

Chương 4: Động học lưu chất

Bài giảng của TS. Nguyễn Quốc Ý
nguyenquocy@hcmut.edu.vn

Ngày 14 tháng 1 năm 2013

Nội dung cần nắm

- Các cách mô tả, phân loại dòng lưu chất
- Lưu lượng và các yếu tố liên quan
- Ảnh hưởng của độ nhớt, số Reynolds
- Phương trình liên tục

Mô tả dòng lưu chất: phương pháp

- Không khảo sát từng PHÂN TỬ lưu chất,
- khảo sát từng PHẦN TỬ hoặc một phần/ cả dòng lưu chất:
 - mô tả chuyển động của từng phần tử: pp Lagrange,
 - mô tả chuyển động tại từng vị trí trong dòng lưu chất: pp Euler,
- mô tả theo không gian + thời gian:
 $\vec{V} = f(x, y, z, t), \vec{V} = f(s, t), \vec{V}(u, v, w)$
- phân loại theo sự thay đổi của vận tốc theo không gian và thời gian

Mô tả dòng lưu chất: phân loại

Theo không gian:

- Dòng
 - 1 chiều: $\vec{V} = f(1D, t)$
 - 2 chiều: $\vec{V} = f(2D, t)$
 - 3 chiều: $\vec{V} = f(3D, t)$
- Dòng:
 - đều: $\vec{V} = \text{const}$
 - không đều: $\vec{V} \neq \text{const}$
dọc theo đường dòng

Theo thời gian:

- Dòng
 - ổn định: $\vec{V} = f(s, t)$ hay $\partial V / \partial t = 0$
 - không ổn định: $\vec{V} = f(s, -)$ hay $\partial V / \partial t \neq 0$

Bàn luận: dòng chảy trong đường ống là dòng mấy chiều? đều? ổn định?

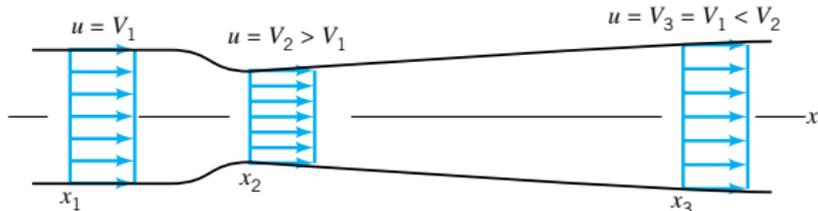
Mô tả dòng lưu chất: gia tốc

Tổng quát: $\vec{V} = f(x, y, z, t)$, gia tốc:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = \underbrace{\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}}_{\text{cục bộ}} + \underbrace{u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}}_{\text{đôi lưu}}$$

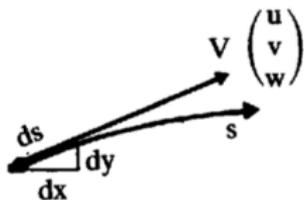
$$\begin{cases} a_x \\ a_y \\ a_z \end{cases} = \frac{\partial \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}}{\partial t} + u \frac{\partial \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}}{\partial x} + v \frac{\partial \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}}{\partial y} + w \frac{\partial \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}}{\partial z}$$

Bàn luận:



Mô tả dòng lưu chất: đường dòng- ống dòng

Vector vận tốc tiếp tuyến đường dòng,

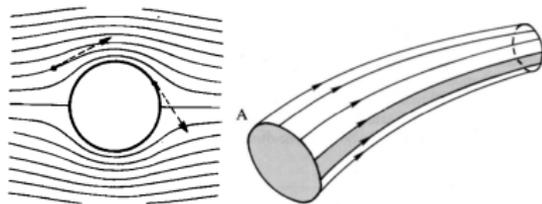


$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}, \rightarrow \boxed{\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}}$$

phương trình đường dòng

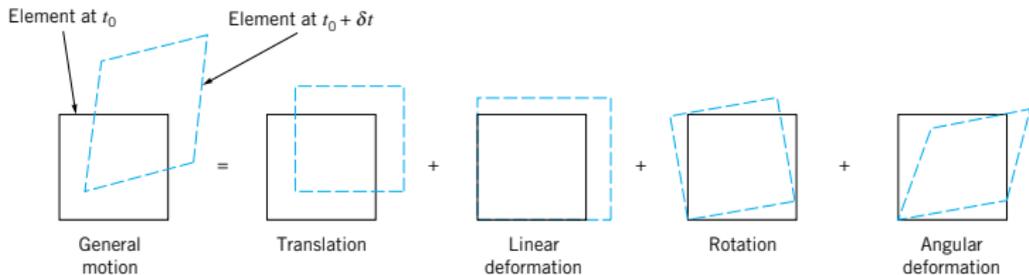
Bàn luận:

- Đường dòng có thay đổi theo thời gian?
- Đường dòng= quỹ đạo?
- Tính chất của ống dòng, ví dụ về ống dòng?

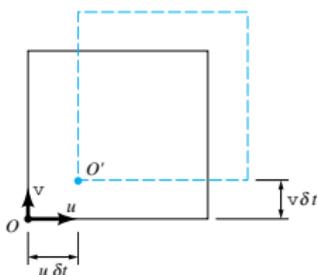


ống dòng: có bề mặt là những đường dòng.

Mô tả dòng lưu chất: chuyển động & biến dạng

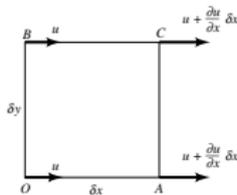


Tịnh tiến: $\vec{V} = \text{const.} \forall x, y, z$

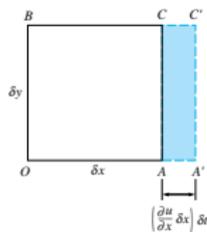


Biến dạng thẳng: \exists gradient vận tốc

$$\text{thẳng} \neq 0: \begin{cases} \partial u / \partial x \neq 0, \text{ or} \\ \partial v / \partial y \neq 0, \text{ or} \\ \partial w / \partial z \neq 0 \end{cases}$$



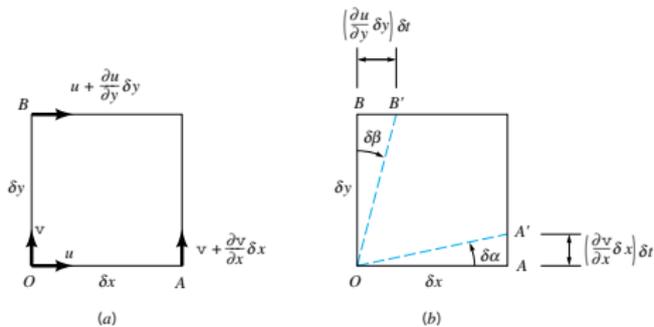
(a)



(b)

Mô tả dòng lưu chất: chuyển động & biến dạng

biến dạng góc- quay: đạo hàm chéo $\neq 0$



$$\omega_{OA} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\alpha}{\delta t}$$

$$\tan \delta\alpha \approx \delta\alpha = \frac{(\partial v / \partial x) \delta x \delta t}{\delta x} = \frac{\partial v}{\partial x} \delta t$$

$$\omega_{OA} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left[\frac{(\partial v / \partial x) \delta t}{\delta t} \right] = \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\omega_{OB} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\beta}{\delta t}$$

$$\tan \delta\beta \approx \delta\beta = \frac{(\partial u / \partial y) \delta y \delta t}{\delta y} = \frac{\partial u}{\partial y} \delta t$$

$$\omega_{OB} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left[\frac{(\partial u / \partial y) \delta t}{\delta t} \right] = \frac{\partial u}{\partial y}$$

\emptyset chiều dương: $\curvearrowright \oplus$,

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

- khi $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$: không biến dạng góc, chỉ quay.
- khi $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$: không quay, chỉ biến dạng góc.
- khác: vừa quay, vừa biến dạng góc.

trong 3D:

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

- hay $\vec{\omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{V}$

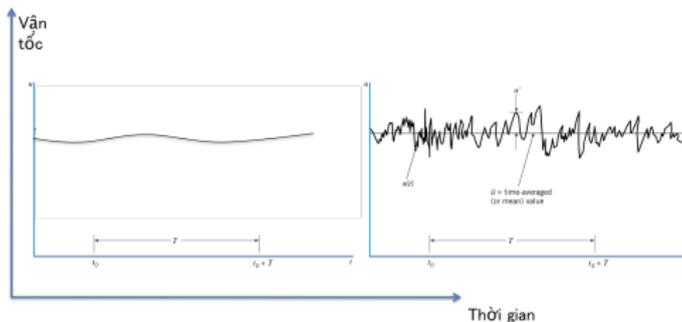
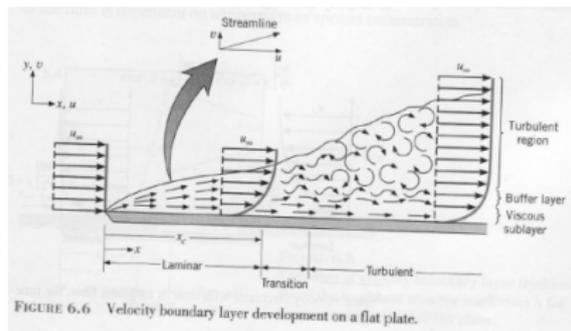
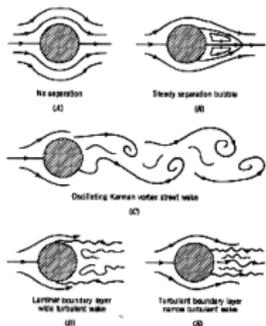
- dòng không quay:
 $\omega_x = 0 \quad \omega_y = 0 \quad \omega_z = 0$, hay
 $\vec{\omega} = 0$

nói #: $\nabla \times \vec{V} = \text{rot} \vec{V} = 0$
 \equiv **dòng thế**

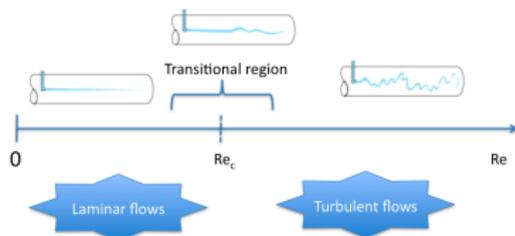
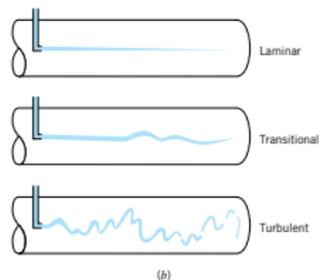
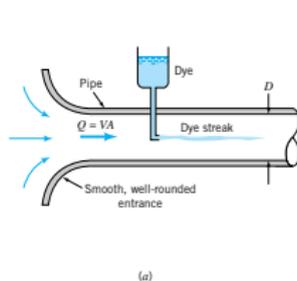
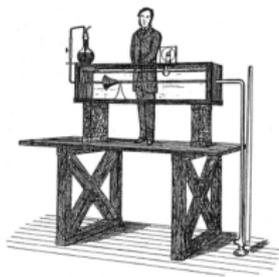
Bàn luận: vòi rồng: quay hay không quay?

Ảnh hưởng của độ nhớt: chảy tầng hay chảy rối?

Bàn luận: chảy tầng? chảy rối? yếu tố ảnh hưởng? dự đoán? cái nào lợi hơn?



Reynolds experiment



Pipe flows:

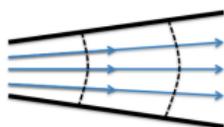
- V : average velocity
- $\mathcal{L} = D$: diameter
- $Re_c \approx 2300$

$$\frac{\text{Inertia Force}}{\text{Viscous Force}} = Re = \frac{V\mathcal{L}}{\nu}$$

Lưu lượng: mặt cắt, diện tích, & chu vi ướt; bán kính thủy lực

- ⊛ *Mặt cắt ướt*: mặt cắt ngang dòng, \perp mọi đường dòng,
 - là mặt phẳng, nếu đường dòng \parallel
 - là mặt cong, nếu các đường dòng KHÔNG \parallel
- ⊛ *Diện tích ướt A*: diện tích của mặt cắt ướt
- ⊛ *Chu vi ướt P*: chu vi mặt cắt ướt, tiếp xúc thành rắn
- ⊛ *Bán kính thủy lực R_h* : tỉ số diện tích ướt/ chu vi ướt

$$R_h = \frac{A}{P}$$



Bàn luận:

Bán kính thủy lực LỚN hay nhỏ tốt hơn

Lưu lượng thể tích, khối lượng

- * Lưu lượng: lượng $\begin{cases} \text{thể tích} \\ \text{khối lượng} \end{cases}$ lưu chất đi qua A trong một thời gian đơn vị

- * LL thể tích:

$$dQ = \frac{dV}{dt} = \frac{u \cdot dA \cdot dt}{dt} = u \cdot dA \quad \text{nên } Q = \int_A u \cdot dA$$

- * LL khối lượng:

$$dQ_m = \frac{\rho dV}{dt} = \frac{\rho u \cdot dA \cdot dt}{dt} = \rho u \cdot dA \quad \text{nên } Q_m = \int_A \rho u \cdot dA$$

- * vận tốc trung bình trên A: $V = \frac{Q}{A}$

Bàn luận: \vec{u} và $d\vec{A}$, \vec{V} và \vec{A} ?

Phương trình liên tục: bảo toàn khối lượng

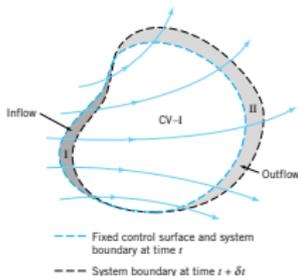
- sys: khối lưu chất đang xét,
- cv: thể tích kiểm soát (cố định)
- tại thời điểm t : $M_{sys}(t) = M_{cv}(t)$
- tại thời điểm $t + dt$:

$$M_{sys}(t + dt) = M_{cv}(t + dt) + M_{II} - M_I$$

vậy:
$$\frac{DM_{sys}}{Dt} = \underbrace{\frac{DM_{cv}}{Dt}}_{\text{cố định} \rightarrow \frac{\partial M_{cv}}{\partial t}} + \underbrace{\frac{M_{II}}{dt}}_{Q_{m-ra}} - \underbrace{\frac{M_I}{dt}}_{Q_{m-vào}}$$

hay:

$$\frac{DM_{sys}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV + \int_{cs} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad \begin{cases} \text{vào-} \\ \text{ra+} \end{cases}$$



Phương trình liên tục: bảo toàn khối lượng

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0$$
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$
$$\text{or, } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0$$

áp dụng cho dòng: a) ổn định- không ổn định, b) nén được- không nén được.

• **Dòng ổn định**

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$
$$\text{or, } \nabla \cdot \rho \vec{V} = \text{div}(\rho \vec{V}) = 0$$

• **Dòng không nén được**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
$$\text{or, } \nabla \cdot \vec{V} = \text{div}(\vec{V}) = 0$$

Phương trình liên tục: dòng 1D, ổn định

- ổn định:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV = 0 \quad \rightarrow \quad \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0$$

nói khác: Q_{m1} đi qua $A_1 = Q_{m2}$ đi qua A_2

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

$$\rho A V = \text{const.}$$

dòng không nén:

$$\rho = \text{const.}, A \cdot V = \text{const.}, Q = \text{const.}$$

ống rẽ nhánh: $\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 + \rho_3 Q_3$

hay $Q_1 = Q_2 + Q_3$

