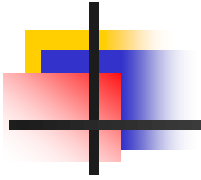


Ch 4:

cuu duong than cong . com

Trường điện từ biến thiên

cuu duong than cong . com



❖ Nội dung chương 4:

4.1 Trường điện từ biến thiên và các hàm thế .

4.2 Trường điện từ biến thiên điều hòa .

4.3 Sóng điện từ phẳng đơn sắc (upw).

4.4 Định lý Poynting.

cuu duong than cong . com

4.5 Tính phân cực của sóng phẳng.

4.6 Sóng phẳng trong môi trường vật liệu.

cuu duong than cong . com

4.1: Trường điện từ biến thiên và các hàm thể

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

a) Giới thiệu trường điện từ biến thiên

- ❖ Điện tích tạo ra trường điện và dòng điện tạo ra trường từ.
- ❖ Đối với trường điện tĩnh và trường từ tĩnh, các đại lượng đặc trưng không thay đổi theo thời gian.
- ❖ Ở trường điện từ tĩnh, trường $\vec{E}$ và $\vec{D}$ độc lập với trường $\vec{B}$ và $\vec{H}$.
cuu duong than cong . com
- ❖ Khi nguồn điện tích và dòng điện biến thiên theo t , thì ta có:
 - Trường điện từ không chỉ biến thiên theo t .
 - Trường điện và trường từ còn chuyển hóa lẫn nhau.
- ❖ Sự chuyển hóa lẫn nhau của trường điện và trường từ tạo nên sóng điện từ lan truyền trong không khí hay môi trường vật liệu.

❖ Mô hình trường điện từ biến thiên :

Hệ Ptrình Maxwell

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho_V \quad (3)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (4)$$

$$\text{div } \vec{J} = -\partial \rho_V / \partial t \quad (5)$$

Phương trình liên hệ

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Phương trình ĐKB

$$H_{1t} - H_{2t} = J_S$$

$$E_{1t} - E_{2t} = 0$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho_S$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0$$

$$J_{1n} - J_{2n} = -\frac{\partial \rho_S}{\partial t}$$

b) Các hàm thế của TĐT biến thiên:

1. Thế từ vector:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 & (4) \\ \operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{A}) = 0 & \text{(vector algebra)} \end{cases}$$



$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

2. Thế điện vô hướng:

$$(2) : \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\operatorname{rot} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\begin{cases} \operatorname{rot}(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\operatorname{grad} \varphi) = 0 & \text{(vector algebra)} \end{cases}$$



$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

3. Điều kiện phụ Lorentz : đa trị $\rightarrow$ đơn trị

$$\operatorname{div} \vec{A} + \mu\epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$$

c) Trình D'Alembert cho thể vector:

$$\text{❖ (1) : } \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A}) = \mu \vec{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (-\operatorname{grad} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$$

$$\Rightarrow \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A} = \mu \vec{J} - \operatorname{grad}(\mu \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t}) - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}$$

$$\text{❖ Dùng điều kiện Lorentz : } \operatorname{div} \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$$

➤ Phương trình D'Alembert cho thể từ vector:

$$\Delta \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}$$

d) Phương trình D'Alembert cho thế vô hướng:

❖ (3) :

$$\rho_V = \operatorname{div} \vec{D} = \varepsilon \cdot \operatorname{div} \left(-\operatorname{grad} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = -\varepsilon \Delta \varphi - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \vec{A})$$

❖ Dùng điều kiện Lorentz : $\operatorname{div} \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$

cuu duong than cong . com

$$\Rightarrow \rho_V = -\varepsilon \Delta \varphi + \mu \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$$

➤ Phương trình D'Alembert cho thế điện vô hướng :

$$\Delta \varphi - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho_V}{\varepsilon}$$

❖ Tổng kết:

i. Thế điện $\varphi(t)$ thế từ $\vec{A}(t)$ thỏa phương trình truyền sóng:

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}$$

$$\Delta \varphi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho_v}{\epsilon}$$

⇒ Trường điện từ biến thiên lan truyền với vận tốc:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

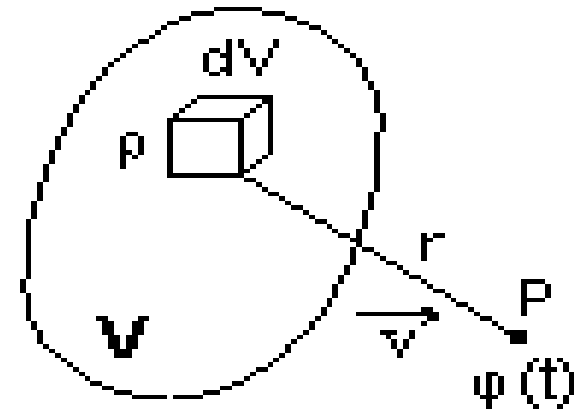
⇒ Hình thành sóng điện từ

⇒ Áp dụng trong viễn thông

ii. Nghiệm phương trình truyền sóng:

$$\vec{A}(t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(t - r/v) dV}{r}$$

$$\varphi(t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho_V(t - r/v) dV}{r}$$



⇒ $\varphi(t)$ and $\vec{A}(t)$: gọi là thế chậm.

4.2 Trường điện từ biến thiên điều hòa

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

a) Giới thiệu:

- ❖ Là trường điện từ biến thiên điều hòa theo thời gian.

$$\begin{aligned}\vec{E}(x,y,z,t) = & E_{mx}(x,y,z)\cos[\omega t + \psi_x(x,y,z)]\vec{a}_x \\ & + E_{my}(x,y,z)\cos[\omega t + \psi_y(x,y,z)]\vec{a}_y \\ & + E_{mz}(x,y,z)\cos[\omega t + \psi_z(x,y,z)]\vec{a}_z\end{aligned}$$

- ❖ Trường điện từ điều hòa : thực tiễn và tiện ích.

➡ Với các trường hợp khác, dùng phân tích Fourier.

b) Vector biên độ phức:

❖ Định nghĩa: là hàm phức

Miền tgian: $\vec{E} = E_{mx}(z) \cos[\omega t + \psi_x(z)] \vec{a}_x$

Kgian phức: $\dot{\vec{E}} = E_{mx}(z) \cdot e^{j\psi(z)} \vec{a}_x = E_{mx}(z) \angle \psi(z) \cdot \vec{a}_x$

cuu duong than cong . com

❖ Quan hệ giữa giá trị tức thời và vector biên độ phức :

$$\dot{\vec{E}}(z) \Leftrightarrow \vec{E}(z,t) = \text{Re}\{\dot{\vec{E}}(z) * e^{j\omega t}\}$$

cuu duong than cong . com

❖ Tính chất: $\frac{\partial \vec{E}(z,t)}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega * \dot{\vec{E}}(z)$

❖ VD 4.2.1: Vector biên độ phức

❖ Ví dụ 1: Cho trường điện:

$$\vec{E}(z,t) = 20 \cos(2\pi \cdot 10^9 t - 3z + 30^\circ) \cdot \vec{a}_x \text{ (V/m)}$$

$$\longrightarrow \dot{\vec{E}}(z) = 20 \cdot e^{-j3z} e^{j30^\circ} \vec{a}_x \text{ (V/m)}$$

❖ Ví dụ 2: Cho vector biên độ phức trường điện :

$$\dot{\vec{E}}(z) = \left[100 \vec{a}_x + 20 \angle 30^\circ \vec{a}_y \right] e^{-j0,21z}$$

$$\longrightarrow \vec{E}(z,t) = 100 \cos(\omega t - 0,21z) \vec{a}_x + 20 \cos(\omega t - 0,21z + 30^\circ) \vec{a}_y \text{ (V/m)}$$

c) Hệ phương trình Maxwell dạng phức:

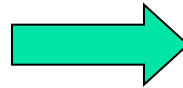
❖ Ở môi trường $\sigma, \varepsilon, \mu = \text{const}$, hệ phương trình Maxwell:

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\vec{\text{div}} \vec{E} = \rho_V / \varepsilon$$

$$\vec{\text{div}} \vec{H} = 0$$



$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E}$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}$$

$$\vec{\text{div}} \vec{E} = \dot{\rho}_V / \varepsilon$$

$$\vec{\text{div}} \vec{H} = 0$$

❖ Và các phương trình liên hệ :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} ; \vec{D} = \varepsilon \vec{E} ; \vec{B} = \mu \vec{H}$$

❖ VD 4.2.2: Dùng hệ pt Maxwell phức

Môi trường $\sigma = 0$, $\mu = \mu_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ tồn tại trường điện:

$$\vec{E}(z,t) = 20 \sin(10^8 t - \beta z) \vec{a}_y \text{ (V/m)}$$

Tìm β và $\vec{H}(z,t)$?

○ Cách 1: Giải trực tiếp trong miền t (xem lại 1.7) .

○ Cách 2: Dùng phức: $\vec{E}(z,t) \rightarrow \dot{\vec{E}} = 20.e^{-j\beta z} \vec{a}_y \text{ (V/m)}$

$$\rightarrow \text{rot} \dot{\vec{E}} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & 20.e^{-j\beta z} & 0 \end{vmatrix} = j20\beta.e^{-j\beta z} \vec{a}_x$$

$$\rightarrow \dot{\vec{H}} = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \text{rot} \dot{\vec{E}} = -\frac{20\beta}{\omega\mu_0} .e^{-j\beta z} \vec{a}_x$$

❖ VD 4.2.2: Dùng hệ pt Maxwell phức

$$\rightarrow \text{rot} \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ -20\beta \cdot e^{-j\beta z} / \omega\mu_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{j20\beta^2}{\omega\mu_0} \cdot e^{-j\beta z} \vec{a}_y$$

Chú ý là : $\text{rot} \vec{H} = j\omega\epsilon_0 \vec{E} = j\omega\epsilon_0 20 \cdot e^{-j\beta z} \vec{a}_y$

$$\rightarrow \beta = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = 10^8 / 3 \cdot 10^8 = 1/3$$

$$\rightarrow \vec{H} = -\frac{1}{2\pi} \cdot e^{-jz/3} \vec{a}_x$$

$$\rightarrow \vec{H}(z,t) = -\frac{1}{2\pi} \cdot \cos(10^8 t - z/3) \vec{a}_x \text{ (A/m)}$$

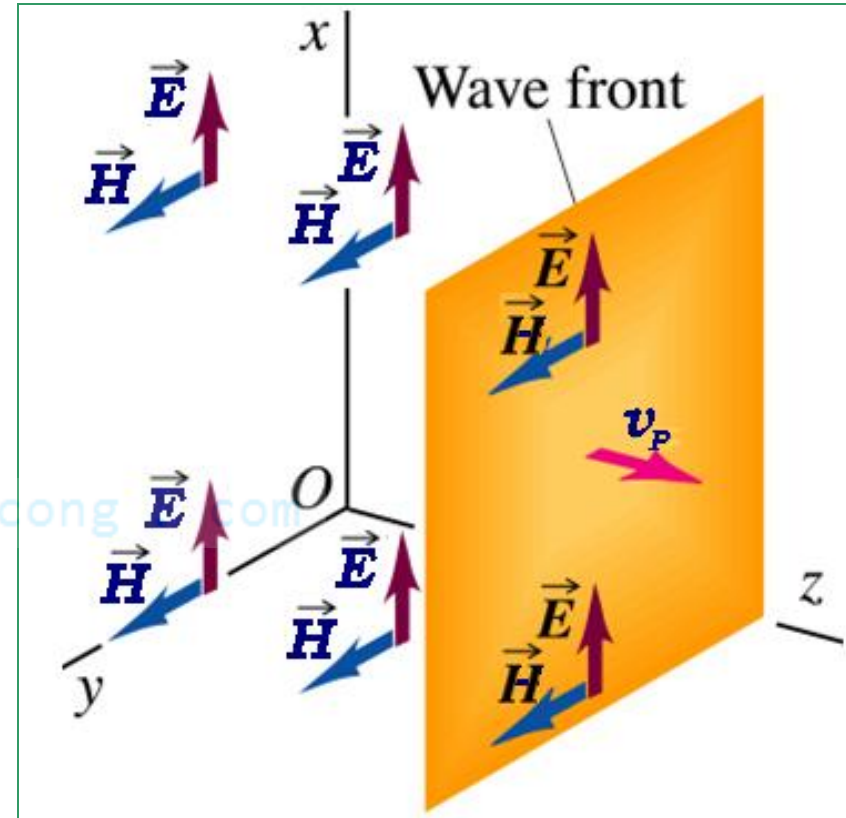
4.3 Sóng điện từ phẳng đơn sắc (upw):

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

a) Khái niệm sóng phẳng đơn sắc :

- i. Upw: là mô hình đơn giản nhất của TĐT điều hòa.
- ii. $\vec{E}$ và $\vec{H}$ nằm trên mặt phẳng vuông góc với phương lan truyền của sóng phẳng.
- iii. Do không có thành phần theo phương truyền sóng, sóng phẳng đơn sắc thuộc loại sóng điện từ ngang (TEM wave).



- iv. Các đại lượng đặc trưng có cùng biên độ và hướng trên mặt phẳng chứa nó.
-  Đơn sắc

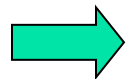
b) Phương trình của sóng phẳng :

❖ Giả sử môi trường khảo sát là tuyến tính, đồng nhất, đẳng hướng và không nguồn ($\rho_v = 0$).

Sóng phẳng truyền theo phương +z. Trường điện và từ là điều hòa và không phụ thuộc vào biến x, y.

$$\vec{E} = E_x \vec{a}_x = E(z) \cos[\omega t + \psi_E(z)] \vec{a}_x$$

$$\vec{H} = H_y \vec{a}_y = H(z) \cos[\omega t + \psi_H(z)] \vec{a}_y$$



Vector phức:

$$\dot{\vec{E}} = E(z) \angle \psi_E(z) \vec{a}_x = \dot{E} \cdot \vec{a}_x$$

$$\dot{\vec{H}} = H(z) \angle \psi_H(z) \vec{a}_y = \dot{H} \cdot \vec{a}_y$$

b) Phương trình của sóng phẳng :

$$\text{rot } \vec{H} = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}$$



$$\Delta \vec{E} - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E} = 0$$

And $\vec{E} = \dot{E}(z) \cdot \vec{a}_x$



$$\frac{\partial^2 \dot{E}}{\partial z^2} - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \dot{E} = 0$$

$$\dot{E} = M_1 e^{-\gamma z} + M_2 e^{\gamma z}$$

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = \alpha + j\beta$$

(hệ số truyền [m^{-1}])

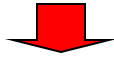
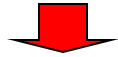
$$\dot{H} = \frac{M_1}{\eta} e^{-\gamma z} - \frac{M_2}{\eta} e^{\gamma z}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = |\eta| \angle \tau$$

(trở sóng [Ω])

c) Các đặc trưng của sóng phẳng :

i. $u_{pw} = \text{sóng tới} + \text{sóng phản xạ}$



$$\dot{E} = M_1 e^{-\gamma z} + M_2 e^{\gamma z}$$

$$\dot{H} = \frac{M_1}{\eta} e^{-\gamma z} - \frac{M_2}{\eta} e^{\gamma z}$$

ii. Vector phức của sóng tới :

❖ Khi không có phản xạ :

$$\vec{E} = \dot{E} \cdot \vec{a}_x = M_1 e^{-\gamma z} \cdot \vec{a}_x = \vec{E}_0 e^{-\gamma z}$$

$$\vec{H} = \dot{H} \cdot \vec{a}_y = \frac{M_1}{\eta} e^{-\gamma z} \cdot \vec{a}_y = \vec{H}_0 e^{-\gamma z}$$

$M_1 = m_1 \angle \varphi_1$ = biên độ/pha của trường điện tại $z = 0$.

$\vec{E}_0, \vec{H}_0$ = Vector phức tại $z = 0$.

iii. Hệ số truyền :

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = \alpha + j\beta$$

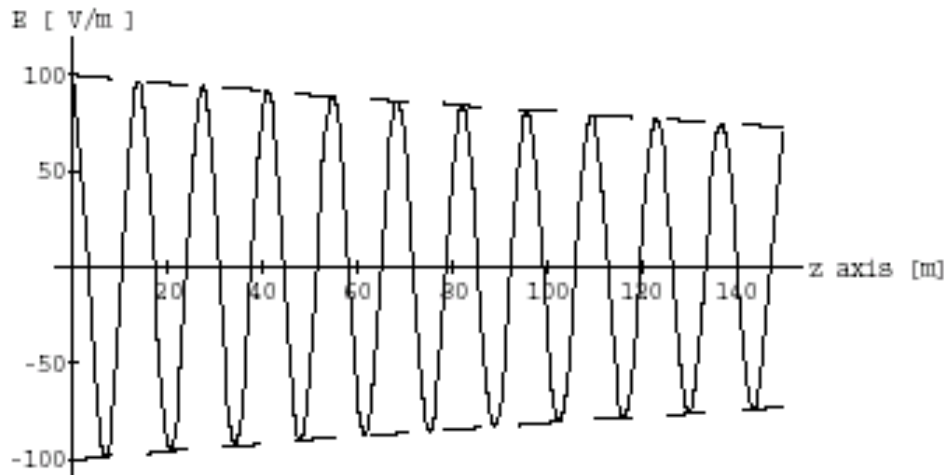
$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-\gamma z} = [m_1 e^{-\alpha z} \angle(\varphi_1 - \beta z)] \vec{a}_x$$

$$\alpha = \text{attenuation const} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} - 1 \right]} \quad (\text{Np/m})$$

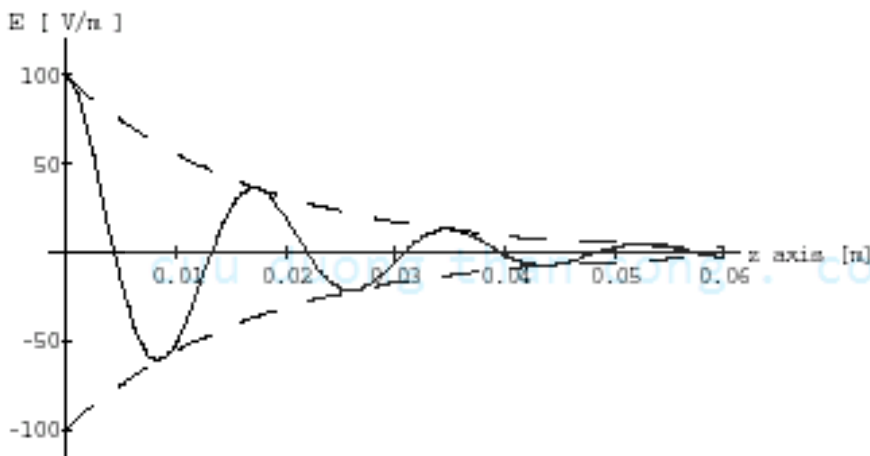
$$\beta = \text{phase const} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} + 1 \right]} \quad (\text{rad/m})$$



Mô tả sự thay đổi biên độ trường điện :



Electric field intensity in distilled water ($\mu_r = 1$, $\epsilon'_r = 80$, $\sigma = 2 \times 10^{-4} \text{ S/m.}$)



Electric field intensity in a piece of steak ($\mu_r = 1$, $\epsilon'_r = 47$, $\sigma = 2.17 \text{ S/m.}$)

iv. Trở sóng :

- ❖ Là tỉ số biên độ phức trường điện / biên độ phức trường từ .

$$\eta = \frac{\dot{E}}{\dot{H}} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} = |\eta| \angle \tau \quad (\Omega)$$

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

v. Quan hệ giữa trường điện và trường từ:

$$\vec{\dot{H}} = \frac{1}{\eta} \left[\vec{a}_s \times \vec{\dot{E}} \right]$$

$$\vec{\dot{E}} = \eta \left[\vec{\dot{H}} \times \vec{a}_s \right]$$

$\vec{a}_s$ = Vector đơn vị truyền sóng

❖ VD 4.3.1: Quan hệ trường điện/từ

$$\text{Cho } \vec{E} = [m_1 e^{-\alpha z} \angle(\varphi_1 - \beta z)] \vec{a}_x$$

$$\text{Và: } \vec{a}_s = \vec{a}_z; \quad \eta = |\eta| \angle \tau$$

$$\rightarrow \vec{H} = \frac{m_1 e^{-\alpha z}}{|\eta|} \angle(\varphi_1 - \beta z - \tau) \vec{a}_y$$

- Trong miền thời gian:

$$\vec{E}(z,t) = m_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) \vec{a}_x$$

$$\vec{H}(z,t) = \frac{m_1}{|\eta|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1 - \tau) \vec{a}_y$$

vi. Mặt đồng pha :

Pha của sóng phẳng $= (\omega t - \beta z + \varphi_1)$

Mặt đồng pha: $(\omega t - \beta z + \varphi_1) = \text{const}$; $t = \text{const}$

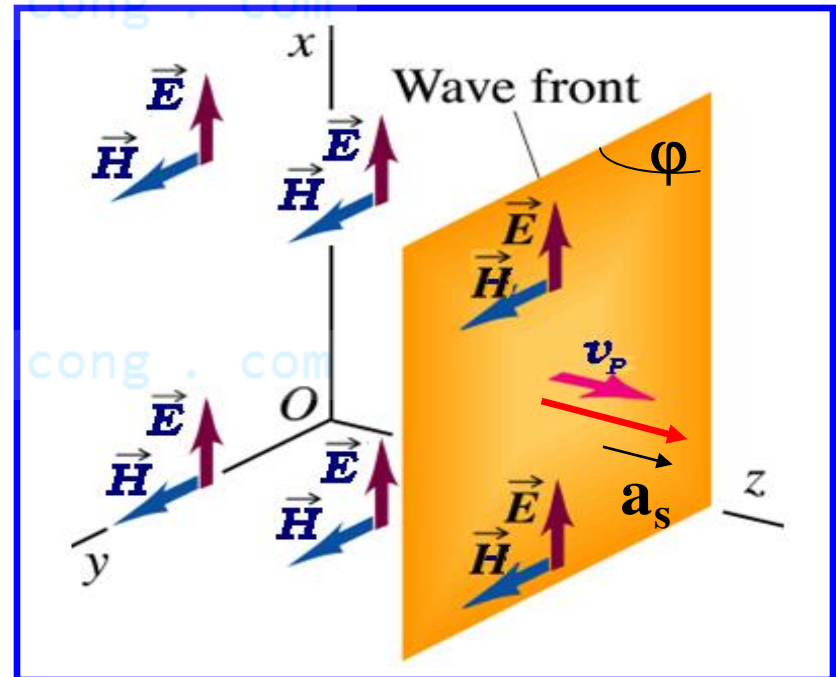
→ $z = \text{const}$ Mặt đồng pha vuông góc trục Oz

- Vận tốc mặt đồng pha cho bởi:

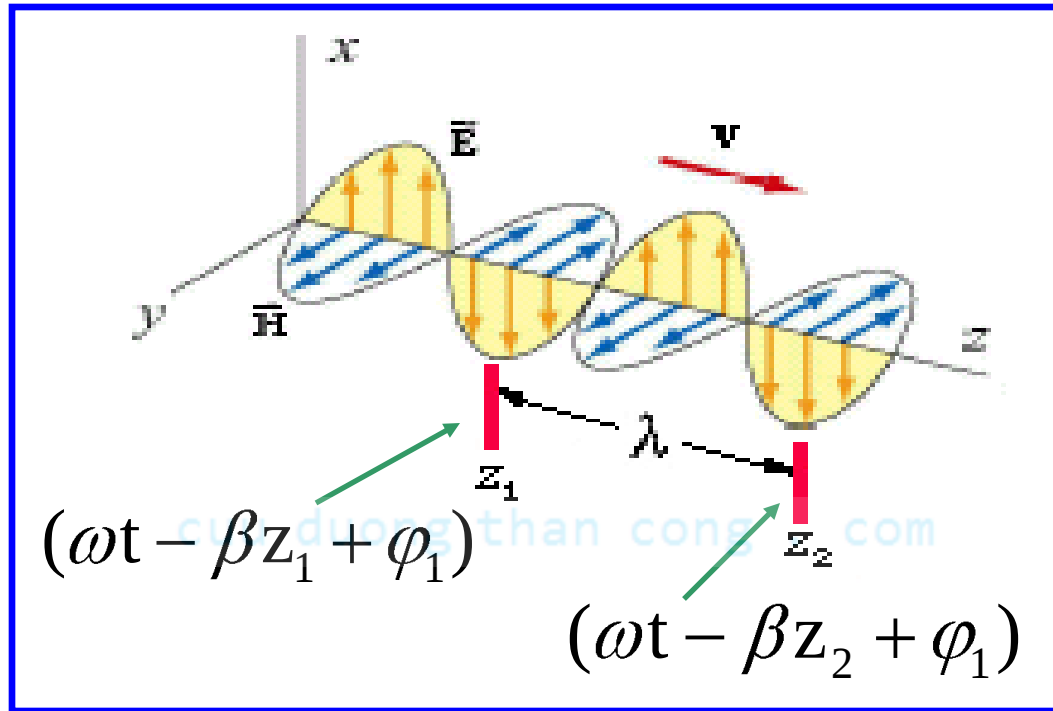
$$V_p = \frac{\omega}{\beta}$$

- Trong chân không và không khí:

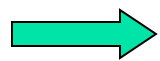
$$V_p = c = 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}$$



vii. Bước sóng:



- Khoảng cách giữa 2 điểm: $(\omega t - \beta z_1 + \phi_1) - (\omega t - \beta z_2 + \phi_1) = 2\pi$



$$\lambda = (z_2 - z_1) = \frac{2\pi}{\beta}$$

viii. Hệ số tổn hao:

$$d = \operatorname{tg}\theta = \text{the loss tangent} = \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$$

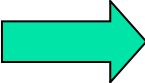
$$\operatorname{tg}\theta = \begin{cases} < 10^{-1} : \text{điện môi tổn hao} . \\ > 10^1 : \text{dẫn tốt} . \\ 10^{-1} \div 10^1 : \text{trung gian} . \end{cases}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\omega\epsilon - j\sigma}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}} = |\eta| \angle \tau$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}(2\tau)$$

ix. Độ thẩm điện phức :

Đặt: $j\omega \tilde{\epsilon} = \sigma + j\omega \epsilon$


$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - j\sigma/\omega = \epsilon_0(\epsilon_r - j\sigma/\omega\epsilon_0)$$


$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\tilde{\epsilon}}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\tilde{\epsilon}}}$$

❖ Độ thẩm điện phức của vài vật liệu:

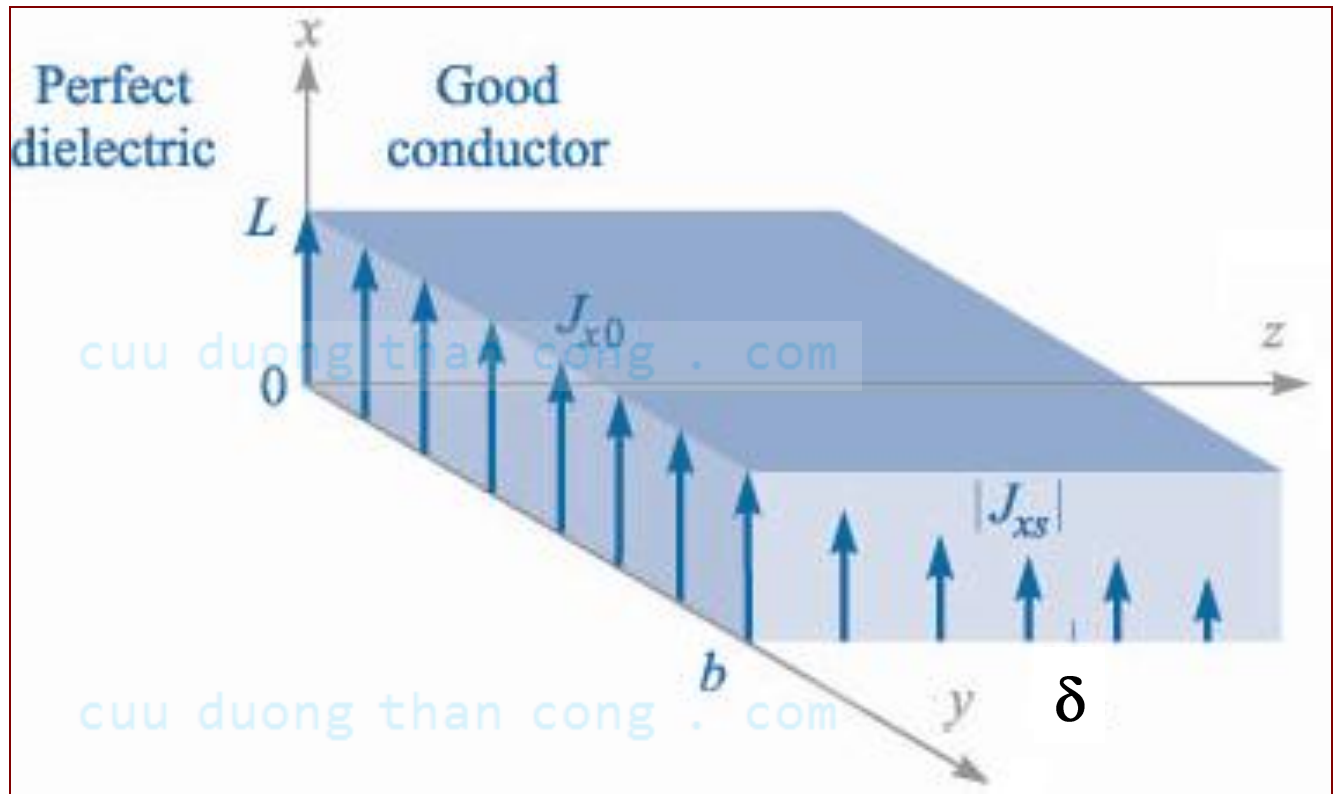
$$\varepsilon = \varepsilon_0(\varepsilon_r - j\varepsilon'') \text{ where } \varepsilon'' = \gamma/\omega\varepsilon_0 \text{ and } \varepsilon_0 \approx 10^{-9}/36\pi$$

Material*	ε_r	γ (mho/m)	ε'' at 1 GHz
Lime stone wall	7.5	0.03	0.54
Dry marble	8.8		0.22
Brick wall	4	0.02	0.36
Cement	4 - 6		0.3
Concrete wall	6.5	0.08	1.2
Clear glass	4 - 6		0.005 - 0.1
Metalized glass	5.0	2.5	45
Lake water	81	0.013	0.23
Sea Water	81	3.3	59
Dry soil	2.5	--	--
Earth	7 - 30	0.001 - 0.03	0.02 - 0.54

x. Độ xuyên sâu:

- ❖ Là khoảng cách δ : biên độ giảm $e^{-1} = 0.368$.

$$\delta = \frac{1}{\alpha}$$



- ❖ Tại khoảng cách 5δ : trường bị triệt tiêu hoàn toàn.

❖ VD 4.3.2: Tính các đặc trưng của upw

Môi trường đất khô có $\sigma = 10^{-5}$ S/m, $\varepsilon = 5\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$. Tính toán các đại lượng α , β , v_p , λ và η tại tần số $f = 100$ kHz ?

Giải:

a) Hệ số tổn hao:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{10^{-5}}{2\pi * 10^5 * 5 * (1/36\pi) * 10^{-9}} = 0.36$$

b) Hệ số tắt dần:

$$\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon} = 2\pi * 10^5 \sqrt{1 * 5} \frac{1}{3 * 10^8} = 0.0047$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{0.0047}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + 0.36^2} - 1} = 0.000833 \text{ (Np/m)}$$

❖ VD 4.3.2: Tính các đặc trưng của upw (tt)

Môi trường đất khô có $\sigma = 10^{-5} \text{ S/m}$, $\epsilon = 5\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$. Tính toán các đại lượng α , β , v_p , λ và η tại tần số $f = 100 \text{ kHz}$?

c) Hệ số pha:

$$\beta = \frac{0.0047}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + 0.36^2} + 1} = 0.00477 \text{ (rad/m)}$$

d) Bước sóng và vận tốc pha:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.00477} = 1317 \text{ m}; \quad v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi * 10^5}{0.00477} = 1.317 * 10^8 \text{ (m/s)}$$

e) Trở sóng:

$$\eta = \frac{j2\pi * 10^5 * 4\pi * 10^{-7}}{0.000833 + j0.00477} = 163 \angle 9.9^\circ \Omega$$



4.4 Định lý Poynting:

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

a) Vector Poynting tức thời:

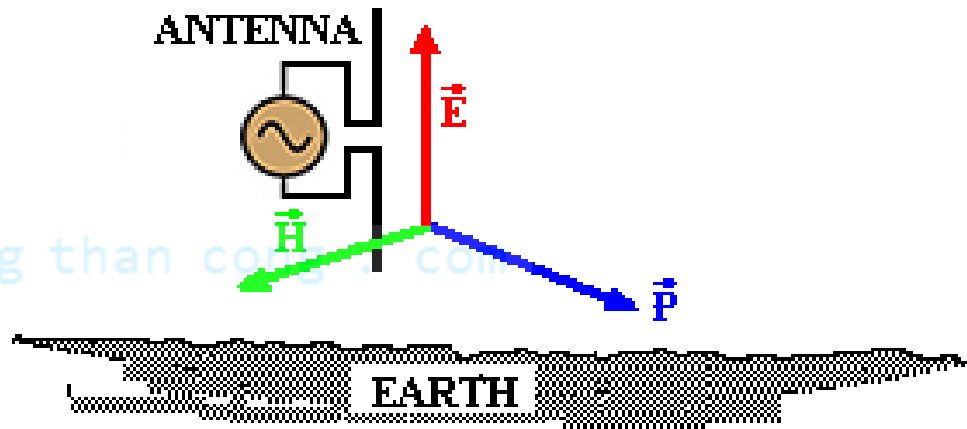
- Định nghĩa: $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (\text{W/m}^2)$

- Công suất gởi qua mặt S :

$$P_S = \int_S \vec{E} \times \vec{H} d\vec{S}$$

- Công suất gởi vào bên trong mặt kín S :

$$P_S = -\oint_S \vec{E} \times \vec{H} d\vec{S}$$



$\vec{E}$ = Electric Field Vector

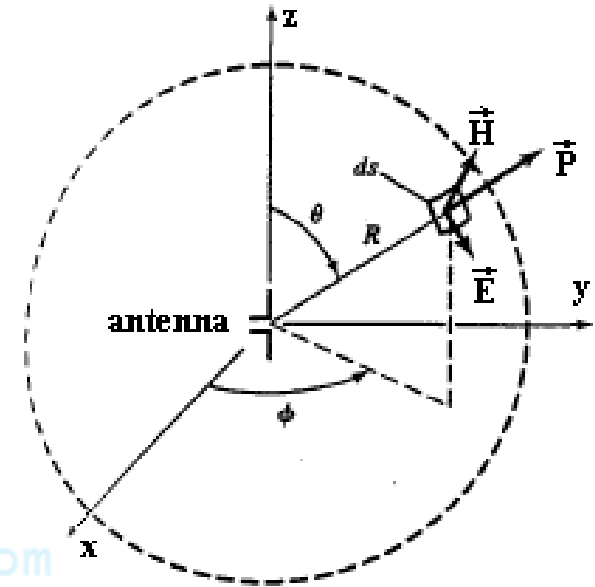
$\vec{H}$ = Magnetic Field Vector

$\vec{P}$ = Poynting Vector (indicates direction of energy flow)

b) Định lý Poynting :

$$P_S = -\oint_S \vec{E} \times \vec{H} d\vec{S}$$

$$\dots P_S = \int_V \vec{E} \vec{J} dV + \int_V \left(\vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV$$



cuu duong than cong . com

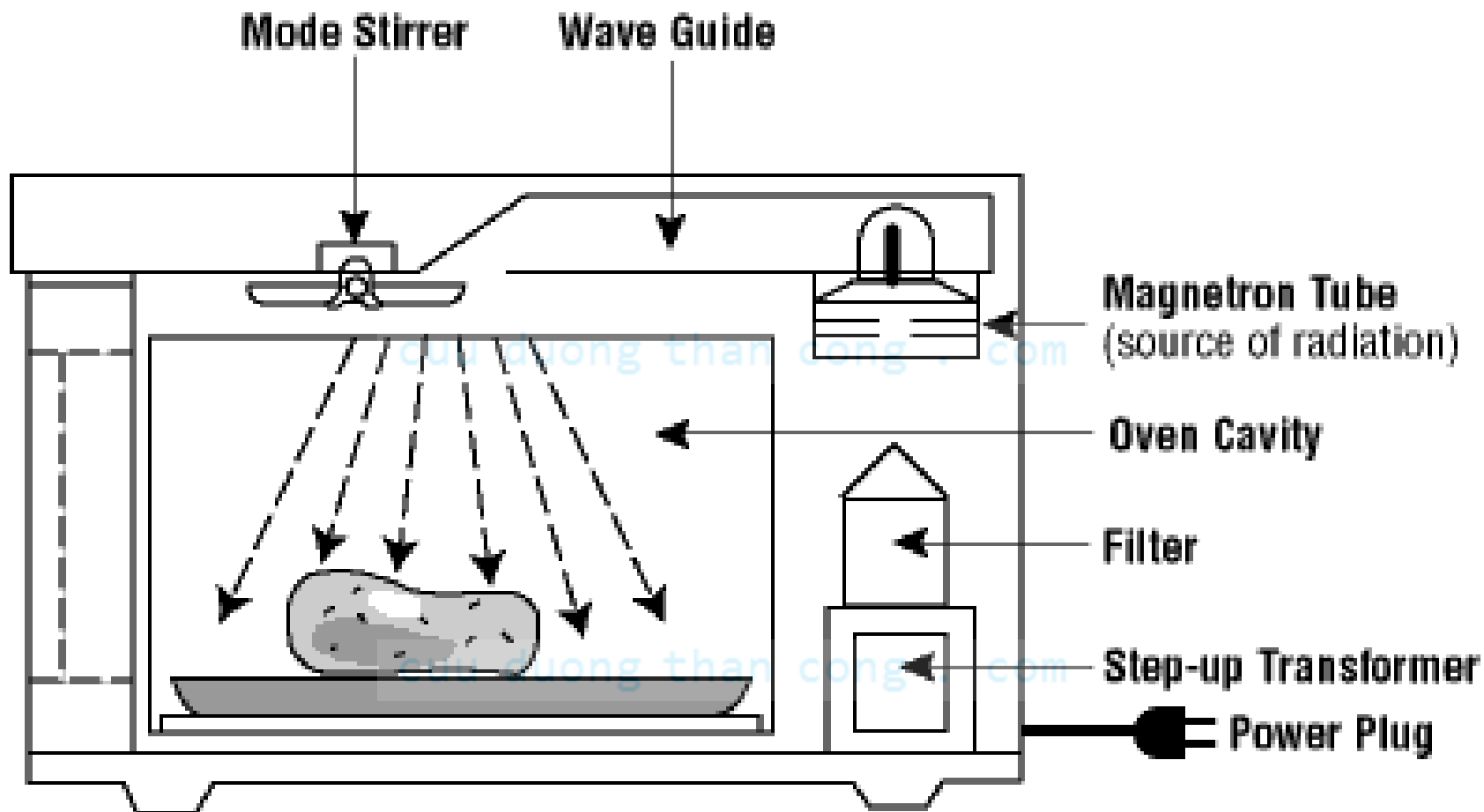
$$\dots P_S = \int_V \vec{E} \vec{J} dV + \frac{d}{dt} \int_V \frac{1}{2} (\vec{E} \vec{D} + \vec{H} \vec{B}) dV$$

→ $P_S = P_J + \frac{dW}{dt}$ (Định lý Poynting)

$P_J =$ Công suất tiêu tán dạng nhiệt trong V.

→ $W = \frac{1}{2} \int_V (\vec{E} \vec{D} + \vec{H} \vec{B}) dV = W_e + W_m =$ NLTĐT tích lũy trong V

❖ Ứng dụng: Lò vi ba



c) Đối với TĐT biến thiên điều hòa:

- Vector Poynting phức:

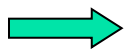
$$\vec{\tilde{P}} = \frac{1}{2} \left\{ \dot{\vec{E}} \times \vec{H}^* \right\}$$

- Vector Poynting trung bình:

$$\langle \vec{P} \rangle = \text{Re } \vec{\tilde{P}}$$

- Mật độ dòng công suất điện từ trung bình:

$$\langle P_s \rangle = \langle \vec{P} \rangle \cdot \vec{a}_s$$



$$\langle P_s \rangle = \frac{1}{2} E_m^2 \text{Re} \left[\frac{1}{\eta} \right]$$

$$\langle P_s \rangle = \frac{1}{2} H_m^2 \text{Re } \eta$$

d) Công suất tiêu tán trung bình:

- Mật độ công suất tiêu tán trung bình:

$$\langle p_J \rangle = \frac{1}{2} \sigma E_m^2$$

- Công suất tiêu tán trung bình:

$$P_J = \frac{1}{2} \int_V \sigma E_m^2 dV \text{ [W]}$$

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

❖ VD 4.4.1: Xác định công suất

Trường điện của sóng phẳng có biên độ 250V/m và tần số 1GHz truyền trong môi trường tổn hao có $\epsilon_r = 2,5$ và $\tan\theta = 0,001$. Tìm độ dẫn điện và mật độ công suất tiêu tán trung bình ?

❖ Từ hệ số tổn hao:

$$\tan \theta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \rightarrow \sigma = 0,001(2\pi \times 10^9) \left(\frac{10^{-9}}{36\pi} \right) 2,5 = 1,39 \times 10^{-4} (S / m)$$

❖ Mật độ công suất tiêu tán trung bình:

$$\langle P_J \rangle = \frac{1}{2} \vec{J} \vec{E} = \frac{1}{2} \sigma E_m^2$$

$$\rightarrow \langle P_J \rangle = \frac{1}{2} \times (1,39 \times 10^{-4}) \times 250^2 = 4,34 (W / m^3)$$

❖ VD 4.4.2: Vector Poynting của upw

Sóng đtptđs, tần số 10MHz, truyền trong không khí theo phương +z, có vector biên độ phức thành phần trường điện:

$$\vec{E} = \left[100\vec{a}_x + 20.e^{j20^\circ}\vec{a}_y \right] e^{-j\beta z} \text{ (V/m)}$$

- a) Xác định các thông số: β và η ?
- b) Tìm vector biên độ phức và giá trị tức thời của thành phần trường từ ?
- c) Xác định vector Poynting tức thời và trung bình ?

Giải

a) Môi trường không khí $v_p = c$, hệ số pha: $\beta = \frac{2\pi.f}{v_p} = \frac{2\pi.10^7}{3.10^8} = \frac{\pi}{15}$

❖ Môi trường chân không và không khí ($\sigma = 0$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$):

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{j\omega\epsilon_0}} = 120\pi = 377 \text{ } (\Omega)$$

❖ VD 4.4.2: Vector Poynting của upw (tt)

b) Sóng truyền theo phương +z, có : $\vec{a}_s = \vec{a}_z$

$$\vec{H} = \frac{1}{377} \left[\vec{a}_z \times \left[100\vec{a}_x + 20.e^{j20^\circ} \vec{a}_y \right] e^{-j\beta z} \right] = \frac{1}{377} \left[-20.e^{j20^\circ} \vec{a}_x + 100\vec{a}_y \right] e^{-j\beta z}$$

$$\vec{H} = -\frac{20}{377} \cos(2\pi.10^7 t - \frac{\pi}{15} z + 20^\circ) \vec{a}_x + \frac{100}{377} \cos(2\pi.10^7 t - \frac{\pi}{15} z) \vec{a}_y \text{ (A/m)}$$

c) Giá trị tức thời của trường điện:

$$\vec{E} = 100 \cos(2\pi.10^7 t - \frac{\pi}{15} z) \vec{a}_x + 20 \cos(2\pi.10^7 t - \frac{\pi}{15} z + 20^\circ) \vec{a}_y \text{ (V/m)}$$

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \left[\frac{100^2}{377} \cos^2(2\pi.10^7 t - \frac{\pi}{15} z) + \frac{20^2}{377} \cos^2(2\pi.10^7 t - \frac{\pi}{15} z + 20^\circ) \right] \vec{a}_z \text{ (W/m}^2\text{)}$$

$$\langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{2} \left[\frac{100^2}{377} + \frac{20^2}{377} \right] \vec{a}_z = 13,8 \vec{a}_z \text{ (W/m}^2\text{)}$$

❖ VD 4.4.3: Công suất trung bình của upw

Sóng đtptđs, truyền trong môi trường ($\sigma = 0$, $\epsilon_r = \text{const}$, $\mu_r = 1$) theo phương +x, có vector cường độ trường điện:

$$\vec{E} = 4\sin(2\pi \cdot 10^7 t - 0,8x)\vec{a}_z \text{ (V/m)}$$

- a) Xác định vector phức trường điện và từ ?
- b) Xác định vector Poynting trung bình ?
- c) Tính công suất trung bình gởi qua diện tích 100 cm^2 trên mặt phẳng $2x + y = 5$?

Giải

a) Vector phức trường điện và từ: Sóng truyền theo $\vec{a}_s = \vec{a}_x$

Hệ số truyền: $\gamma = \alpha + j\beta = 0 + j0,8 \text{ (1/m)}$

Trở sóng: $\eta = j\omega\mu_0 / \gamma = j2\pi \cdot 10^7 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} / j0,8 = 98,7 \Omega$

❖ VD 4.4.3: Công suất t.bình của upw (tt)

Vector phức trường điện: $\dot{\vec{E}} = 4e^{-j0,8x}\vec{a}_z$

Vector phức trường từ:

$$\dot{\vec{H}} = \frac{1}{98,7} [\vec{a}_x \times 4e^{-j0,8x}\vec{a}_z] = -0,04053e^{-j0,8x}\vec{a}_y \text{ (A/m)}$$

b) Vector Poynting trung bình:

$$\langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \dot{\vec{E}} \times \bar{\vec{H}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[4e^{-j0,8x}\vec{a}_z \times -0,04053e^{j0,8x}\vec{a}_y \right] = 0,08106\vec{a}_x \text{ (W/m}^2\text{)}$$

c) Công suất trung bình gởi qua mặt S:

$$P = \int_S \langle \vec{P} \rangle \cdot d\vec{S} = \int_S \langle \vec{P} \rangle \cdot \vec{a}_n dS = \int_S (0,08106\vec{a}_x) \cdot \frac{2\vec{a}_x + \vec{a}_y}{\sqrt{5}} dS$$

$$P = (0,08106) \frac{2}{\sqrt{5}} S = (0,08106) \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 725 \mu\text{W}$$



4.5 Tính phân cực của sóng phẳng:

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

a) Khái niệm:

❖ Tính phân cực mô tả quỹ tích điểm ngọn của vector cường độ trường điện khi t thay đổi.

❖ Giả sử vector cường độ trường điện :

$$\vec{E}(z=0, t) = A \cos(\omega t + \varphi_A) \vec{a}_x + B \cos(\omega t + \varphi_B) \vec{a}_y$$

$$\begin{cases} E_x = A \cos \omega t \cdot \cos \varphi_A - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_A \\ E_y = B \cos \omega t \cdot \cos \varphi_B - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_B \end{cases}$$

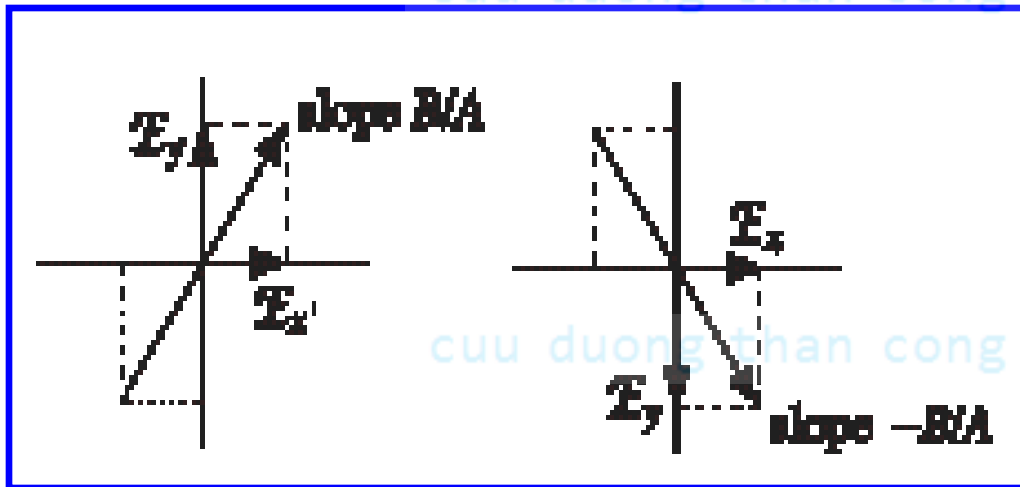
Đặt: $\Phi = \varphi_A - \varphi_B \quad \Rightarrow \quad \frac{E_x^2}{A^2} + \frac{E_y^2}{B^2} - 2 \cdot \cos \Phi \frac{E_x E_y}{AB} = \sin^2 \Phi$

b) Phân cực tuyến tính (LIN) :

❖ Khi $\Phi = 0, \pi$: $\Rightarrow \frac{E_x}{A} \pm \frac{E_y}{B} = 0 \Rightarrow E_y = \pm \frac{B}{A} E_x$

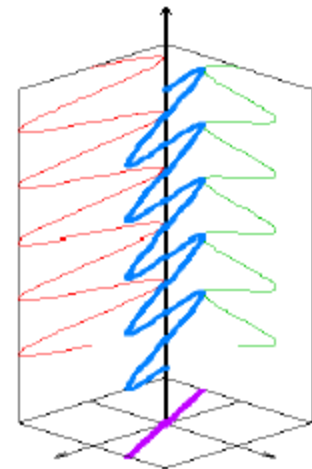
→ Hai thành phần cùng hay ngược pha.

→ Điểm ngọn của trường điện vẽ nên đường thẳng.



If locus is a straight line
the wave is said to be

Linearly Polarized





Chú ý :

- $\vec{E}(z = 0, t) = A \cos(\omega t + \varphi_A) \vec{a}_x$

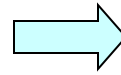
→ Phân cực tuyến tính theo phương x .

- $\vec{E}(z = 0, t) = B \cos(\omega t + \varphi_B) \vec{a}_y$

→ Phân cực tuyến tính theo phương y.

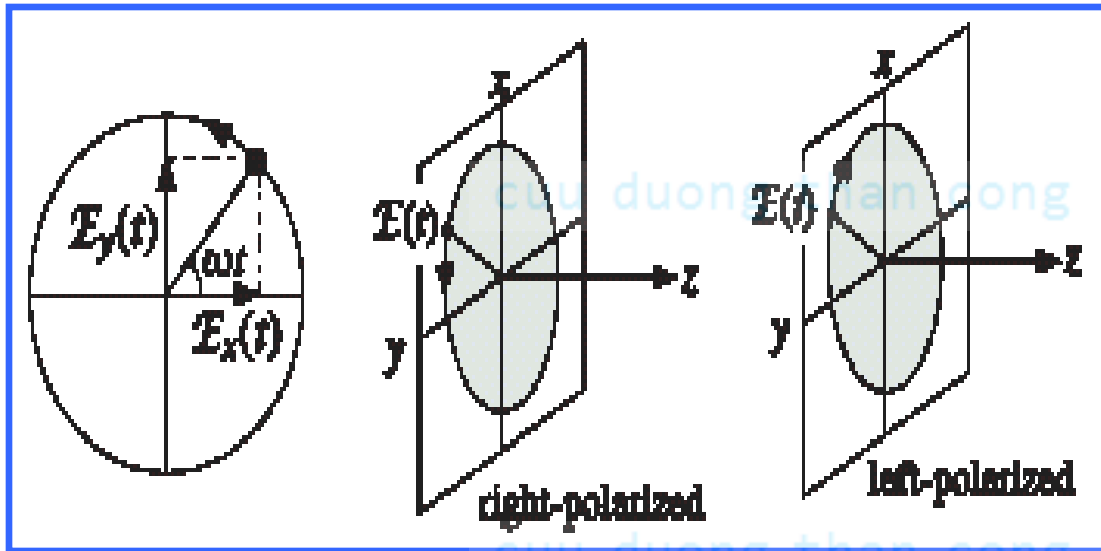
c) Phân cực tròn (CP) :

❖ Khi $A = B$ and $\Phi = \pm \pi/2$:

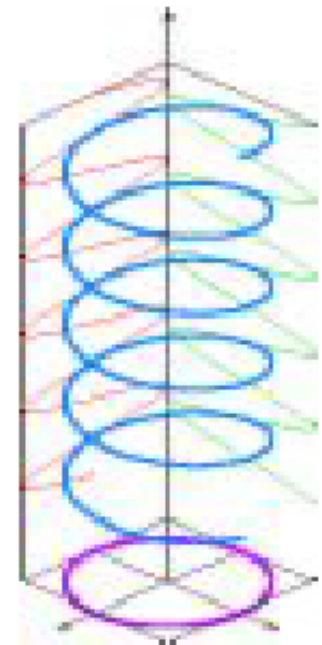


$$\frac{E_x^2}{A^2} + \frac{E_y^2}{A^2} = 1$$

➡ Điểm ngọn của trường điện vẽ nên đường tròn .



If locus is a circle the wave is said to be **Circularly Polarized**



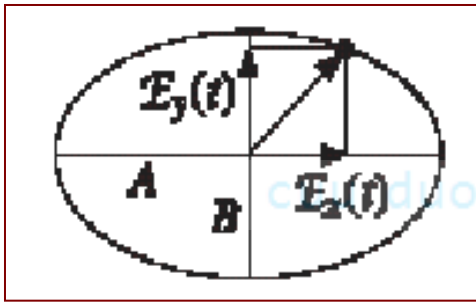
Và: $\left\{ \begin{array}{l} \Phi = \frac{\pi}{2} : \text{Phân cực tròn phải (RCP)} . \\ \Phi = -\frac{\pi}{2} : \text{Phân cực tròn trái (LCP)} . \end{array} \right.$

d) Phân cực ellipse (EP):

❖ If $A \neq B$ and $\Phi = \pm \pi/2$:

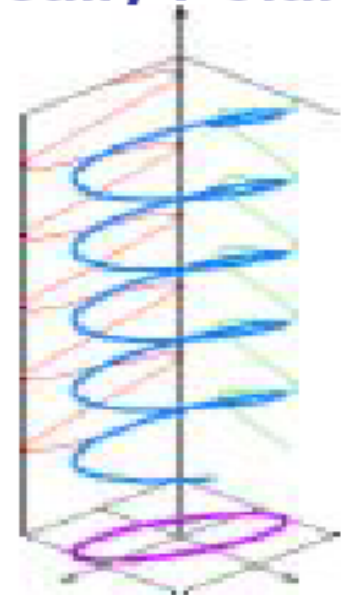
$$\Rightarrow \frac{E_x^2}{A^2} + \frac{E_y^2}{B^2} = 1$$

➡ Điểm ngọn của trường điện vẽ nên ellipse.



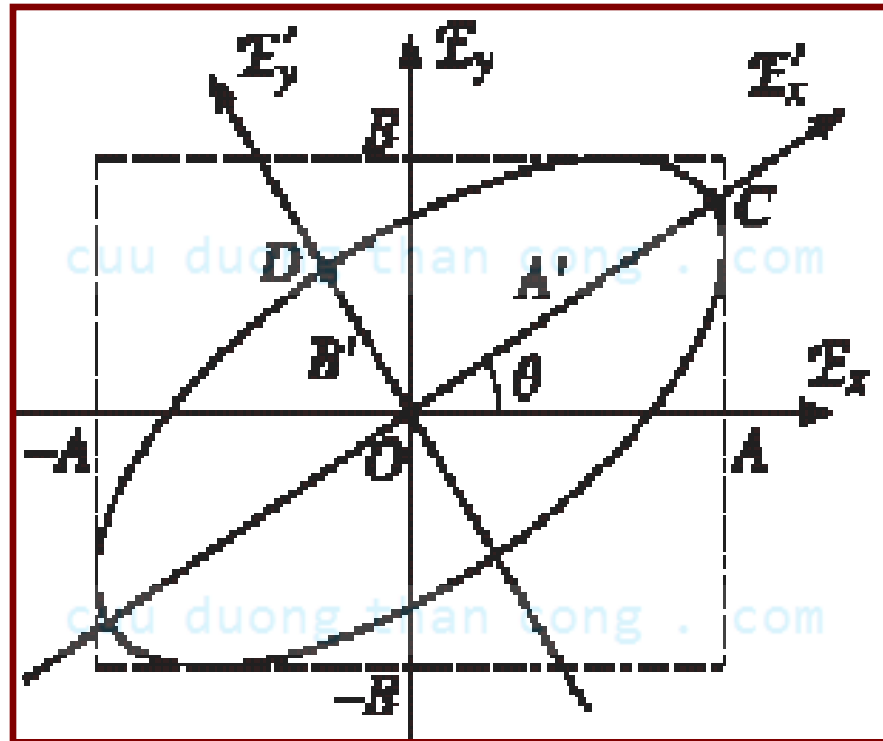
If locus is an ellipse the wave is said to be **Elliptically Polarized**

Và: $\left\{ \begin{array}{l} \Phi = \frac{\pi}{2} : \text{Phân cực ellipse phải (REP).} \\ \Phi = -\frac{\pi}{2} : \text{Phân cực ellipse trái (LEP).} \end{array} \right.$



Lưu ý:

Nếu $A \neq B$ và Φ tùy ý, ta có thể chuyển về trường hợp trên để có phân cực ellipse.





Tổng kết các loại phân cực:

Nếu upw lan truyền theo chiều:

$$\vec{a}_z :$$

$$\dot{E}_x = A \angle \phi_A; \dot{E}_y = B \angle \phi_B$$

$$\vec{a}_x :$$

$$\dot{E}_y = A \angle \phi_A; \dot{E}_z = B \angle \phi_B$$

$$\vec{a}_y :$$

$$\dot{E}_z = A \angle \phi_A; \dot{E}_x = B \angle \phi_B$$

$$\phi = 0 \text{ or } \pm \pi$$

Linear Polarization (LP)

$$\mathbf{A} = 0 \text{ or } \mathbf{B} = 0$$

Linear Polarization (LP)

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} ; \phi = \pi/2$$

Right-Hand Circular Polarization (RHCP)

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} ; \phi = -\pi/2$$

Left-Hand Circular Polarization (LHCP)

$$0 < \phi < \pi$$

Right-Hand Elliptical Polarization (RHEP)

$$-\pi < \phi < 0$$

Left-Hand Elliptical Polarization (LHEP)

❖ VD 4.5.1: Phân cực của sóng phẳng

Sóng điện từ bức xạ từ anten có biểu thức trường điện:

$$\vec{E}(z,t) = |E_{x0}| \cos(\omega t - \beta z) \vec{a}_x + |E_{y0}| \cos(\omega t - \beta z + \delta) \vec{a}_y$$

Xác định tính phân cực và vẽ dạng quỹ tích $E(0, t)$ cho :

- a) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = 0^\circ$.
- b) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = 180^\circ$.
- c) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 3\text{V/m}; \delta = 90^\circ$.
- d) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 3\text{V/m}; \delta = -90^\circ$.
- e) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = -45^\circ$.

(HD: Thay $t = 0, T/4, T/2 \dots$ và vẽ $E(0,t)$ trên mặt phẳng xOy)

❖ VD 4.5.1: Phân cực của sóng phẳng (tt)

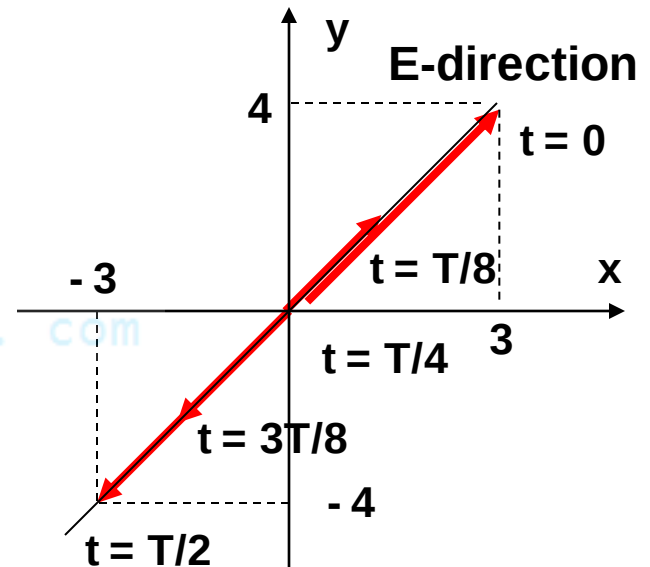
Sóng điện từ bức xạ từ anten có biểu thức trường điện:

$$\vec{E}(z,t) = |E_{x0}| \cos(\omega t - \beta z) \vec{a}_x + |E_{y0}| \cos(\omega t - \beta z + \delta) \vec{a}_y$$

Xác định tính phân cực và vẽ dạng quỹ tích $E(0, t)$ cho :

- a) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = 0^\circ$.
- b) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = 180^\circ$.
- c) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 3\text{V/m}; \delta = 90^\circ$.
- d) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 3\text{V/m}; \delta = -90^\circ$.
- e) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = -45^\circ$.

a) Tuyến tính



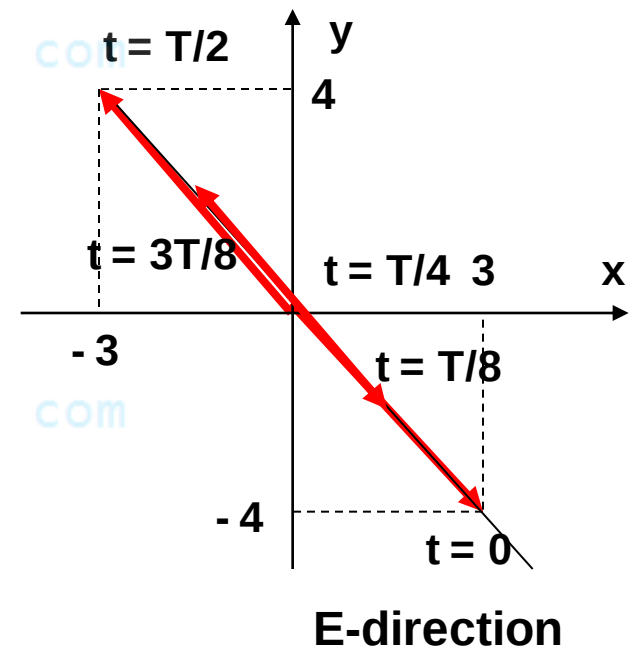
❖ VD 4.5.1: Phân cực của sóng phẳng (tt)

Sóng điện từ bức xạ từ anten có biểu thức trường điện:

$$\vec{E}(z,t) = |E_{x0}| \cos(\omega t - \beta z) \vec{a}_x + |E_{y0}| \cos(\omega t - \beta z + \delta) \vec{a}_y$$

Xác định tính phân cực và vẽ dạng quỹ tích $E(0, t)$ cho :

- a) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = 0^\circ$.
- b) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = 180^\circ$.
- c) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 3\text{V/m}; \delta = 90^\circ$.
- d) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 3\text{V/m}; \delta = -90^\circ$.
- e) $|E_{x0}| = 3\text{V/m}; |E_{y0}| = 4\text{V/m}; \delta = -45^\circ$.



b) Tuyến tính

❖ VD 4.5.1: Phân cực của sóng phẳng (tt)

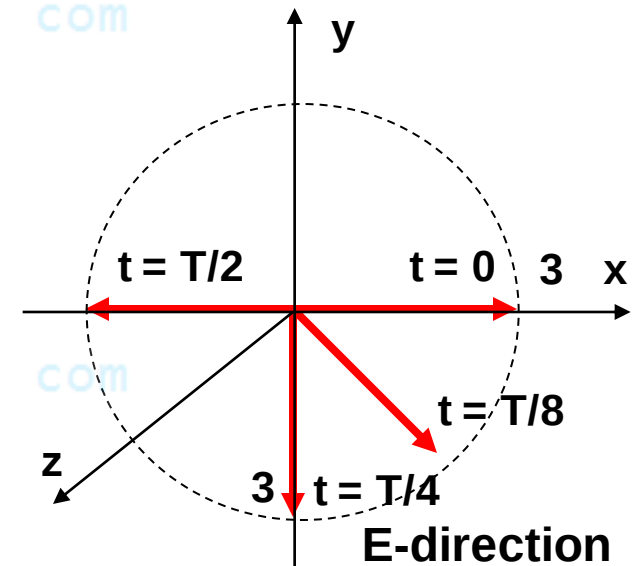
Sóng điện từ bức xạ từ anten có biểu thức trường điện:

$$\vec{E}(z,t) = |E_{x0}| \cos(\omega t - \beta z) \vec{a}_x + |E_{y0}| \cos(\omega t - \beta z + \delta) \vec{a}_y$$

Xác định tính phân cực và vẽ dạng quỹ tích $E(0, t)$ cho :

- a) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = 0^\circ$.
- b) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = 180^\circ$.
- c) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 3V/m; \delta = 90^\circ$.
- d) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 3V/m; \delta = -90^\circ$.
- e) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = -45^\circ$.

c) Tròn trái



❖ VD 4.5.1: Phân cực của sóng phẳng (tt)

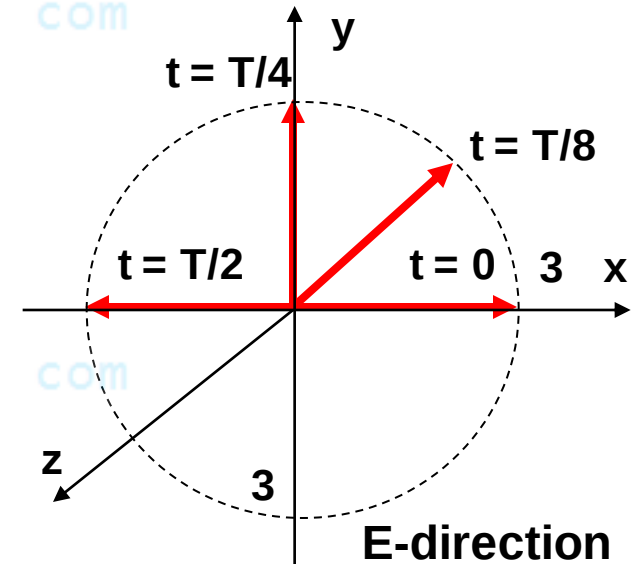
Sóng điện từ bức xạ từ anten có biểu thức trường điện:

$$\vec{E}(z,t) = |E_{x0}| \cos(\omega t - \beta z) \vec{a}_x + |E_{y0}| \cos(\omega t - \beta z + \delta) \vec{a}_y$$

Xác định tính phân cực và vẽ dạng quỹ tích $E(0, t)$ cho :

- a) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = 0^\circ$.
- b) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = 180^\circ$.
- c) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 3V/m; \delta = 90^\circ$.
- d) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 3V/m; \delta = -90^\circ$.
- e) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = -45^\circ$.

d) Tròn phải



❖ VD 4.5.1: Phân cực của sóng phẳng (tt)

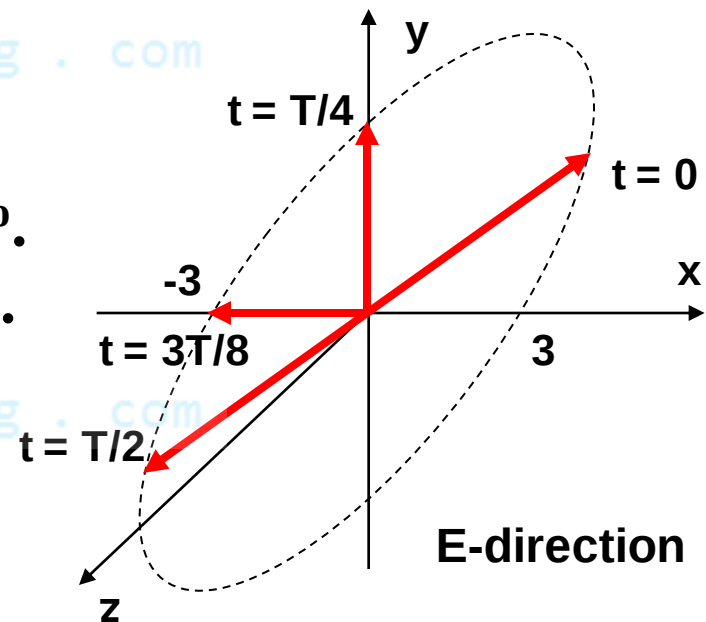
Sóng điện từ bức xạ từ anten có biểu thức trường điện:

$$\vec{E}(z,t) = |E_{x0}| \cos(\omega t - \beta z) \vec{a}_x + |E_{y0}| \cos(\omega t - \beta z + \delta) \vec{a}_y$$

Xác định tính phân cực và vẽ dạng quỹ tích $E(0, t)$ cho :

- a) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = 0^\circ$.
- b) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = 180^\circ$.
- c) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 3V/m; \delta = 90^\circ$.
- d) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 3V/m; \delta = -90^\circ$.
- e) $|E_{x0}| = 3V/m; |E_{y0}| = 4V/m; \delta = -45^\circ$.

e) Ellipse phải





4.6 Sóng phẳng trong môi trường vật liệu:

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

a) Điện môi lý tưởng (lossless):

Khi $\sigma = 0$ $\Rightarrow \gamma = \sqrt{j\omega\mu \cdot j\omega\varepsilon} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

$\therefore \alpha = 0$: Không tắt dần biên độ.

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{j\omega\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}},$$

: Trở sóng là số thực.

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_p}{f}$$



Lưu ý:

Có tính chất tương tự khi trong chân không và không khí, chỉ khác là : $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$ và $\mu_0 \rightarrow \mu$.

Vận tốc pha của sóng trong chân không $= c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

→ v_p trong điện môi lý tưởng $= \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$

η trong chân không $= \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi = 377 \Omega$

→ η trong điện môi lý tưởng $= \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} 120\pi = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} 377 \Omega$

❖ VD 4.6.1: UPW trong điện môi lý tưởng

Sóng phẳng đơn sắc, truyền theo phương +z, trong điện môi lý tưởng ($\mu = \mu_0$, $\epsilon_r = 9$), có cường độ trường từ tại $z = 0$:

$$\vec{H}(z = 0) = \vec{H}|_{z=0} = 0.1 \cos(2\pi \cdot 10^8 \cdot t) \vec{a}_y \text{ [A/m]}$$

- a) Tính toán các thông số đặc trưng ?
- b) Tìm trường điện của sóng phẳng ?

Giải

a) Ta có: $\beta = \omega \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 2\pi \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^8} = 2\pi \text{ [rad/m]}$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 1 \text{ m} ; v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = 10^8 \text{ m/s} ; \eta = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} 120\pi = 40\pi \text{ } (\Omega)$$

b) Vector trường từ: $\vec{H} = 0.1 \cdot e^{-j2\pi z} \cdot \vec{a}_y \longrightarrow \vec{E} = 4\pi \cdot e^{-j2\pi z} \cdot \vec{a}_x$

$$\longrightarrow \vec{E}(z, t) = 4\pi \cos(2\pi \cdot 10^8 \cdot t - 2\pi z) \vec{a}_x \text{ [V/m]}$$

❖ VD 4.6.2: UPW trong điện môi lý tưởng

Cho trường điện của sóng phẳng trong đmôi $\mu = \mu_0$:

$$\vec{E} = 10 \sin(3\pi \cdot 10^8 t - \pi z) \vec{a}_x \text{ [V/m]}$$

- a) Tìm các đại lượng đặc trưng: β ; λ và v_p ?
- b) Tìm vector cường độ trường từ của sóng phẳng ?

Giải

a) Ta có:

$$\beta = \pi \text{ [rad/m]}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 2 \text{ [m]}$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = 3 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}$$

b) Ta có :

$$\vec{a}_s = \vec{a}_z \quad ; \quad \dot{\vec{E}} = 10e^{-j\beta z} \vec{a}_x$$

$$\text{Do: } \alpha = 0, \quad \eta = j\omega\mu_0 / j\beta = 377 \quad \rightarrow \quad \dot{\vec{H}} = (10/377)e^{-j\beta z} (\vec{a}_z \times \vec{a}_x)$$

$$\rightarrow \vec{H} = (10 / 377) \sin(3\pi \cdot 10^8 t - \pi z) \vec{a}_y \text{ [A/m]}$$

b) Điện môi thực (lossy):

Khi $\sigma \neq 0$ nhưng: $\sigma \ll \omega\epsilon : \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} < 10^{-1}\right)$

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu \quad \sigma + j\omega\epsilon}$$
$$= j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{\left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)}$$

$$\gamma \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} + j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

$$\eta \approx \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(1 + j\frac{\sigma}{2\omega\epsilon}\right)$$

✓ Tương tự điện môi lý tưởng chỉ khác là hệ số tắt dần khác 0.

c) Môi trường dẫn tốt – Hiệu ứng bề mặt:

Khi $\sigma \gg \omega\varepsilon : (\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} > 10)$

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu \sigma + j\omega\varepsilon} \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} (1 + j)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} \approx \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} (1 + j)$$

$$\therefore \alpha = \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \angle 45^\circ (\Omega)$$

❖ Hiệu ứng bề mặt :

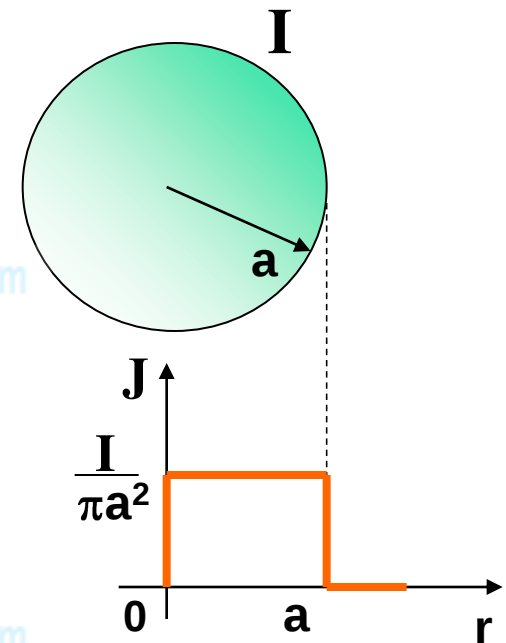
❖ Xét dây dẫn bán kính là a , chiều dài l và mang dòng điện I .

i. Dòng điện DC :

- Vector mật độ dòng phân bố đều .

- Điện trở DC:

$$R_{DC} = \frac{l}{\sigma S} \text{ (}\Omega\text{)}$$



ii. Dòng AC tần số cao:

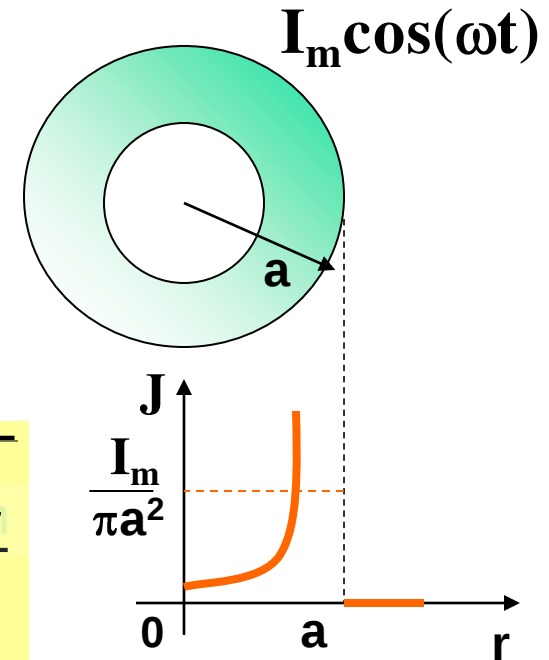
- Dòng điện tập trung trên hình vành khăn, độ dày δ .



Skin Effect

- Điện trở bề mặt xác định :

$$R_S = \text{Re}\{\eta_{\text{good conductor}}\} = \frac{1}{\sigma\delta} = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}}$$



- Điện trở AC:

$$R_{AC} = \ell \frac{R_S}{2\pi a} \quad (\Omega)$$

- Với dây dẫn là bản phẳng, rộng w và dài ℓ :

$$R_{AC} = \ell \frac{R_S}{w} \quad (\Omega)$$

❖ VD 4.6.3: UPW ở môi trường dẫn tốt

Sóng đtpps truyền trong môi trường ($\sigma = 10 \text{ (S/m)}$, $\varepsilon = 9\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$) có vector cđộ trường từ: $\vec{H}|_{z=0} = 0.75 \cos(2\pi \cdot 10^8 \cdot t) \vec{a}_y \text{ [A/m]}$

- a) CMR môi trường là dẫn tốt ở tần số khảo sát ?
- b) Tìm vector cường độ trường điện ?

Giải

- a) Tính hệ số tổn hao:

$$d = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{10}{10^8 2\pi \left(\frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \right) 9} = 200 \gg 1$$

▪ Ta có: $\alpha = \beta = \sqrt{\omega \mu \sigma / 2} = \sqrt{2\pi \cdot 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 / 2} = 20\pi$

❖ VD 4.6.3: UPW ở môi trường dẫn tốt (tt)

Sóng đtpps truyền trong môi trường ($\sigma = 10 \text{ (S/m)}$, $\epsilon = 9\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$) có vector cđộ trường từ: $\vec{H}|_{z=0} = 0.75 \cos(2\pi \cdot 10^8 \cdot t) \vec{a}_y \text{ [A/m]}$

- a) CMR môi trường là dẫn tốt ở tần số khảo sát ?
- b) Tìm vector cường độ trường điện ?

Giải

- b) Xác định vector cường độ trường điện:

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \angle 45^\circ = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{10}} \angle 45^\circ = 2\pi\sqrt{2} \angle 45^\circ \Omega$$

$$\vec{E} = \eta \left[(0.75 \cdot e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z} \cdot \vec{a}_y) \times \vec{a}_z \right] = 6.67 \angle 45^\circ \cdot e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z} \cdot \vec{a}_x$$

▪ Vậy:

$$\vec{E} = 6.67 \cdot e^{-20\pi z} \cos(2\pi \cdot 10^8 \cdot t - 20\pi z + \pi / 4) \vec{a}_x \text{ [V/m]}$$

❖ VD 4.6.4: UPW ở môi trường dẫn tốt

Sóng đtptđs truyền trong môi trường nước biển ($\sigma = 4 \text{ (S/m)}$, $\varepsilon = 72\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$) có trường điện tại $z = 0$: $\vec{E}_0 = 100 \cos(\pi \cdot 10^7 \cdot t) \vec{a}_x \text{ [V/m]}$

- a) CMR môi trường là dẫn tốt ở tần số khảo sát ?
- b) Xác định α , β , v_p , λ , η và δ ?
- c) Tìm khoảng cách để biên độ trường điện còn 1% giá trị của nó tại $z = 0$?
- d) Xác định vector cường độ trường điện và từ tại $z = 0,8\text{m}$?

Giải

- a) Tính hệ số tổn hao:

$$d = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{4}{10^7 \pi \left(\frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \right) 72} = 200 \gg 1$$

➡ Môi trường dẫn tốt

❖ VD 4.6.4: UPW ở môi trường dẫn tốt (tt)

b) Tính các hệ số α , β , v_p , λ , η và δ :

$$\text{Có } \alpha = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu \sigma} = \sqrt{5\pi 10^6 \cdot 4\pi \times 10^{-7}} = 8.89 \quad (\text{Np/m})$$

$$\rightarrow \beta = \alpha = 8.89 \quad (\text{rad/m})$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{10^7 \pi}{8.89} = 3.53 \times 10^6 \quad (\text{m/s})$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{8.89} = 0.707 \quad (\text{m})$$

$$\eta = 1 + j \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} = \pi e^{\frac{j\pi}{4}} \quad \Omega$$

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{8.89} = 0.112 \quad (\text{m})$$

❖ VD 4.6.4: UPW ở môi trường dẫn tốt (tt)

c) Tính khoảng cách để biên độ còn 1% :

Có: $e^{-\alpha z_1} = 0,01$

$$e^{\alpha z_1} = 100$$

$$\alpha z_1 = \ln 100$$

$$z_1 = \frac{1}{\alpha} \ln 100 = \frac{4.605}{8,89} = 0,518m$$

❖ VD 4.6.4: UPW ở môi trường dẫn tốt (tt)

d) Xác định trường điện & trường từ tại $z = 0,8\text{m}$:

$$\text{Từ } \vec{E}_0 = 100\vec{a}_x \longrightarrow \vec{E} = (100\vec{a}_x)e^{-\alpha z}e^{-j\beta z}$$

$$\text{Tại } z = 0.8\text{m} : \quad \vec{E} = 100e^{-0,8\alpha}e^{-j0,8\beta}\vec{a}_x = 0,082e^{-j7,11}\vec{a}_x$$

$$\longrightarrow \vec{E}_{0,8;t} = 0,082 \cos 10^7 \pi t - 7,11 \vec{a}_x \text{ (V/m)}$$

$$\text{Và: } \vec{H} = \frac{1}{\pi \angle \pi/4} [\vec{a}_z \times 0,082e^{-j7,11}\vec{a}_x] = 0,026e^{-j7,9}\vec{a}_y$$

$$\longrightarrow \vec{H}_{0,8;t} = 0,026 \cos 10^7 \pi t - 7,9 \vec{a}_y \text{ (A/m)}$$

d) Môi trường dẫn lý tưởng:

Khi $\sigma = \infty$

Ta dùng mô hình này khi môi trường các độ dẫn điện vô cùng lớn.

$$\longrightarrow \alpha \rightarrow \infty, \eta \rightarrow 0$$

$\therefore$ Sóng điện từ không tồn tại bên trong môi trường dẫn lý tưởng.

❖ VD 4.6.5: UPW ở môi trường bất kỳ

Sóng đt pđs tần số 3MHz truyền trong môi trường ($\sigma = 1,5 \cdot 10^{-4}$ (S/m), $\epsilon = 3,2\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$). Xác định d , α , β và η ?

Giải

a) Hệ số tổn hao:

$$d = \tan \theta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon} = \frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 3,2 \cdot 8,842 \cdot 10^{-12}} = 0,28$$

b) Hệ số tắt dần và hệ số pha: do $d < 10$ nên ta tính α , β theo:

$$\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^6 \sqrt{1 \cdot 3,2} \frac{1}{3 \cdot 10^8} = 0,1124$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{0,1124}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + 0,28^2} - 1} = 0,0156 \text{ (Np/m)}$$

❖ VD 4.6.5: UPW ở môi trường bất kỳ (tt)

Sóng đt pđs tần số 3MHz truyền trong môi trường ($\sigma = 1,5 \cdot 10^{-4}$ (S/m), $\epsilon = 3,2\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$). Xác định d , α , β và η ?

Giải

c) Hệ số pha:

$$\beta = \frac{0.1124}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + 0.28^2} + 1} = 0.1135 \text{ (rad/m)}$$

d) Trở sóng:

$$\eta = \frac{j2\pi * 3 * 10^6 * 4\pi * 10^{-7}}{0.0156 + j0.1135} = 206.75 \angle 7.826^\circ \Omega$$

❖ VD 4.6.6: UPW ở môi trường bất kỳ

Sóng đtptđs, tần số 2,45 GHz, truyền theo phương +z trong môi trường ($\mu = \mu_0$; $\tilde{\epsilon} = \epsilon_0(40-j14)$). Trường điện hướng theo phương +x và có biên độ E_0 tại $z = 0$.

- a) Tìm các đại lượng đặc trưng : α ; β ; λ ; v_p và η ?
- b) Tìm vector phức trường điện và trường từ tại z bất kỳ ?
- c) Tìm E_0 biết công suất tiêu tán trong hình hộp (cạnh 10cm) là 300 W ?
- d) Tìm mật độ dòng công suất điện từ trung bình tại $z = 0$?

Giải

a) Ta có:
$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu_0\tilde{\epsilon}} = \frac{j2\pi(2,45 \cdot 10^9)}{3 \cdot 10^8} \sqrt{40 - j14} = 334 \angle 80,35^\circ = 56 + j329,3 \text{ (m}^{-1}\text{)}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 19 \text{ (mm)} \quad v_p = \frac{2\pi f}{\beta} = 4,67 \cdot 10^7 \text{ (m/s)}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\tilde{\epsilon}}} = \frac{120\pi}{\sqrt{40 - j14}} = 58 \angle 9,6^\circ = 57,1 + j9,66 \text{ (}\Omega\text{)}$$

❖ VD 4.6.6: UPW ở môi trường bất kỳ (tt)

b) Vector phức trường điện tại $z = 0$: $\vec{\dot{E}}_0 = E_0 \vec{a}_x$

$$\rightarrow \vec{\dot{E}} = \vec{\dot{E}}_0 \cdot e^{-\gamma z} = E_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \vec{a}_x$$

❖ Có η và $\vec{a}_s = \vec{a}_z$, ta có:

$$\vec{\dot{H}} = \frac{1}{\eta} \left[\vec{a}_s \times \vec{\dot{E}} \right] = \frac{E_0}{58} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} e^{-j9,6^\circ} \vec{a}_y$$

❖ VD 4.6.6: UPW ở môi trường bất kỳ (tt)

c) Công suất tiêu tán trung bình trong hình hộp :

$$P = \frac{1}{2} \int_V \sigma E_m^2 dV = \frac{1}{2} \int_V \sigma E_0^2 \cdot e^{-2\alpha z} dV = \frac{1}{2} \sigma E_0^2 \cdot S \int_0^{10\text{cm}} e^{-2\alpha z} dz$$

$$P = \frac{1}{4\alpha} \sigma E_0^2 \cdot S \cdot (1 - e^{-0,2\alpha}) \quad \rightarrow \quad E_0 = \sqrt{\frac{4\alpha P}{\sigma S (1 - e^{-0,2\alpha})}}$$

❖ Từ ã , ta có: $\sigma = 14\omega\epsilon_0 = 14 \cdot 2\pi \cdot 2,45 \cdot 10^9 \cdot 8,842 \cdot 10^{-12} = 1,9 \text{ S/m}$.

$$\rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{4.56.300}{1,9 \cdot 10^{-2} (1 - e^{-0,2\alpha})}} = 1,88 \text{ (kV/m)}$$

❖ VD 4.6.6: UPW ở môi trường bất kỳ (tt)

d) Mật độ dòng công suất điện từ trung bình tại $z = 0$:

$$\langle P_s \rangle = \frac{1}{2} E_0^2 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\eta} \right] = \frac{1}{2} \frac{(1880)^2}{58} \cos(-9,6^\circ) = 30042,3 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com