

Chương 3: Tĩnh học lưu chất

Bài giảng của TS. Nguyễn Quốc Ý
nguyenquocy@hcmut.edu.vn

Ngày 30 tháng 1 năm 2013

Nội dung cần nắm

- Áp suất thủy tĩnh
- Áp lực lên mặt phẳng, mặt cong
- Lực đẩy Archimède, sự ổn định của vật nổi
- Tĩnh tương đối

Áp suất: Định nghĩa- Đơn vị

$$\text{Áp suất: } p = \frac{F_n}{A}$$

Đơn vị áp suất

- $N/m^2 = Pascal(Pa)$
- $atm = 101325Pa$
- $bar = 0.1MPa$
- $m \text{ nước} = 9806.65Pa$
- $m \text{ Thủy ngân} = 13.6m \text{ nước}$

Áp suất tại một điểm trong lưu chất

Cân bằng lực:

$$\sum F_y = p_y \delta x \delta z - p_s \delta x \delta s \sin \theta = \rho \frac{\delta x \delta y \delta z}{2} a_y$$

$$\sum F_z = p_z \delta x \delta y - p_s \delta x \delta s \cos \theta - \gamma \frac{\delta x \delta y \delta z}{2} = \rho \frac{\delta x \delta y \delta z}{2} a_z$$

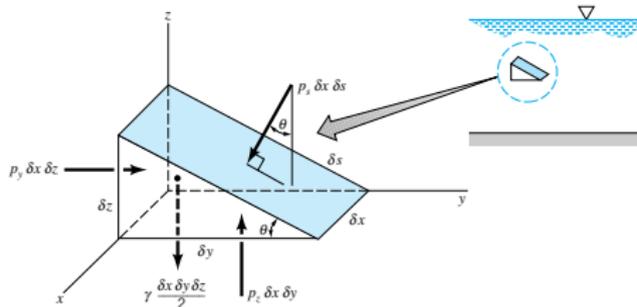
• Tĩnh: $a_y = 0, a_z = 0$

• mà

$$\delta y = \delta s \cos \theta, \delta z = \delta s \sin \theta$$

$$\text{nên: } p_y = p_s,$$

$$\text{và } p_z = p_s + \gamma \frac{\delta z}{2}$$



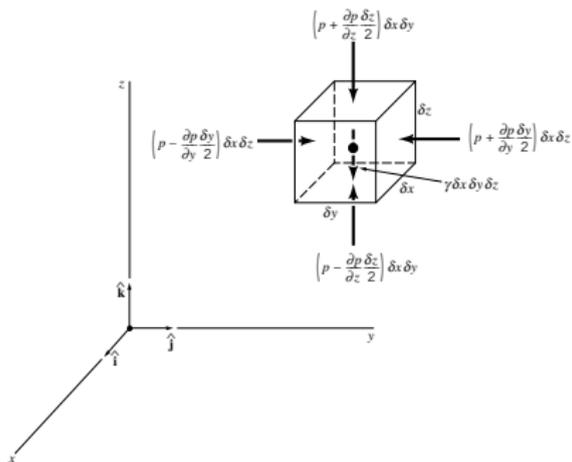
• tại một điểm $\delta z \rightarrow 0$

$$\text{nên } \boxed{p_z = p_s = p_y}$$

Tóm lại: **áp suất tại một điểm là như nhau theo mọi phương**

Bàn luận: xét khối khí trong quả bóng/ bong bóng xà bông

Áp suất thay đổi theo các phương?



Lực tác dụng:

Lực mặt: áp suất &

Lực khối: trọng lực

không có lực tiếp xúc

p : áp suất ở tâm,
hợp lực theo phương y :

$$\delta F_y = \left(p + \frac{\delta p}{\delta y} \frac{\delta y}{2} \right) \delta x \delta z - \left(p - \frac{\delta p}{\delta y} \frac{\delta y}{2} \right) \delta x \delta z$$

$$\text{hay: } \delta F_y = -\frac{\delta p}{\delta y} \delta x \delta y \delta z$$

$$\text{tương tự: } \delta F_x = -\frac{\delta p}{\delta x} \delta x \delta y \delta z$$

$$\delta F_z = -\frac{\delta p}{\delta z} \delta x \delta y \delta z$$

Lưu chất tĩnh: $\delta F_x = 0, \delta F_y = 0, \delta F_z = \text{trọng lượng} = \gamma \delta x \delta y \delta z$

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma}$$

Vậy:

- áp suất không đổi theo phương ngang x hoặc y ,
- p chỉ thay đổi theo phương đứng z

$$\boxed{\frac{dp}{dz} = -\gamma} \quad (1)$$

PT. (1): $\frac{dp}{dz} = -\gamma$ cho thấy:

- gradient áp suất **âm** theo độ cao,
 \Rightarrow càng lên cao, áp suất càng giảm

- hãy liên hệ thực tế

o Lưu ý: trong PT. (1) $\gamma = \text{const.}$ hay $\neq \text{const.}$ theo độ sâu.

o **Lưu chất không nén được:** $\rho = \text{const.}$, nên $\gamma = \text{const.}$

PT. (1) chỉ rằng:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} dz \quad \Rightarrow \quad p_2 - p_1 = -\gamma(z_2 - z_1)$$

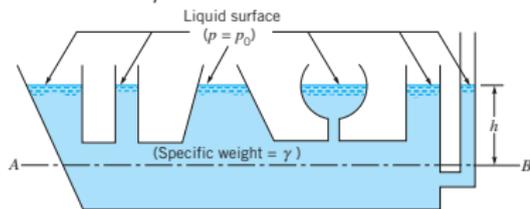
or

$$p_1 - p_2 = \gamma(z_2 - z_1)$$

$$p_1 - p_2 = \gamma h \iff p_1 = p_2 + \gamma h, h = z_2 - z_1 \geq 0$$

Phân bố áp suất thủy tĩnh:

- tăng *tuyến tính* theo độ sâu
- $h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$: **cột áp**



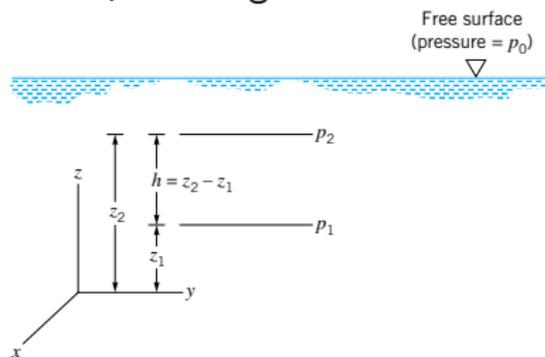
Áp suất bên trong bình:

chỉ phụ thuộc độ sâu h ,

không phụ thuộc hình dạng bình.

Bàn luận: bình thông nhau, mặt nước nằm ngang

Có mặt thoáng:

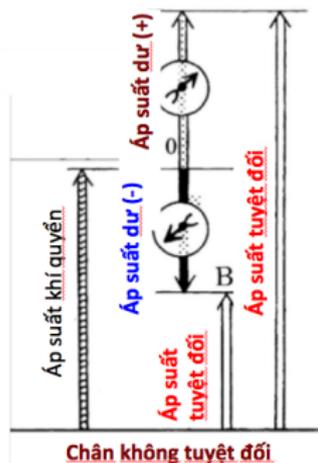


$$p = p_0 + \gamma h$$

Đo áp suất

Áp suất tuyệt đối-Áp suất dư/đồng hồ

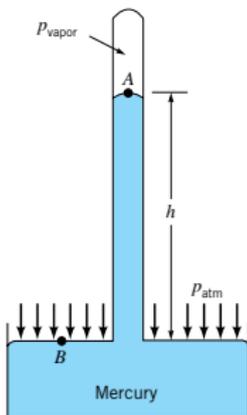
Bàn luận: áp kế chỉ giá trị áp suất gì?



- Áp suất tuyệt đối: đo từ mức chân không tuyệt đối
- Áp suất dư: đo từ mức áp suất khí quyển, có thể:
 - dương,
 - bằng không
 - âm => áp suất chân không

Bàn luận: xét bình kín và các trường hợp áp suất dư bên trong

Đo áp suất khí quyển

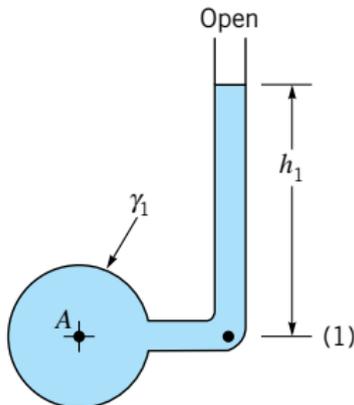


$$p_{atm} = \rho gh + p_{vapor} \simeq \rho gh$$

Bàn luận:

tại sao không dùng nước đo áp suất khí quyển, mà dùng thủy ngân?

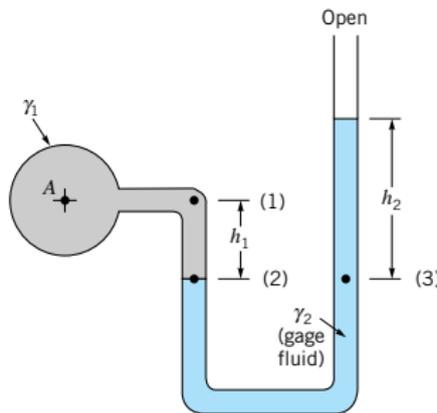
Ống đo áp chữ L



Áp suất dư:

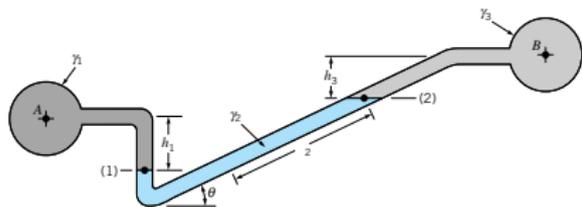
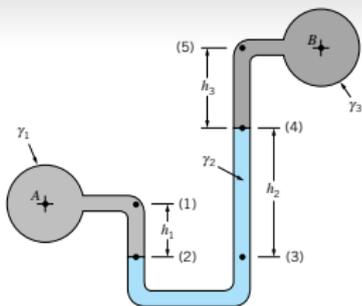
$$p_A = \rho gh_1$$

Ống đo áp chữ U-Tube



Áp suất dư:

$$p_A = \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1$$



Đo chênh áp:

$$p_2 = p_A + \rho_1 g h_1$$

$$p_4 = p_2 - \rho_2 g h_2 =$$

$$p_A + \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2$$

$$p_B = p_4 - \rho_3 g h_3 =$$

$$p_A + \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 - \rho_3 g h_3$$

$$p_A - p_B = \rho_3 g h_3 + \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

- If A, B chứa khí

$$p_A - p_B = \rho_2 g h_2$$

Ống đo áp nghiêng:

$$p_A = p_1 + \rho_1 g h_1$$

$$p_1 = p_2 + \rho_2 g h_2 =$$

$$\rho_2 g L_2 \sin \theta$$

$$p_2 = p_B + \rho_3 g h_3$$

$$p_A - p_B =$$

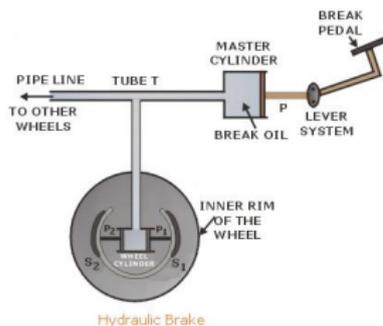
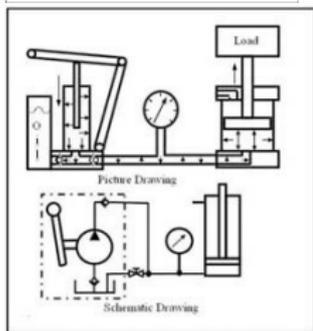
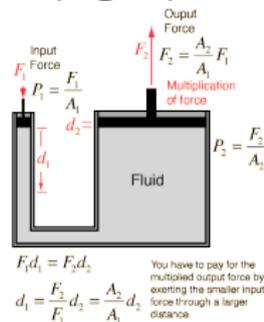
$$\rho_3 g h_3 + \rho_2 g L_2 \sin \theta - \rho_1 g h_1$$

Bàn luận:

khí nào sử dụng loại này?

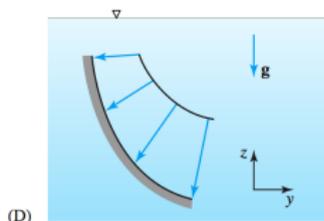
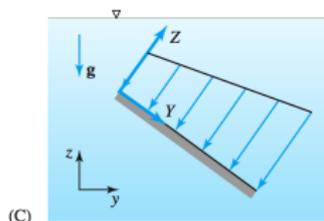
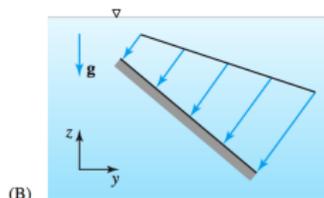
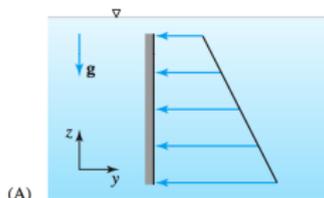
Định luật Pascal

Lưu chất trong bình kín, áp suất tại một điểm tăng Δp , áp suất tại mọi điểm khác cũng tăng theo 1 lượng Δp



Áp suất tác dụng \perp bề mặt rắn

Biểu đồ áp suất dư



Bàn luận:

- Áp suất do khí vs. áp suất do chất lỏng?
- Độ dốc của đường phân bố?
- Nhiều lớp lưu chất?
- Ảnh hưởng của ρ ?
- Mặt phẳng nằm ngang?

Áp lực do lưu chất tĩnh, tác dụng \perp bề mặt rắn

Bàn luận: áp lực được tính theo áp suất dư, tại sao?

Xét hai trường hợp:

- ① Mặt phẳng nằm ngang trong chất lỏng *hoặc* chịu áp lực từ khối khí: $F_R = pA$

- ② Mặt nghiêng *hoặc* mặt cong: $F_R = \int_A p \, dA$

với

$$A = \int dA$$

Bàn luận:

- Vị trí điểm đặt áp lực so với trọng tâm?
- Áp lực có phụ thuộc vào thể tích chất lỏng trong bình chứa?
- Mặt cong có dạng mặt trụ tròn?

Áp lực tác dụng lên mặt phẳng nghiêng

$$dF = \gamma h dA, \perp dA$$

$$F_R = \int_A \gamma h dA = \int_A \gamma y \sin \theta$$

for constant γ and θ

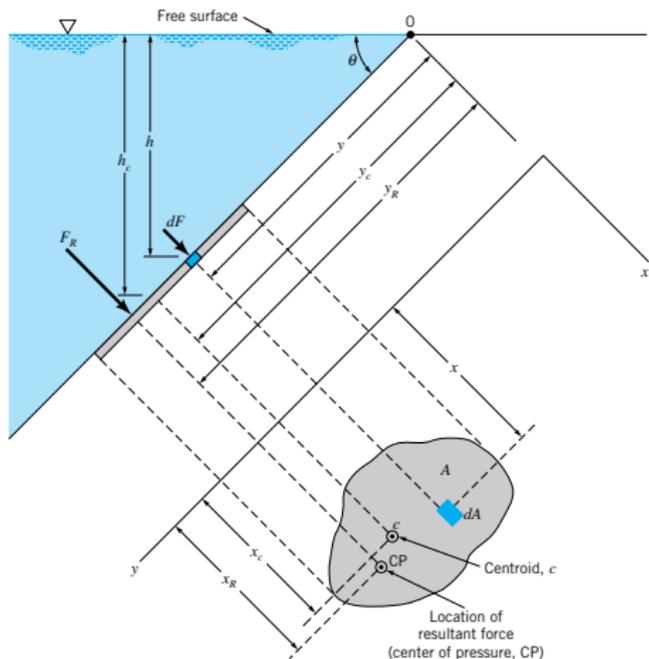
$$F_R = \gamma \sin \theta \int_A y dA$$

$$\int_A y dA = y_c A$$

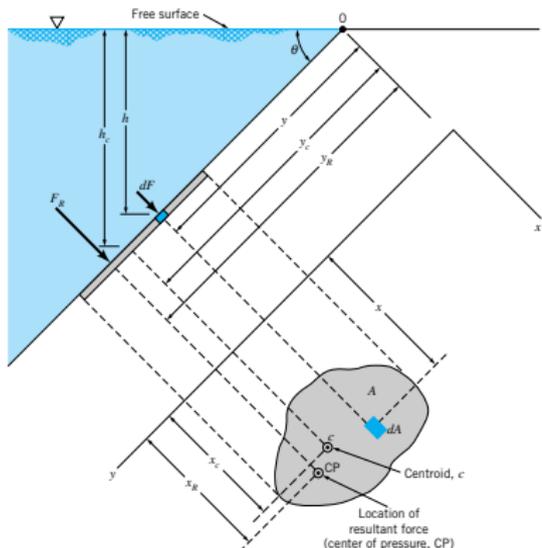
$$\Rightarrow F_R = \gamma A y_c \sin \theta,$$

or

$$F_R = \gamma h_c A, \perp A$$



Điểm đặt lực:



$$h_c = y_c \sin \theta, \quad h_R = h_c + \frac{I_{xc} \sin^2 \theta}{h_c A}$$

Bàn luận:

điều kiện sử dụng CT tính F_R , y_R ? tính cho trường hợp khác?

Cân bằng moment:

$$F_R y_R = (\gamma y_c \sin \theta A) y_R$$

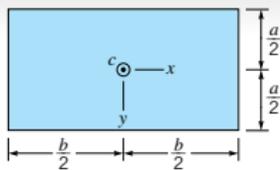
$$= \int_A y dF$$

$$= \int_A \gamma \sin \theta y^2 dA$$

$$y_R = \frac{\int_A y^2 dA}{y_c A} = \frac{I_x}{y_c A}$$

$$I_x = I_{xc} + A y_c^2$$

$$\Rightarrow y_R = y_c + \frac{I_{xc}}{y_c A}$$



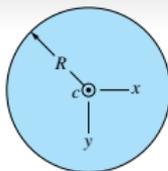
$$A = ba$$

$$I_{xc} = \frac{1}{12}ba^3$$

$$I_{yc} = \frac{1}{12}ab^3$$

$$I_{xyc} = 0$$

(a)

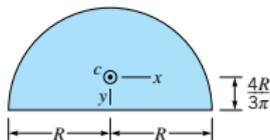


$$A = \pi R^2$$

$$I_{xc} = I_{yc} = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$I_{xyc} = 0$$

(b)



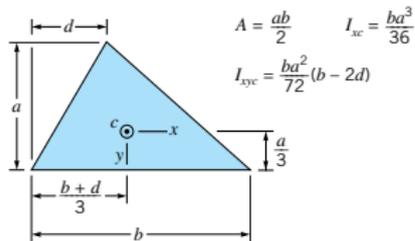
$$A = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$I_{xc} = 0.1098R^4$$

$$I_{yc} = 0.3927R^4$$

$$I_{xyc} = 0$$

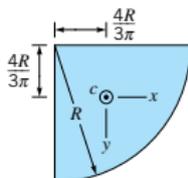
(c)



$$A = \frac{ab}{2} \quad I_{xc} = \frac{ba^3}{36}$$

$$I_{xyc} = \frac{ba^2}{72}(b - 2d)$$

(d)



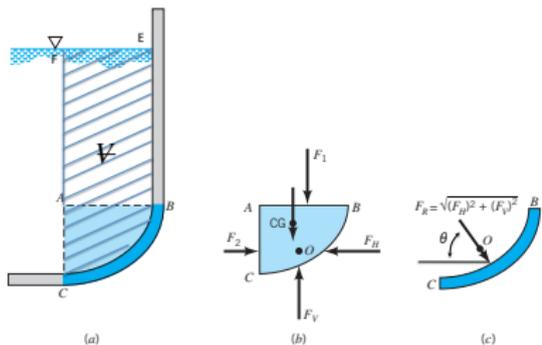
$$A = \frac{\pi R^2}{4}$$

$$I_{xc} = I_{yc} = 0.05488R^4$$

$$I_{xyc} = -0.01647R^4$$

(e)

Áp lực lên mặt cong



Xét mặt cong BC:

- $\vec{F}_R = (F_H, F_V)$
- $\tan \theta = \frac{F_V}{F_H}$

Cân bằng lực cho khối ABC:

- $F_H = F_2 = \gamma A_x h_{cx}$
- $F_V = \gamma V$

V : phần thể tích giới hạn bởi mặt cong và mặt phẳng có áp suất $du = 0$
 A_x : diện tích hình chiếu mặt cong lên phương đứng, có độ sâu trọng tâm h_{cx}

Bàn luận: V luôn nằm trên mặt cong?

F_V luôn hướng xuống?

Lực đẩy Archimèdes

Hai trường hợp:

- nổi 1 phần: $F_B = \gamma V$
- chìm hoàn toàn

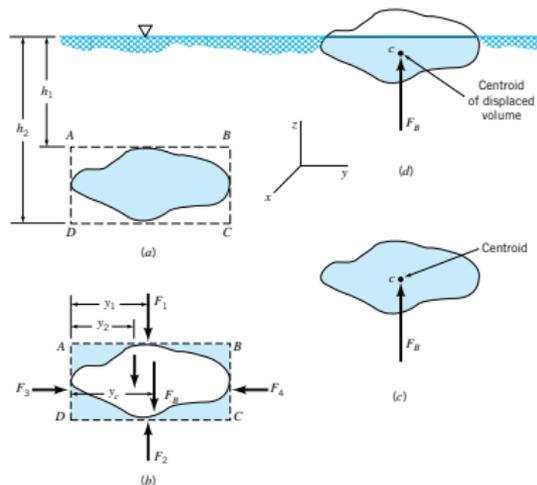
$$F_B = F_{V_{up}} - F_{V_{down}}$$

$$F_B = \gamma V$$

V : thể tích chìm trong lưu chất

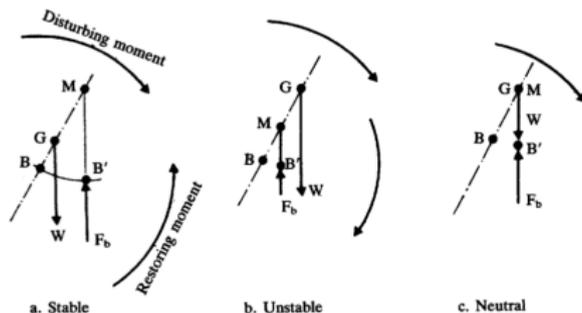
Bàn luận:

- F_B có phụ thuộc KLR của vật?
- điểm đặt của F_B ?
- vật cân bằng, phương của F_B ?
- tính phần thể tích chìm trong lưu chất?



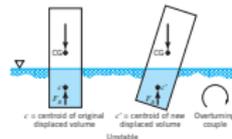
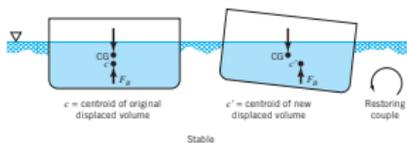
Tính ổn định của vật nổi

M : metacenter, vật nghiêng: tâm đẩy $B \rightarrow B'$

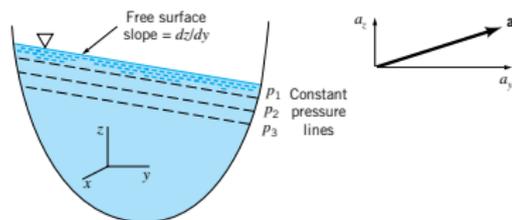


moment $F_B d_{B'M-G}$
 phục hồi: **ỔN ĐỊNH**

lật: **KHÔNG ổn định**



Tĩnh tương đối: Gia tốc thẳng ĐỀU



$$\begin{aligned} \text{với } dp &= \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \\ &= -\rho a_y dy - \rho(g + a_z) dz \end{aligned}$$

đọc theo mặt đẳng áp, $dp = 0$,

$$\boxed{\frac{dz}{dy} = -\frac{a_y}{g + a_z}}$$

gia tốc $\vec{a} = (0, a_y, a_z)$
 cân bằng lực cho một phần tử
 lưu chất bất kì

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\rho a_y$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho(g + a_z)$$

• $a_y = 0, a_z \neq 0$: $\boxed{\frac{dz}{dy} = 0}$

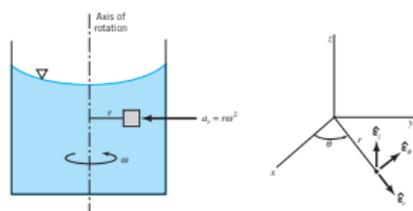
• $a_y \neq 0, a_z = 0$: $\boxed{\frac{dz}{dy} = -\frac{a_y}{g}}$

Bàn luận:

hình dạng mặt thoáng/ mặt đẳng áp trong hai trường hợp trên?

phân bố áp suất theo phương đứng thay đổi như thế nào?

Tĩnh tương đối: quay ĐỀU quanh trục đối xứng



mặt đẳng áp: $dp = 0$

$$\frac{dz}{dr} = \frac{r\omega^2}{g}$$

● tích phân:

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + \text{const.}$$

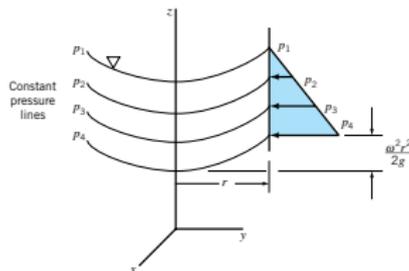
Hệ tọa độ trụ $\vec{a} = (a_r, a_\theta, a_z)$

$a_r = -r\omega^2, a_\theta = 0, a_z = 0$ Cân

bằng lực cho một pt lưu chất:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho r \omega^2 \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial r} dr + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho r \omega^2 dr - \gamma dz$$



Bàn luận:

xét vài bài toán tiêu biểu