thay đổi qui luật tác động của ngoại lực: tại các điểm có đột biến ngoại lực phải dùng thêm mặt cắt. Nếu gọi n là số lần thay đổi qui luật tác động của ngoại lực trên toàn bộ thanh, thì số mặt cắt ngang cần dùng, tổng quát, là $(n-1)$. Khi hệ có tính đối xứng, số mặt cắt ngang cần dùng là $(n/2)$.
- Dựng các biểu đồ (đồ thị) theo các hàm nội lực tìm được.

3.3.3. Qui ước:

- Đối với thanh thẳng, giá trị dương của các thành phần nội lực vẽ phía trên trục hoành và ngược lại (hình 4.4a).



Hình 1.4

- Đối với khung phẳng, giá trị dương của các thành phần nội lực vẽ phía ngoài khung và ngược lại (hình 4.4b).

3.3.4. Nhận xét tổng quát:

- Tại các điểm có lực dọc trục tập trung thì trên biểu đồ lực dọc trục có bước nhảy, trị số bước nhảy bằng giá trị lực tập trung.

- Nếu tải trọng dọc trục phân bố theo một hàm đại số thì trên đoạn dầm đó lực dọc trục biến đổi theo hàm cao hơn 1 bậc so với hàm của tải trọng dọc trục phân bố.

- Khi tính M , Q theo qui ước về dấu đã qui định thì 1 dầm có tải trọng và liên kết đối xứng sẽ có:

- Biểu đồ lực cắt Q phản đối xứng.
- Biểu đồ mômen uốn M đối xứng.

- Tại các điểm có lực tập trung thì trên biểu đồ lực cắt có bước nhảy, trị số bước nhảy bằng lực tập trung.

- Đạo hàm của lực cắt bằng cường độ lực phân bố.

$$\frac{dQ_y}{dz} = q, \quad (q > 0 \text{ khi có chiều hướng lên}) \quad (1.8)$$

- Đạo hàm mômen uốn M_x bằng lực cắt Q_y :

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y \Rightarrow \frac{d^2 M_x}{dz^2} = q \quad (1.9)$$

- Tại các điểm có mômen uốn tập trung thì trên biểu đồ mômen uốn tương ứng bước nhảy, trị số bước nhảy bằng mômen tập trung. Nếu đi từ trái sang phải momentt uốn ngoại lực cùng chiều quay kim đồng hồ thì trên biểu đồ momentt uốn có bước nhảy lên và ngược lại.

- Điểm có $Q_y = 0$ sẽ có momentt uốn cực trị.

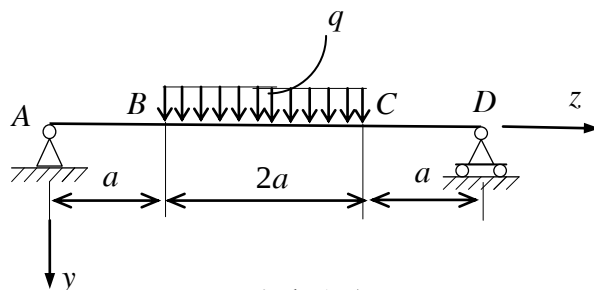
3.3.5. Ghi chú:

Các nhận xét trên cho trường hợp xét phần bên trái thanh. Nếu xét phần bên phải thanh thì:

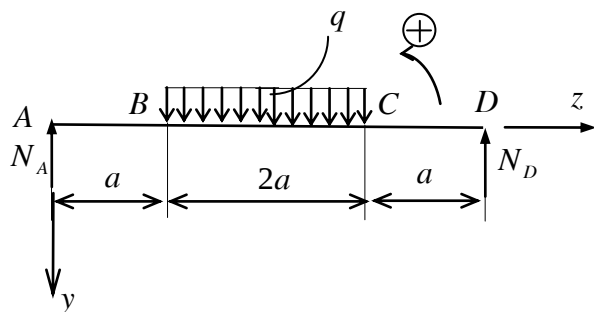
$$\frac{dQ_y}{dz} = -q \quad \& \quad \frac{dM_x}{dz} = -Q_y \quad (1.10)$$

§4. THÍ DỤ:**4.1. Đề bài:**

Một thanh thép AD có tiết diện tròn, có liên kết và chịu tải như hình . Vẽ các biểu đồ nội lực của thanh.



Hình 1.5

4.2. Bài giải mẫu:

Hình 1.6

4.2.1. Xác định phản lực liên kết:

Khảo sát sự cân bằng thanh AD:

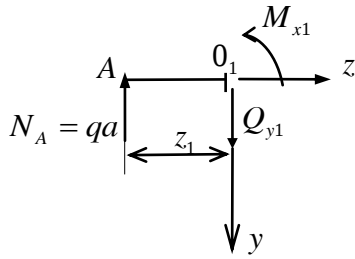
$$\begin{cases} \sum F_y = N_A + N_D - 2qa = 0 \\ \sum M_A = -2qa \cdot 2a + N_D \cdot 4a = 0 \end{cases} \quad (1.11)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_D = qa \\ N_A = N_D = qa \end{cases} \quad (1.12)$$

4.2.2. Dùng 3 mặt cắt ngang:

Xác định các thành phần nội lực Q_y và M_x :

- Mặt cắt trong đoạn AB (hình 4.7): ($0 \leq z_1 \leq a$)



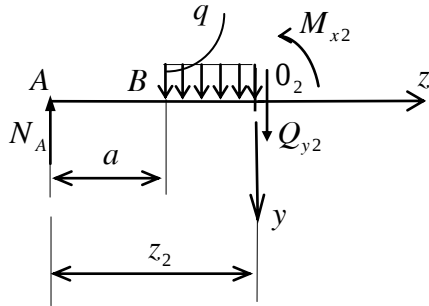
Hình 1.7

Điều kiện cân bằng A0₁:

$$\begin{cases} \sum F_y = Q_{y1} - N_A = 0 \\ \sum M_{01} = M_{x1} - N_A \cdot z_1 = 0 \end{cases} \quad (1.13)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_{y1} = N_A = qa > 0 \\ M_{x1} = N_A \cdot z_1 = qa \cdot z_1 > 0 \end{cases} \quad (1.14)$$

- Mặt cắt trong đoạn BC: ($a \leq z_2 \leq 3a$)



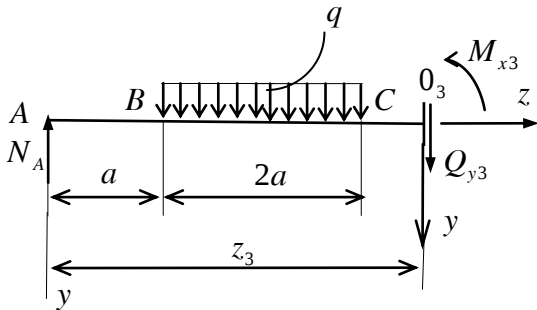
Hình 1.8

Điều kiện cân bằng đoạn A0₂ (hình 4.8):

$$\begin{cases} \sum F_y = Q_{y2} + q(z_2 - a) - N_A = 0 \\ \sum M_{02} = M_{x2} + \frac{q(z_2 - a)^2}{2} - N_A \cdot z_2 = 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_{y2} = -qz_2 + 2qa \\ M_{x2} = -\frac{q}{2}z_2^2 + 2qa \cdot z_2 - \frac{qa^2}{2} \end{cases} \quad (1.16)$$

- Mặt cắt trong đoạn CD (hình 4.9): ($3a \leq z_3 \leq 4a$)



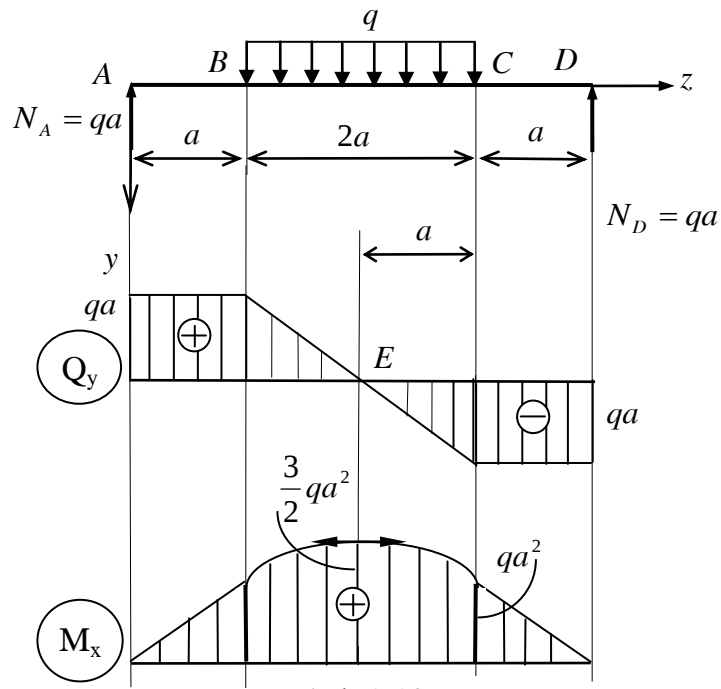
Hình 1.9

Điều kiện cân bằng đoạn A0₃:

$$\begin{cases} \sum F_y = Q_{y3} + 2qa - N_A = 0 \\ \sum M_{03} = M_{x3} + 2qa(z_3 - 2a) - N_A \cdot z_3 = 0 \end{cases} \quad (1.17)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_{y3} = -qa < 0 \\ M_{x3} = -qa \cdot z_3 + 4qa^2 \end{cases} \quad (1.18)$$

Từ (4.14), (4.16), (4.18) ta vẽ được hai biểu đồ nội lực (hình 4.10):



Hình 1.10

