

8.4.3 Xấp xỉ các hệ số ma trận A

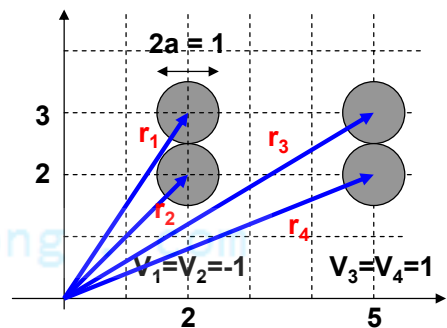
a) Với Ví dụ 8.4.1, dựa vào vị trí điện tích:

- Với $i = j$, ta tính thế tại r_i do Q_i tạo ra:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a} \Rightarrow A_{11} = \frac{1}{a} = 2$$

- Với $i \neq j$, ta tính khoảng cách:

$$A_{12} = \frac{1}{|r_1 - r_2|} = \frac{1}{1} \quad A_{13} = \frac{1}{|r_1 - r_3|} = \frac{1}{3} \quad A_{14} = \frac{1}{|r_1 - r_4|} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

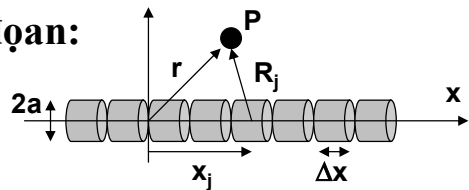


- Từ đó ta giải ra các điện tích: Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 .

b) Với dây dẫn bán kính a:

- Rời rạc thành các đoạn Δx , thế mỗi đoạn:

$$V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \int_{\Delta x_j} \frac{\rho_j dx}{R_{ij}}$$



- Khi $i \neq j$ ta có: $A_{ij} = \frac{\Delta x_j}{R_{ij}}$
- Khi $i = j$ ta tính thế trên đoạn Δx_i là hình trụ bán kính a, điện tích ρ_i (xem như tập trung trên trục) tạo ra:

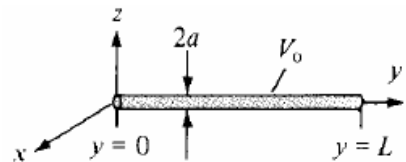
$$V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Delta x_i} \frac{dx}{R_{ii}} \rho_i + \dots = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \rho_i + \dots$$

$$A_{ii} = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(\sqrt{x^2 + a^2} + x) \Big|_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} = 2 \ln \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 + a^2} + \frac{\Delta x}{2}}{a} \right) \approx 2 \ln \left(\frac{\Delta x}{a} \right)$$

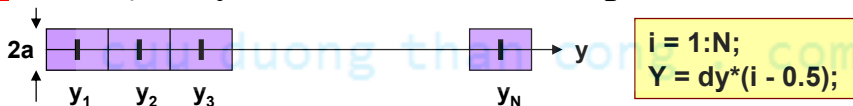
(giả sử $\Delta x \gg a$)

❖ EX8.4.2: MOM tính phổ điện tích dài

Dây dẫn bán kính $a = 1\text{mm}$, dài $L = 1\text{m}$, độ thẩm điện ϵ_0 , thế điện $V_0 = 1\text{V}$. Tìm phân bố điện tích trên dây dẫn ?



Step1: Rời rạc dây dẫn thành $N = 20$ vi phân dài, và lưu tọa độ.



Step2: Tạo ma trận A. Mỗi phần tử ma trận A xác định theo:

$$A_{ij} = \frac{dy}{R_{ij}} = \frac{dy}{|y_i - y_j|} \quad (i \neq j)$$

❖ Với $i = j$, hệ số này được ước lượng khi tính dy qua tích phân:

$$A_{ii} = \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \frac{dy}{R_{ij}} = \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \frac{dy}{\sqrt{y^2 + a^2}} = \ln(\sqrt{y^2 + a^2} + y) \Big|_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} = 2 \ln \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2 + a^2} + \frac{\Delta y}{2}}{a} \right) \approx 2 \ln \left(\frac{\Delta y}{a} \right)$$

❖ **EX8.4.2: MOM tính phổ ... (tiếp)**

❖ Ta có phương trình ma trận:

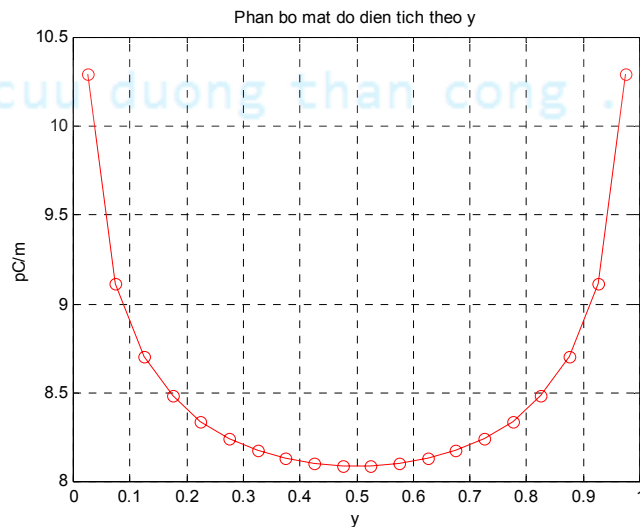
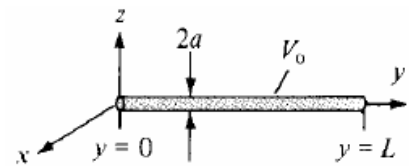
$$\begin{bmatrix} 2\ln\left(\frac{\Delta y}{a}\right) & \frac{\Delta y}{|y_1 - y_2|} & \cdots & \frac{\Delta y}{|y_1 - y_N|} \\ \frac{\Delta y}{|y_2 - y_1|} & 2\ln\left(\frac{\Delta y}{a}\right) & \cdots & \frac{\Delta y}{|y_2 - y_N|} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\Delta y}{|y_N - y_1|} & \frac{\Delta y}{|y_N - y_2|} & \cdots & 2\ln\left(\frac{\Delta y}{a}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdots \\ \rho_N \end{bmatrix} = 4\pi\epsilon_0 \begin{bmatrix} V_0 \\ V_0 \\ \cdots \\ V_0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow [A][\rho] = [B]$$

❖ Ta tính được phân bố điện tích $[\rho]$. Suy ra các đại lượng khác. Tham khảo code MATLAB trong File: **“EX8_4_2.m”**.

❖ EX8.4.2: Kết quả phân bố điện tích

Dây dẫn bán kính $a = 1\text{mm}$, dài $L = 1\text{m}$, độ thẩm điện ϵ_0 , thế điện $V_0 = 1\text{V}$. Tìm phân bố điện tích trên dây dẫn ?



EM - Ch8

112