

Môn học

TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG

Giảng viên: PGS. TS. Huỳnh Thái Hoàng

Khoa Điện – Điện Tử

Đại học Bách Khoa TP HCM

Email: hthoang@hcmut.edu.vn

Homepage: www4.hcmut.edu.vn/~hthoang/

- ❑ Môn học cung cấp các kiến thức về xử lý tín hiệu tương tự, nhấn mạnh các vấn đề phân tích hệ thống như: các hệ thống tuyến tính; các mô hình phương trình vi phân của hệ thống và mạch tuyến tính; chuỗi Fourier; biến đổi Fourier; biến đổi Laplace; tích chập; ổn định hệ thống; đáp ứng tần số; các ứng dụng như bộ lọc tích cực, điều chế biên độ (AM).



Nội dung môn học

- ❑ Chương 1: Giới thiệu về tín hiệu và hệ thống
- ❑ Chương 2: Phân tích hệ thống liên tục trong miền thời gian
- ❑ Chương 3: Biểu diễn tín hiệu tuần hoàn dùng chuỗi Fourier
- ❑ Chương 4: Biểu diễn tín hiệu liên tục dùng biến đổi Fourier
- ❑ Chương 5: Lấy mẫu tín hiệu
- ❑ Chương 6: Phân tích hệ thống liên tục dùng biến đổi Laplace
- ❑ Chương 7: Đáp ứng tần số và bộ lọc tương tự



Tài liệu tham khảo

- [1] B. P. Lathi, *Signal Processing and Linear Systems*, Berkeley-Cambridge Press, 1998.
- [2] A. V. Oppenheim, *Signals and Systems*, Prentice-Hall, 1983.



Đánh giá môn học

- ☐ Bài tập (ở nhà, tại lớp) : 20%
- ☐ Kiểm tra giữa kỳ : 20%
- ☐ Thi cuối kỳ : 60%

Chương 1

CƠ BẢN VỀ TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG



Nội dung chương 1

- ☐ Cơ bản về tín hiệu
- ☐ Phân loại tín hiệu
- ☐ Các phép toán trên tín hiệu
- ☐ Các loại tín hiệu thông dụng
- ☐ Hệ thống và phân loại hệ thống

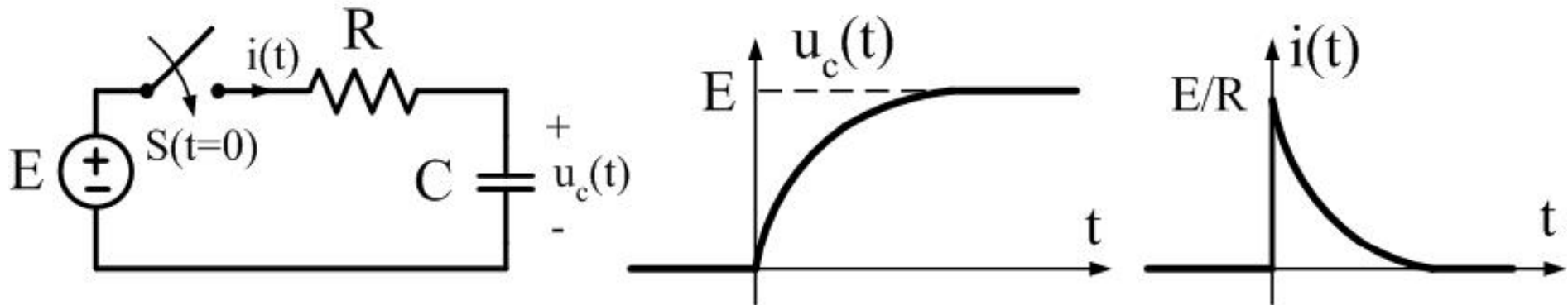
CƠ BẢN VỀ TÍN HIỆU

Định nghĩa tín hiệu

- ❑ Tín hiệu là hàm mang thông tin về một quá trình nào đó.
 - Đối số (biến độc lập) của hàm là thời gian hoặc/và không gian (vị trí).
 - Trong chương trình, ta quan tâm đến những tín hiệu là hàm của biến thời gian.

Ví dụ tín hiệu

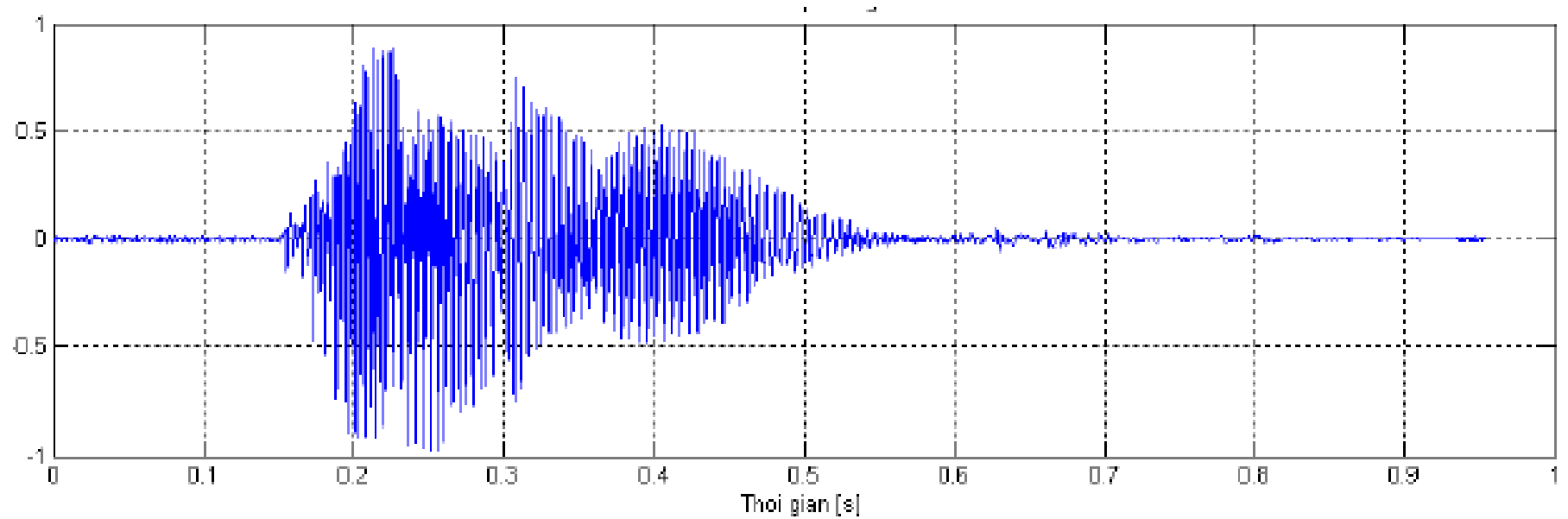
- Tín hiệu dòng điện, điện áp trong mạch điện



$$u_c(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ E(1 - e^{-t/RC}); & t \geq 0 \end{cases}$$

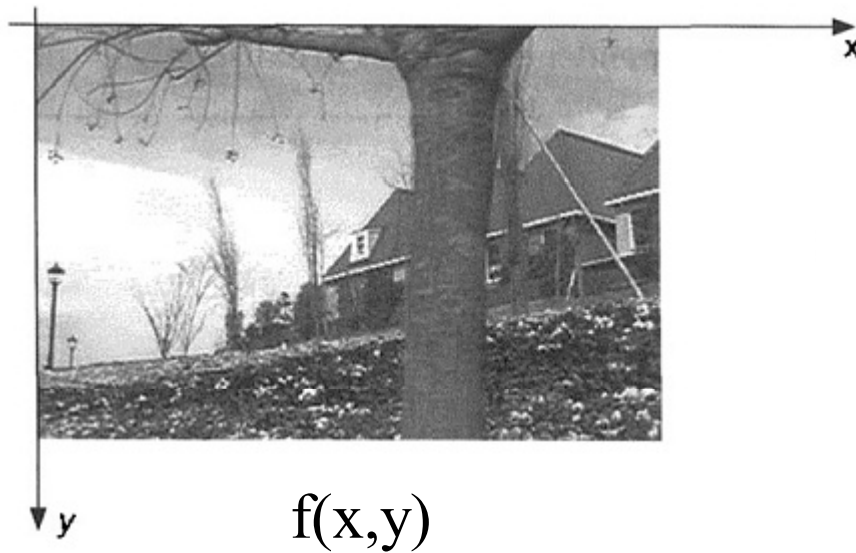
$$i(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ (E/R)e^{-t/RC}; & t \geq 0 \end{cases}$$

□ Tín hiệu âm thanh

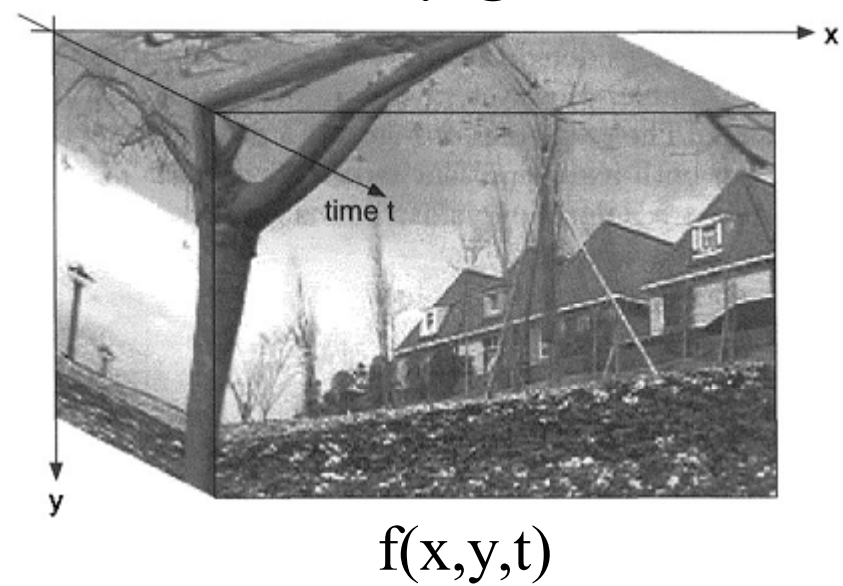


□ Tín hiệu hình ảnh

Ảnh tĩnh

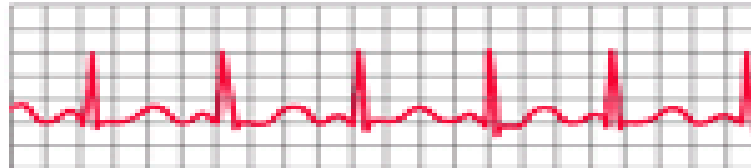


Ảnh động

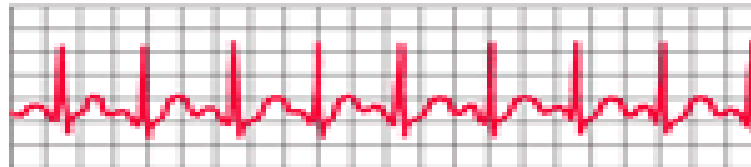


□ Tín hiệu điện tim:

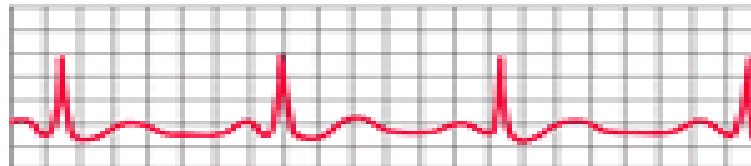
Normal Heartbeat



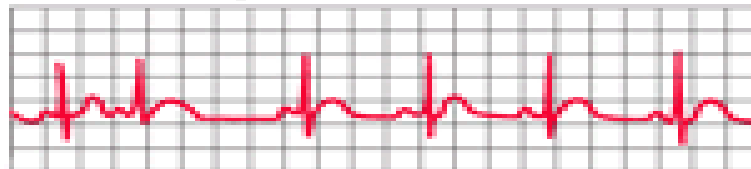
Fast Heartbeat



Slow Heartbeat



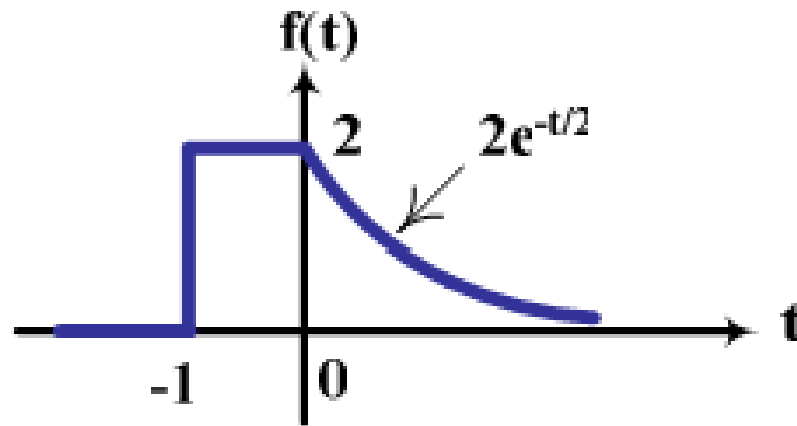
Irregular Heartbeat



Năng lượng của tín hiệu

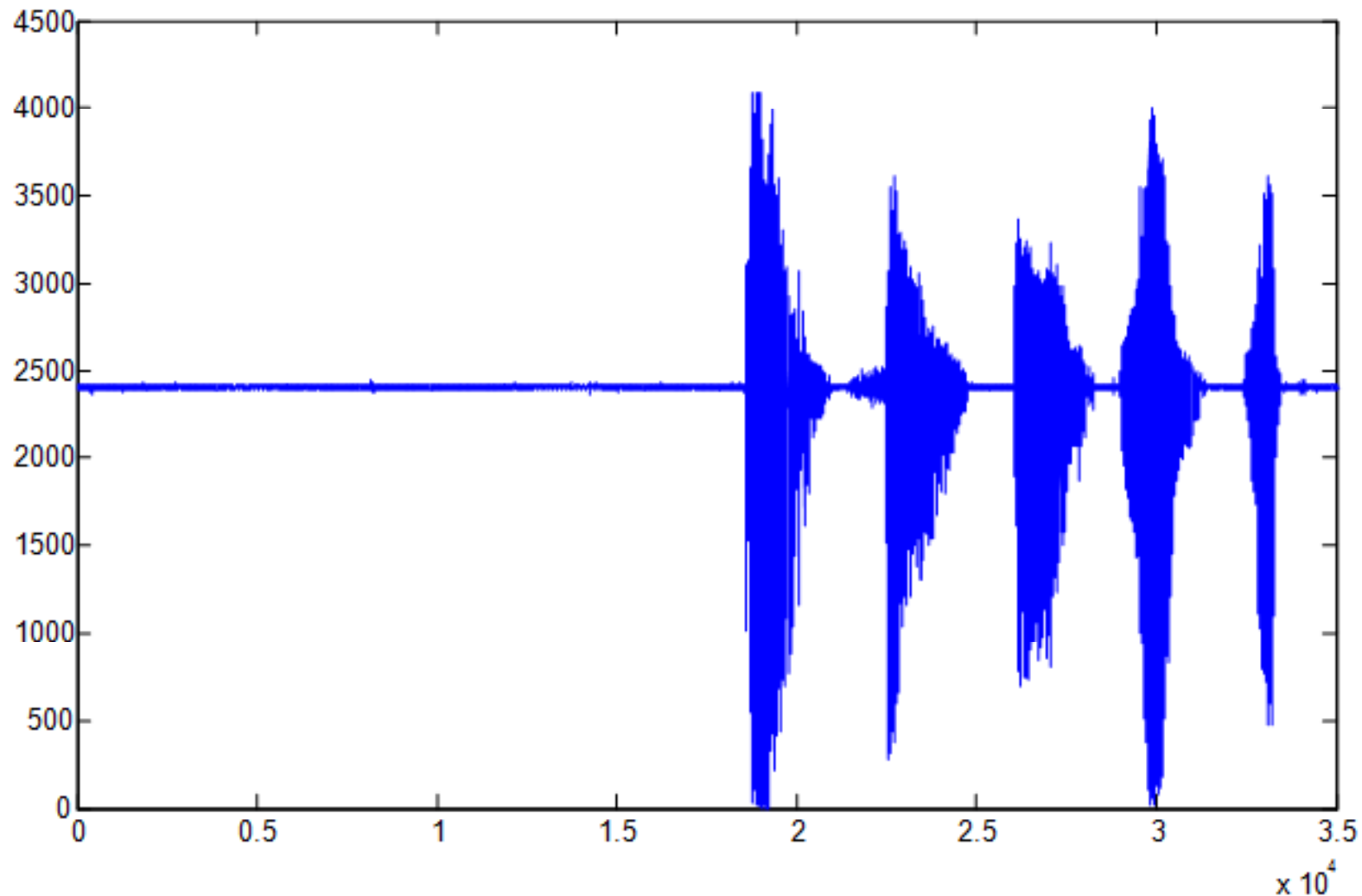
□ Năng lượng của tín hiệu: $E_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) dt$

□ Ví dụ:



$$E_f = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \int_{-1}^0 (2)^2 dt + \int_0^{\infty} 4e^{-t} dt = 4 + 4 = 8$$

❑ Ví dụ: Tách từ trong ứng dụng nhận dạng tiếng nói



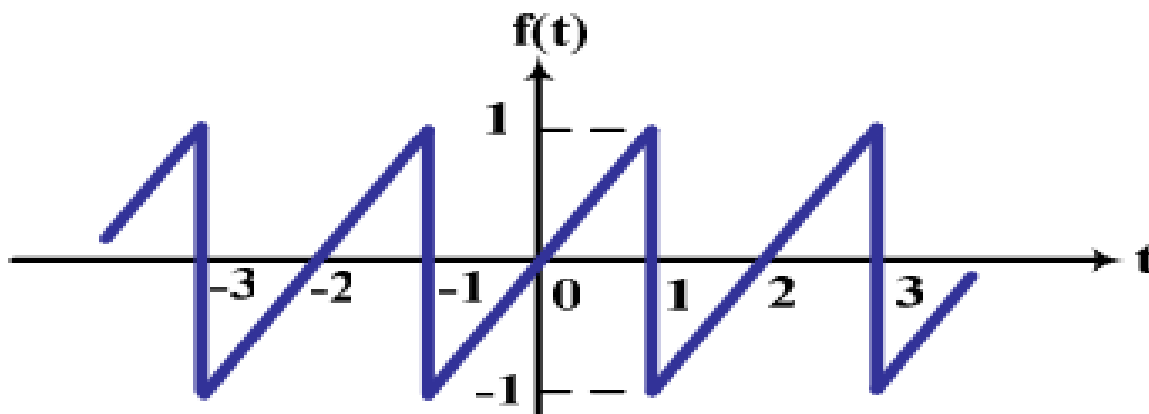
Công suất của tín hiệu

❑ Công suất của tín hiệu: $P_f = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt \right)$

❑ Nếu $f(t)$ là tín hiệu tuần hoàn: $P_f = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt$

❑ Giá trị hiệu dụng (root mean square - rms) của $f(t)$ là : $\sqrt{P_f}$

❑ Ví dụ:



$$P_f = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f^2(t) dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 t^2(t) dt = \frac{1}{3}$$

PHÂN LOẠI TÍN HIỆU



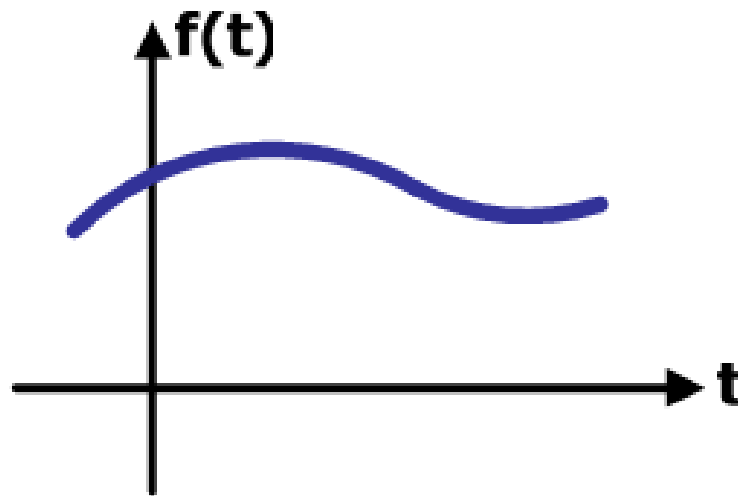
Phân loại tín hiệu

Có nhiều cách phân loại tín hiệu:

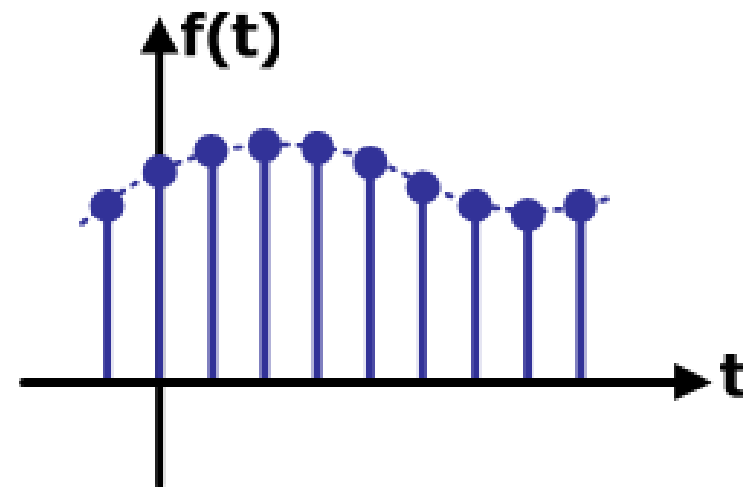
- ☐ Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc theo thời gian
- ☐ Tín hiệu analog và tín hiệu số
- ☐ Tín hiệu tuần hoàn và tín hiệu không tuần hoàn
- ☐ Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất
- ☐ Tín hiệu xác định và tín hiệu ngẫu nhiên
- ☐ Tín hiệu nhân quả và tín hiệu không nhân quả

Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc

- ❑ Tín hiệu liên tục: xác định tại mọi thời điểm
- ❑ Tín hiệu rời rạc: xác định tại các thời điểm rời rạc



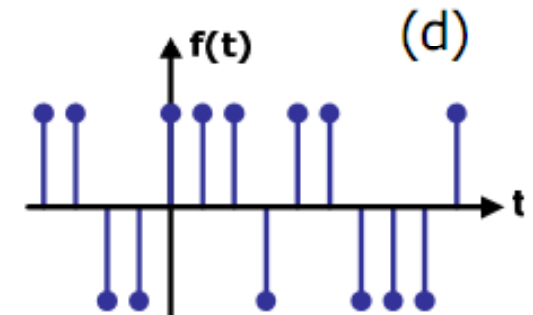
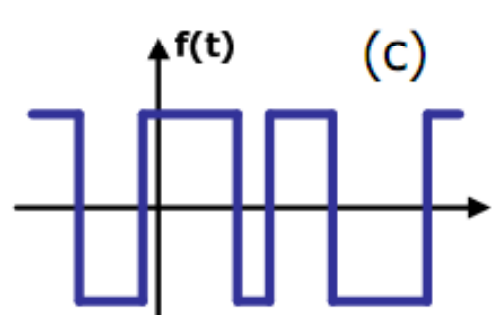
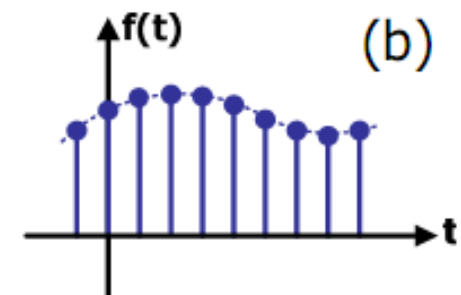
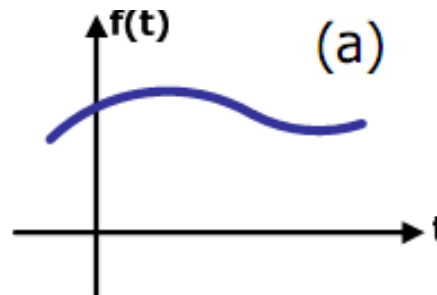
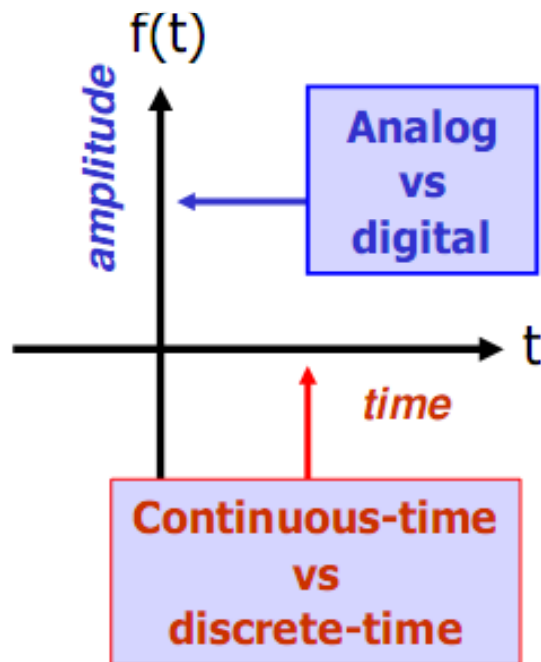
Tín hiệu liên tục



Tín hiệu rời rạc

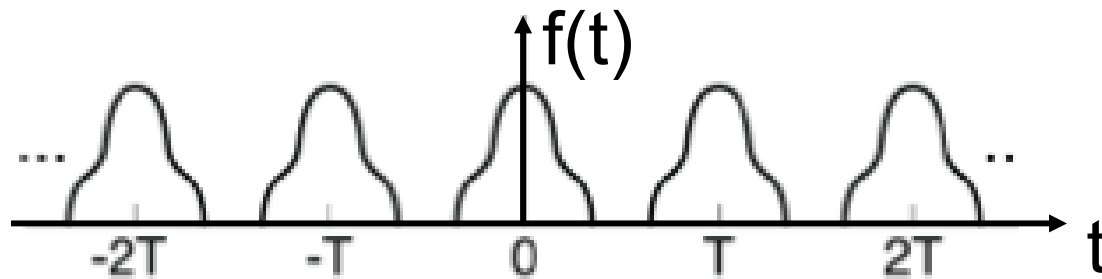
Tín hiệu tương tự và tín hiệu số

- ❑ Tín hiệu tương tự: có vô số giá trị biên độ
- ❑ Tín hiệu số: có số giá trị biên độ hữu hạn.
 - Tín hiệu nhị phân: chỉ nhận 2 giá trị



Tín hiệu tuần hoàn và tín hiệu không tuần hoàn

- ❑ $f(t)$ là tuần hoàn nếu tồn tại $T > 0$ sao cho $f(t) = f(t+T)$ với mọi t .



- ❑ Giá trị nhỏ nhất của T được gọi là chu kỳ của $f(t)$
- ❑ $f(t)$ là tín hiệu không tuần hoàn nếu không tồn tại giá trị của T thỏa tính chất trên

Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

❑ $f(t)$ là tín hiệu năng lượng nếu: $E_f < \infty$

❑ $f(t)$ là tín hiệu công suất nếu: $0 \leq P_f < \infty$

❑ Chú ý:

- Tín hiệu năng lượng $\Rightarrow$ công suất bằng 0
- Tín hiệu công suất $\Rightarrow$ năng lượng bằng ∞
- $\Rightarrow$ Một tín hiệu đồng thời không thể vừa là tín hiệu năng lượng, vừa là tín hiệu công suất
- Có thể có tín hiệu không phải là tín hiệu năng lượng, cũng không phải là tín hiệu công suất.

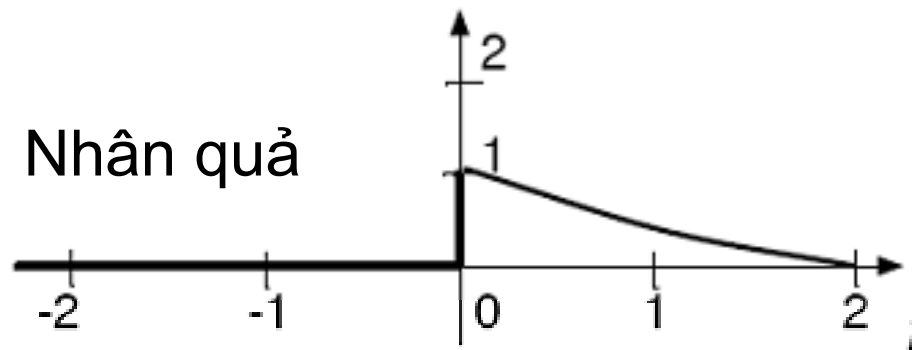
Ví dụ: $f(t) = t$

Tín hiệu xác định và tín hiệu ngẫu nhiên

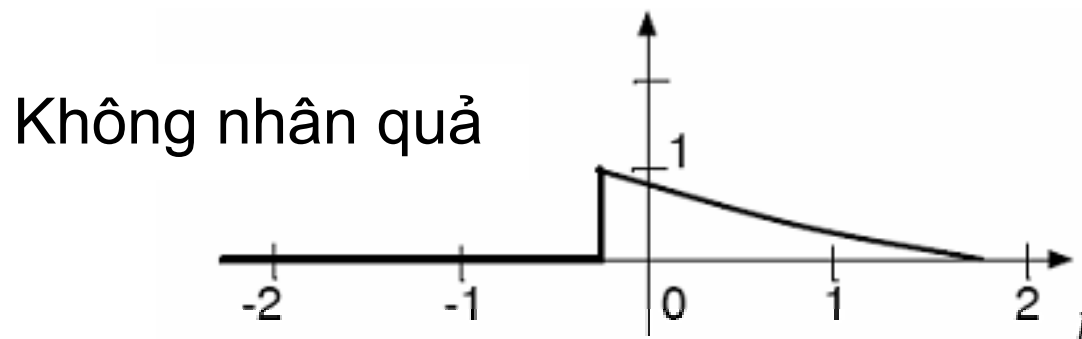
- ❑ Tín hiệu $f(t)$ là **tín hiệu xác định** nếu có thể biết giá trị của tín hiệu tại mọi thời điểm t .
- ❑ Tín hiệu $f(t)$ là **tín hiệu ngẫu nhiên** nếu không thể biết chính xác giá trị của tín hiệu tại mọi thời điểm t mà chỉ biết hàm thống kê của nó.
Ví dụ: nhiễu có trung bình bằng μ , phương sai bằng λ
- ❑ Môn học này chỉ xét tín hiệu xác định

Tín hiệu nhân quả và tín hiệu không nhân quả

❑ Tín hiệu $f(t)$ là **tín hiệu nhân quả** nếu $f(t) = 0, \forall t < 0$.



❑ Tín hiệu $f(t)$ là **tín hiệu không nhân quả** nếu $\exists t < 0: f(t) \neq 0$.



CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TÍN HIỆU



Các phép toán trên tín hiệu

- ☐ Chuyển dịch trong miền thời gian
- ☐ Thay đổi (co, giãn) thang thời gian
- ☐ Đảo thời gian
 - ❖ Thành phần chẵn và lẻ của tín hiệu
- ☐ Kết hợp các phép toán

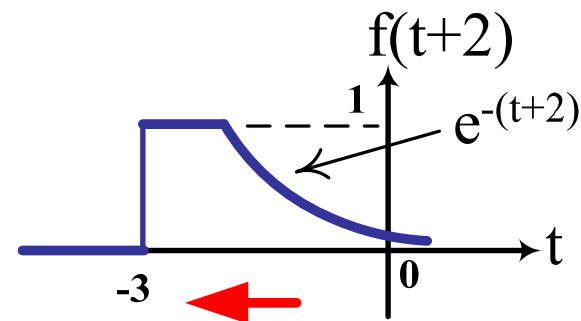
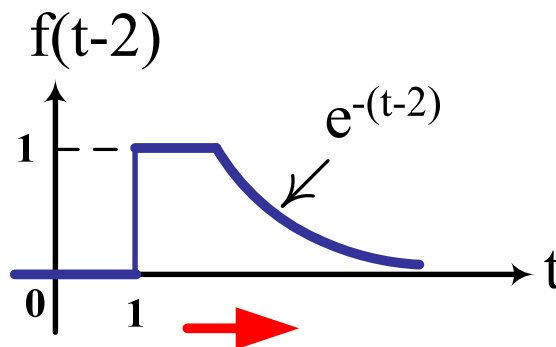
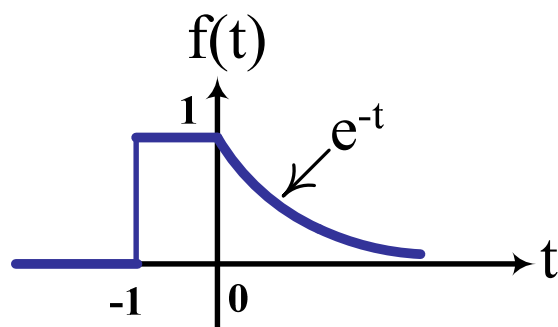
Chuyển dịch trong miền thời gian

$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(t - T)$$

□ $T > 0 \rightarrow$ dịch sang phải (trễ) T giây

□ $T < 0 \rightarrow$ dịch sang trái (sớm) T giây

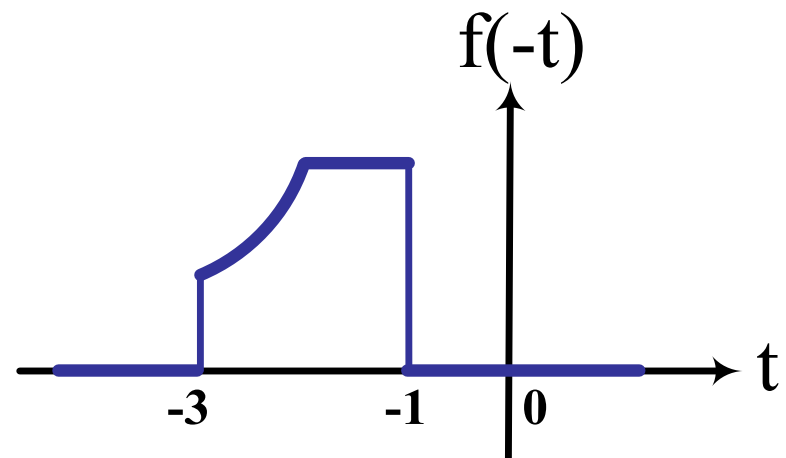
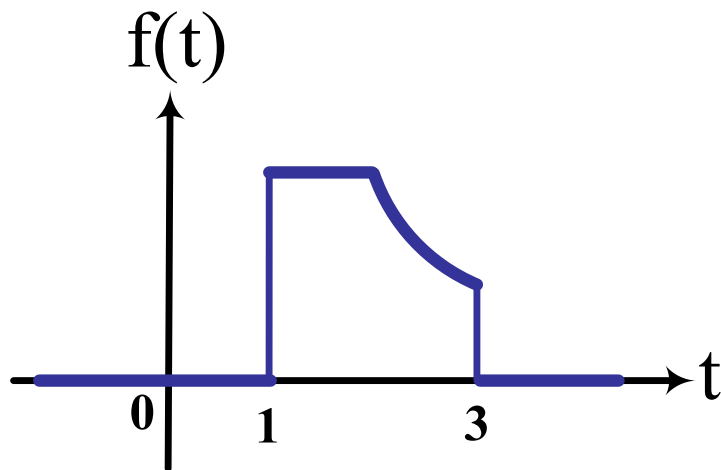
□ Ví dụ:



$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(-t)$$

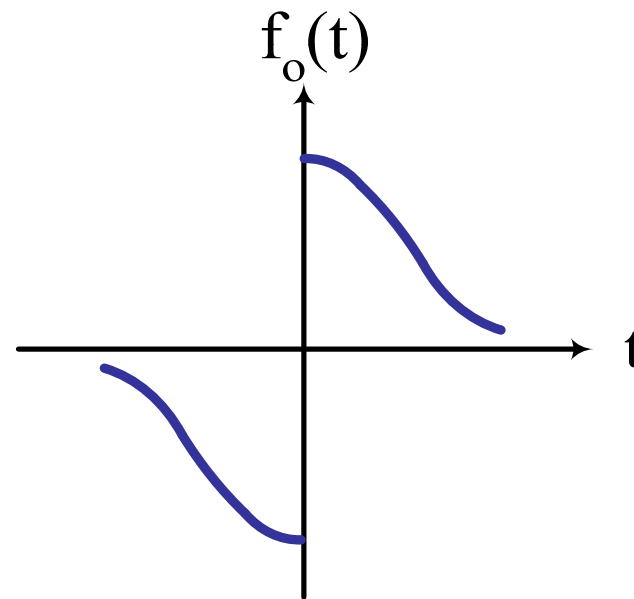
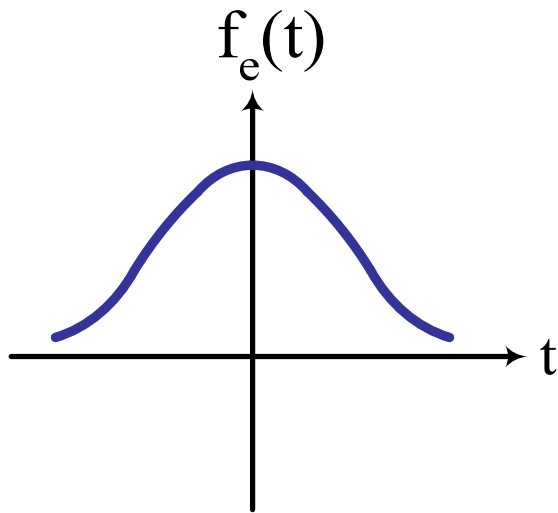
❑ Đối xứng $f(t)$ qua trục tung

❑ Ví dụ:



Tín hiệu chẵn và tín hiệu lẻ

- ❑ Hàm chẵn: $f_e(-t) = f_e(t)$; đối xứng qua trục tung
- ❑ Hàm lẻ: $f_o(-t) = -f_o(t)$; đối xứng qua gốc tọa độ



Thành phần chẵn và lẻ của tín hiệu

- ❑ Tín hiệu bất kỳ có thể phân tích thành tổng của thành phần chẵn và lẻ:

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

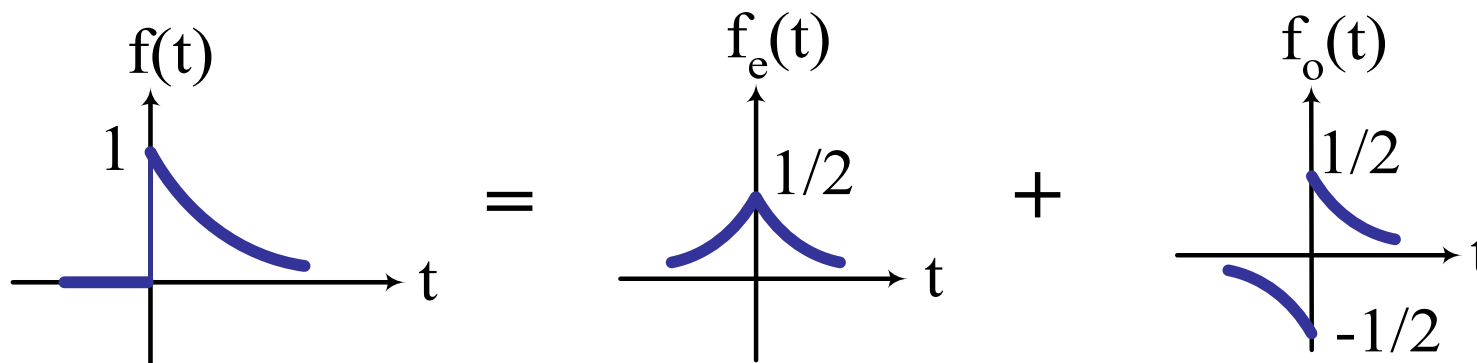
Trong đó:

$$\begin{cases} f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)] & \text{(Thành phần chẵn)} \\ f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)] & \text{(Thành phần lẻ)} \end{cases}$$

Ví dụ thành phần chẵn và lẻ của tín hiệu

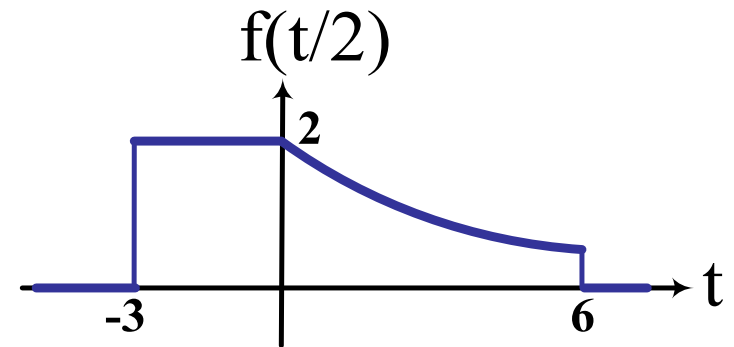
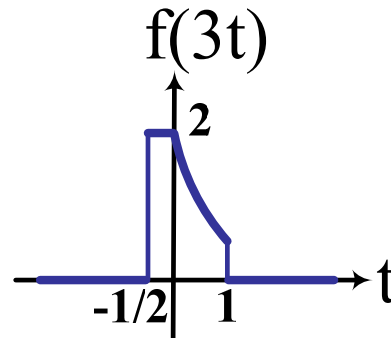
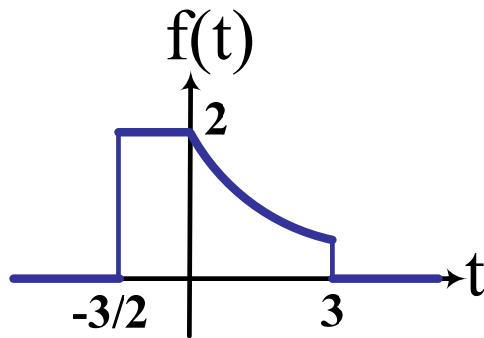
□ Ví dụ: $f(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ e^{-at}; & t \geq 0 \end{cases} \quad (a > 0) = f_e(t) + f_o(t)$

Với: $\begin{cases} f_e(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{at}; & t < 0 \\ \frac{1}{2}e^{-at}; & t > 0 \end{cases} \\ f_o(t) = \begin{cases} -\frac{1}{2}e^{at}; & t < 0 \\ \frac{1}{2}e^{-at}; & t > 0 \end{cases} \end{cases}$



$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(at); \quad a > 0$$

- ❑ $a > 1$: co thời gian a lần
- ❑ $0 < a < 1$: giãn thời gian $1/a$ lần
- ❑ Ví dụ:



$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(at - b); a \neq 0$$

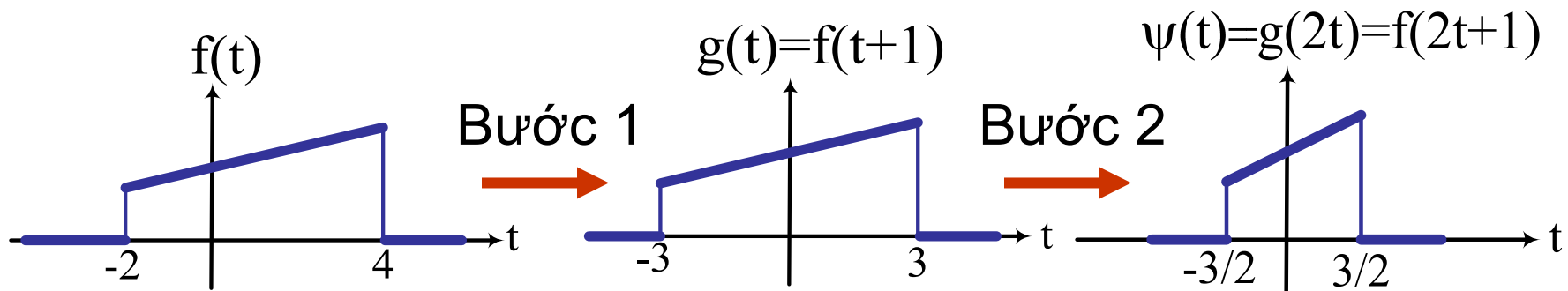
□ Trường hợp $a > 0$:

➤ Phương pháp 1:

❖ Bước 1: Phép dịch thời gian $g(t) = f(t - b)$

❖ Bước 2: Phép tỷ lệ $\varphi(t) = g(at)$

❖ Ví dụ: $\varphi(t) = f(2t + 1)$



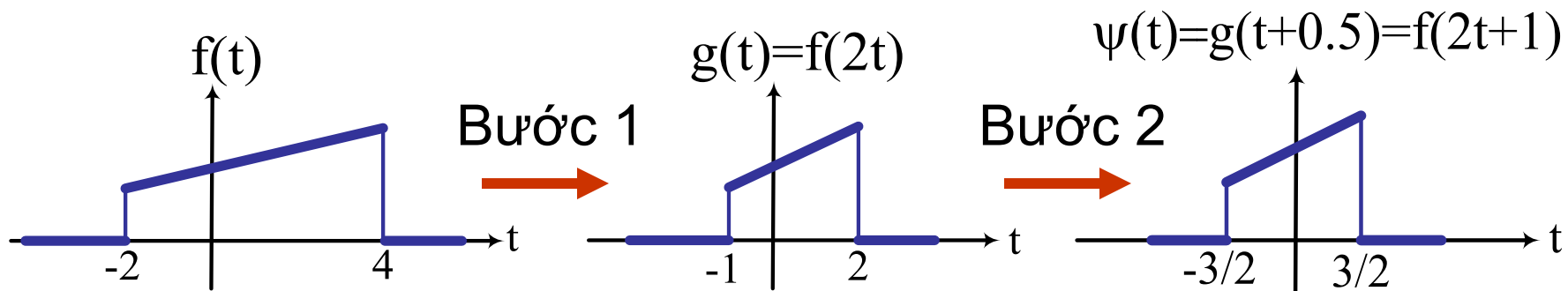
Kết hợp các phép toán (tt)

$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(at - b); a \neq 0$$

□ Trường hợp $a > 0$:

➤ Phương pháp 2:

- ❖ Bước 1: Phép tỷ lệ $g(t) = f(at)$
- ❖ Bước 2: Phép dịch thời gian $\varphi(t) = g(t - b/a)$
- ❖ Ví dụ: $\varphi(t) = f(2t + 1)$

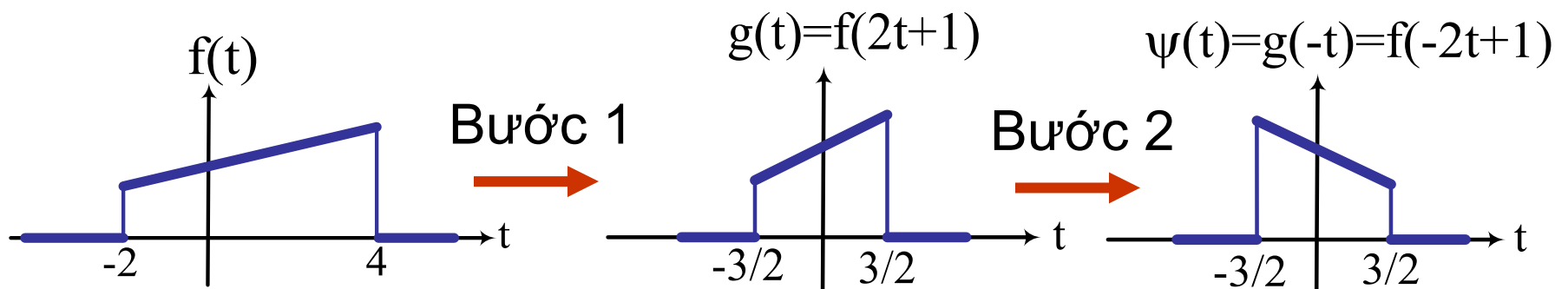


Kết hợp các phép toán (tt)

$$f(t) \rightarrow \varphi(t) = f(at - b); a \neq 0$$

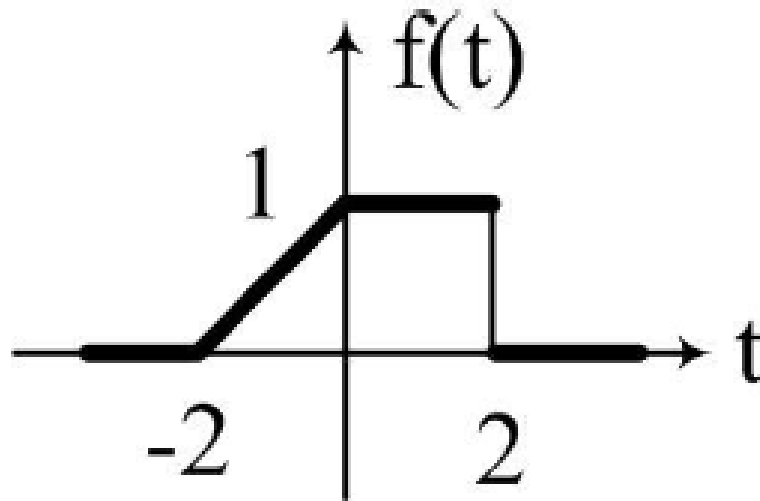
□ Trường hợp $a < 0$:

- ❖ Bước 1: Xác định $g(t) = f(|a|t - b)$
- ❖ Bước 2: Dùng phép đảo thời gian $\varphi(t) = g(-t)$
- ❖ Ví dụ: $\varphi(t) = f(-2t + 1)$



Cho tín hiệu $f(t)$ như hình dưới đây, hãy xác định và vẽ các tín hiệu sau:

(a) $f_1(t)=f(4t+2)$; (b) $f_2(t)=f(t-2)+f(-2-t)$; (c) $f_3(t)=f_2(4-t/2)$.



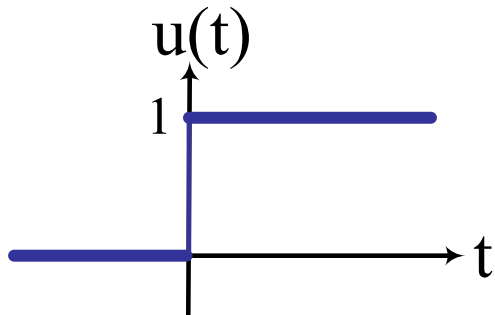
CÁC TÍN HIỆU THÔNG DỤNG



Các tín hiệu thông dụng

- ☐ Hàm nấc đơn vị $u(t)$
- ☐ Xung đơn vị $\delta(t)$
- ☐ Hàm mũ

Hàm nấc đơn vị

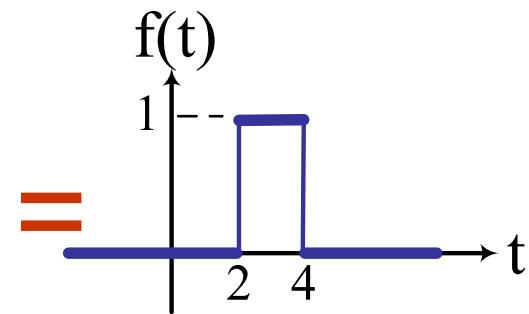
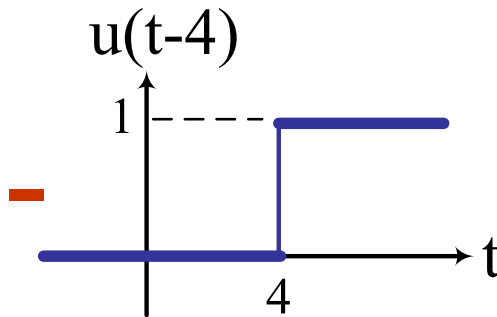
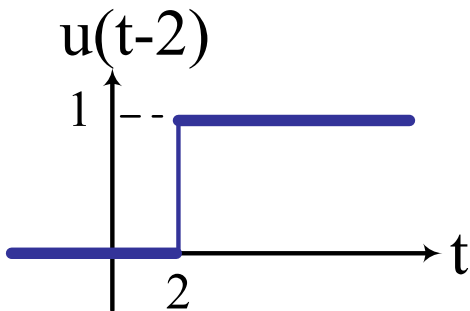


$$u(t) = \begin{cases} 1; & t > 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases}$$

□ $u(t)$ thường dùng để biểu diễn một tín hiệu với nhiều mô tả khác nhau trong các khoảng thời gian khác nhau

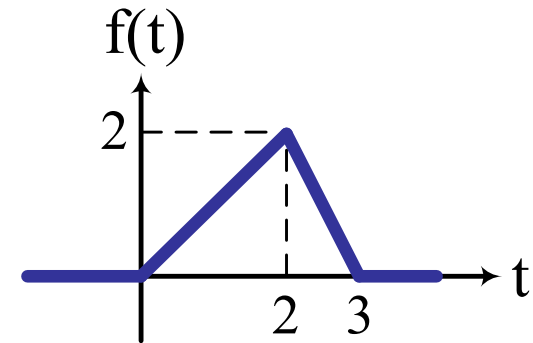
□ Ví dụ 1:

$$f(t) = \begin{cases} 1; & 2 < t < 4 \\ 0; & t < 2 \text{ or } t > 4 \end{cases} \Rightarrow f(t) = u(t-2) - u(t-4)$$



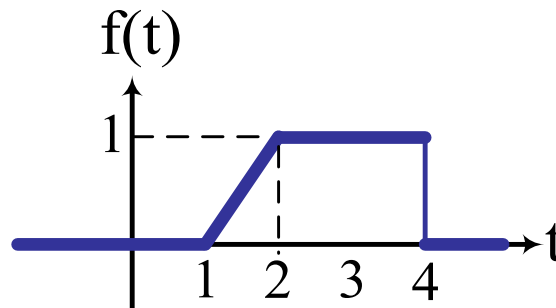
□ Ví dụ 2:

$$f(t) = \begin{cases} t; & 0 < t < 2 \\ -2(t - 3); & 2 < t < 3 \\ 0; & t < 0 \text{ or } t > 3 \end{cases}$$



$$\Rightarrow f(t) = t[u(t) - u(t - 2)] - 2(t - 3)[u(t - 2) - u(t - 3)]$$

□ Ví dụ 3:



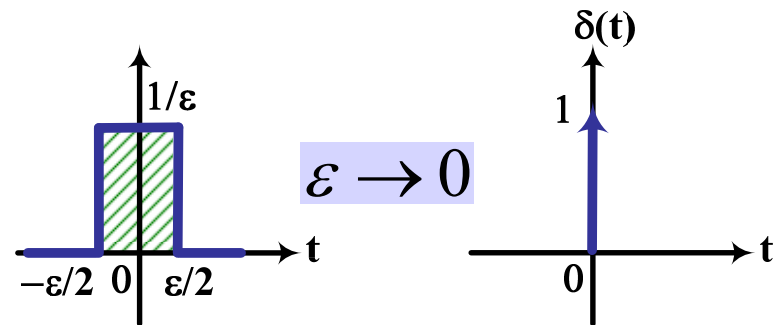
$$\Rightarrow f(t) = (t - 1)[u(t - 1) - u(t - 2)] + [u(t - 2) - u(t - 4)]$$

$$\Leftrightarrow f(t) = (t - 1)u(t - 1) - (t - 2)u(t - 2) - u(t - 4)$$

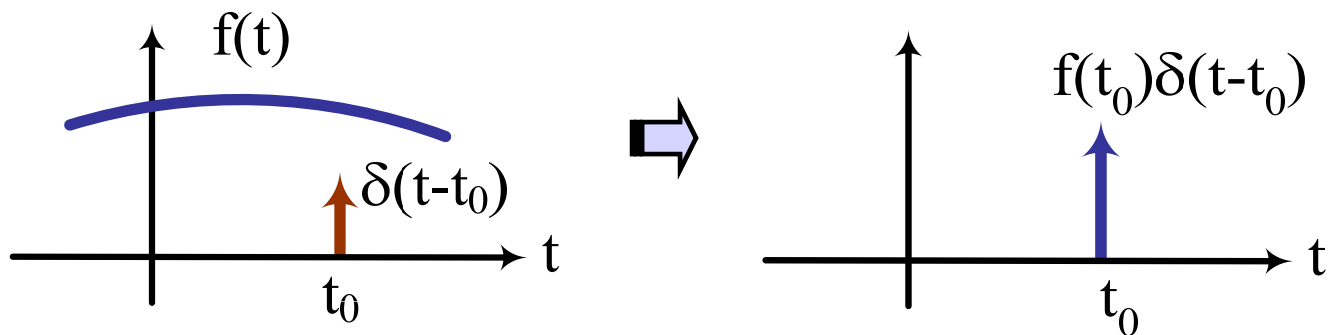
Xung đơn vị

❑ Định nghĩa :

$$\begin{cases} \delta(t) = 0; t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$



❑ Tính chất 1: Nếu $f(t)$ liên tục tại t_0 thì: $f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)$



Ví dụ: $\frac{\omega^2 + 1}{\omega^2 + 9} \delta(\omega - 1) = \frac{1}{5} \delta(\omega - 1)$

❑ **Tính chất 2: Lấy mẫu**

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0)dt = f(t_0)$$

Ví dụ: $\int_{-\infty}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)\delta(t - 2)dt = \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)\Big|_{t=2} = 1$

❑ **Tính chất 3:**

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{du(t)}{dt} f(t)dt = u(t)f(t)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} u(t)f'(t)dt$$

$$= f(\infty) - \int_0^{\infty} f'(t)dt = f(\infty) - f(t)\Big|_0^{\infty} = f(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}} \Rightarrow \boxed{\int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau = u(t)}$$

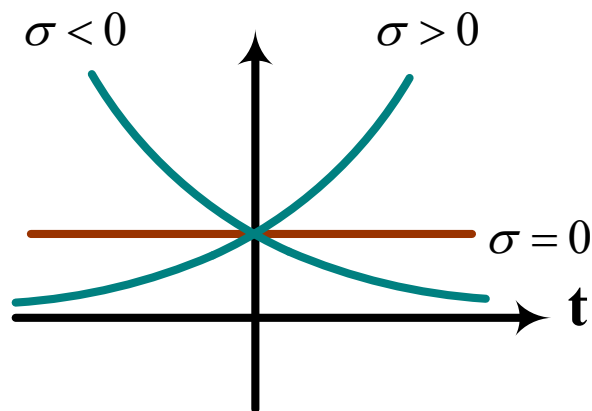
□ $s = \sigma + j\omega$: Tần số phức

$$e^{st} = e^{\sigma t} (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

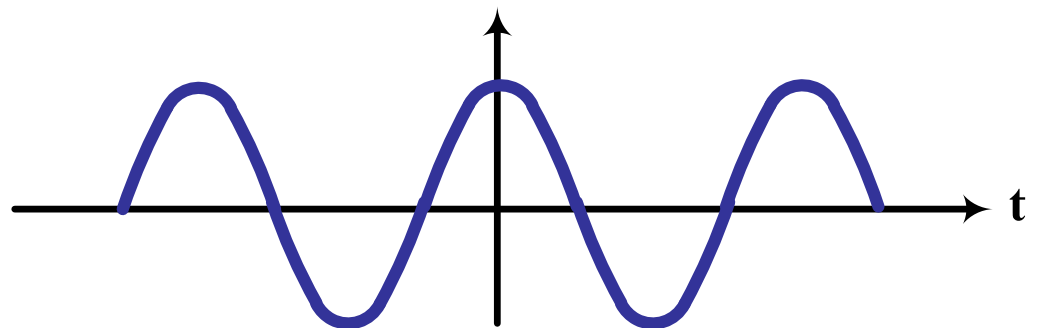
$$e^{s^*t} = e^{\sigma t} (\cos \omega t - j \sin \omega t)$$

□ Ví dụ: $\text{Re}\{e^{st}\} = e^{\sigma t} \cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{st} + e^{s^*t})$

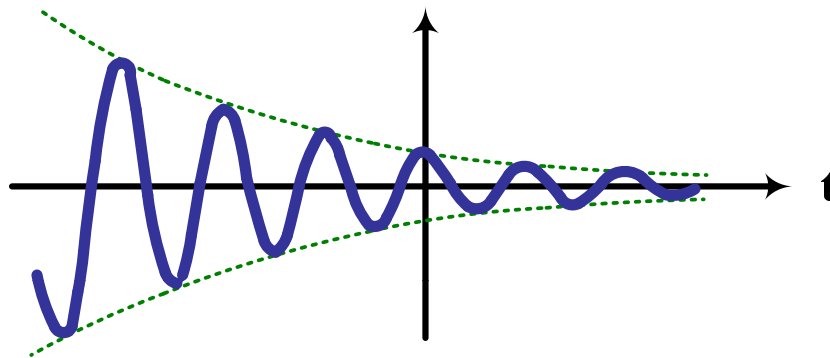
a) $\omega = 0$



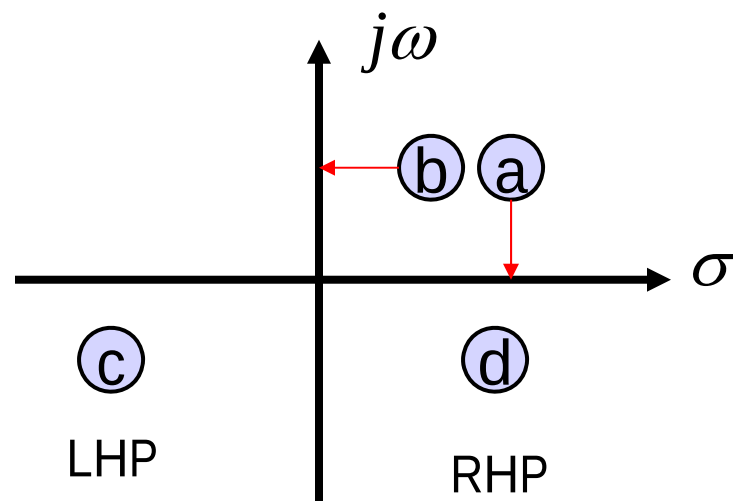
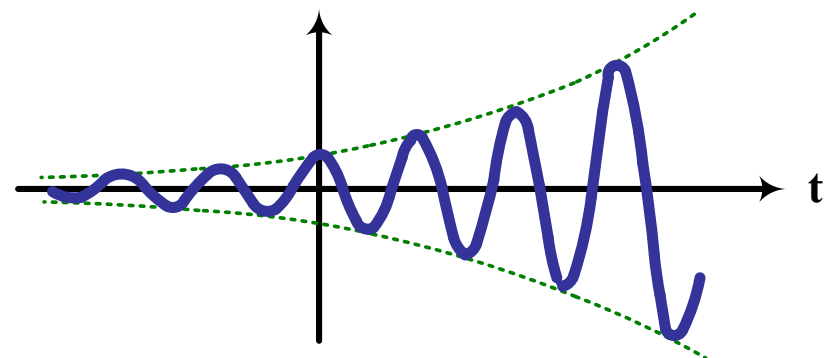
b) $\sigma = 0$



c) $\sigma < 0; \omega \neq 0$

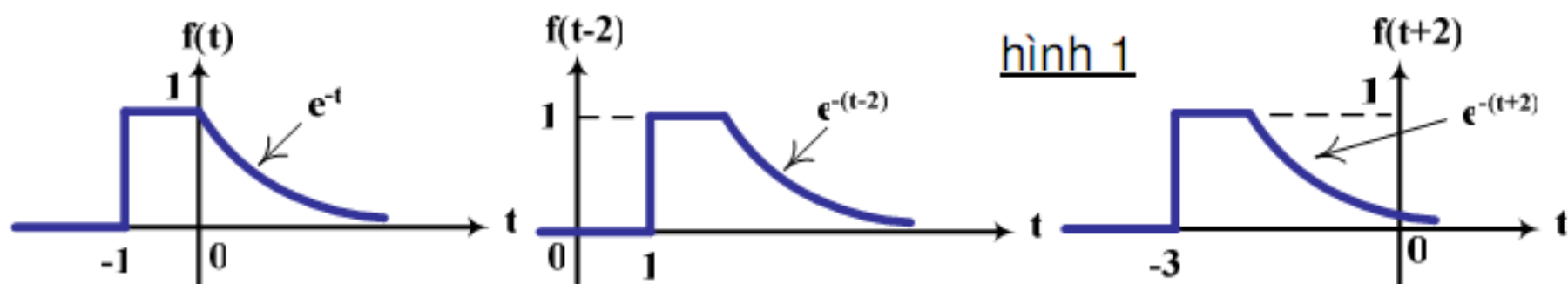


d) $\sigma > 0; \omega \neq 0$



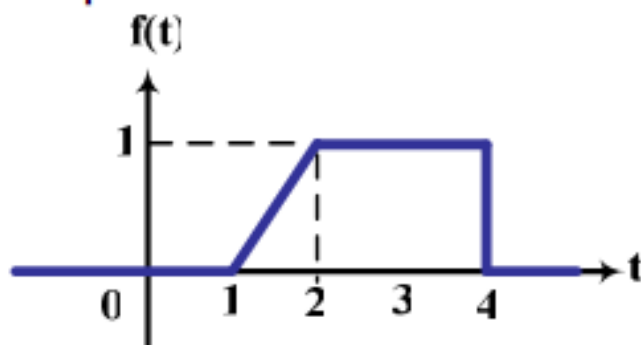
Vị trí của biến phức $s = \sigma + j\omega$ trong các ví dụ a, b, c, và d

Bài 1: Tính năng lượng của các tín hiệu như hình 1



Bài 2: Hãy viết hàm mô tả cho các tín hiệu trên hình 1

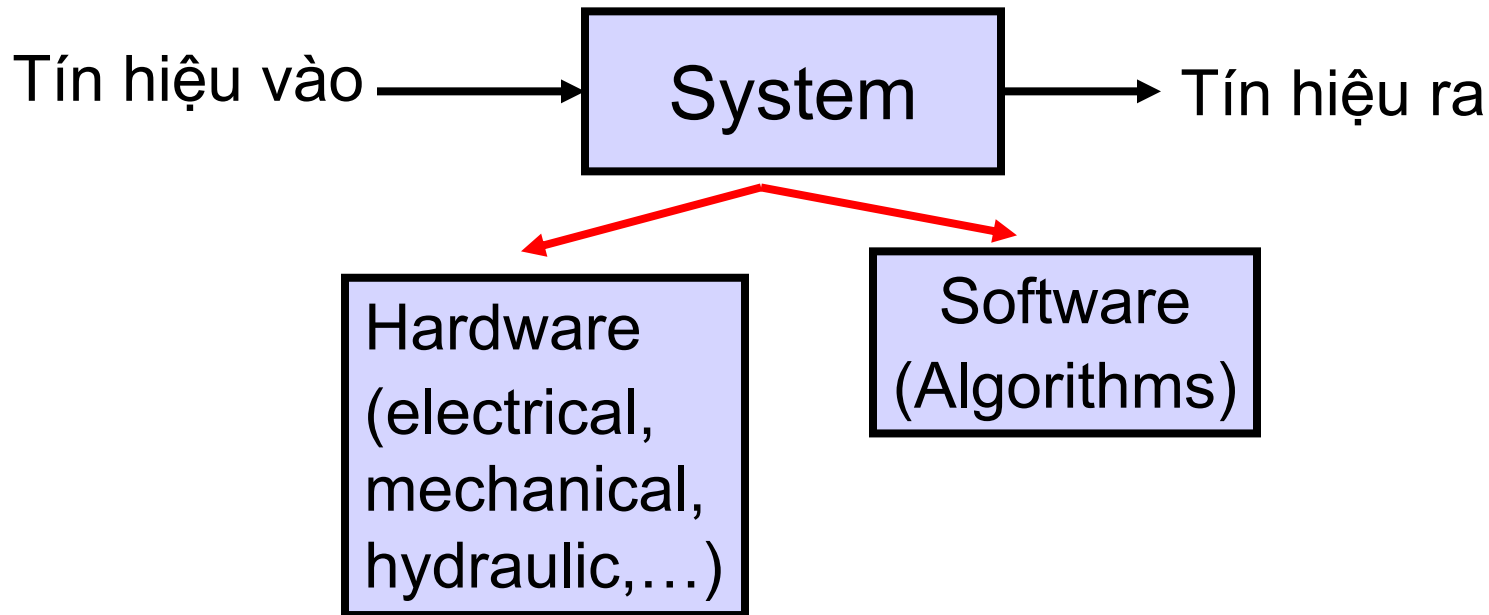
Bài 3: Hãy vẽ các hàm $f(-2t)$, $f(2t+1)$, $f(-2t-3)$, sau đó viết hàm mô tả của chúng; với $f(t)$ được cho như hình vẽ dưới đây



CƠ BẢN VỀ HỆ THỐNG

Định nghĩa hệ thống

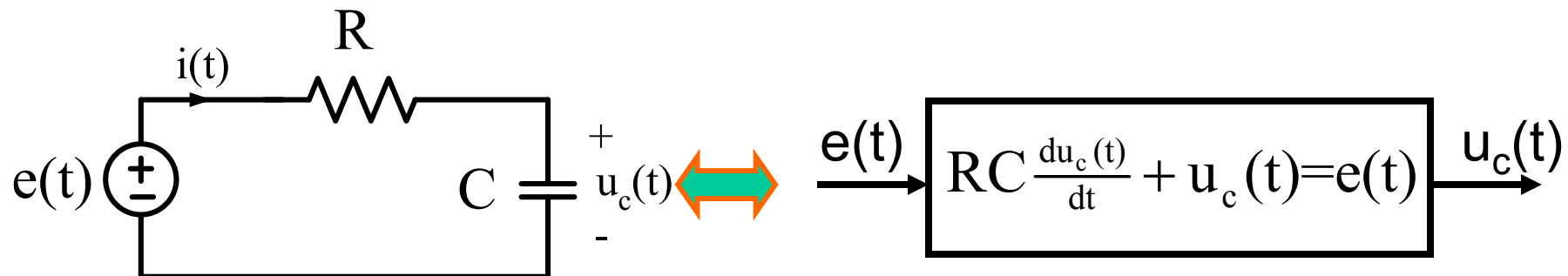
- ❑ Định nghĩa: hệ thống “xử lý” các tín hiệu vào và “tạo” các tín hiệu đầu ra



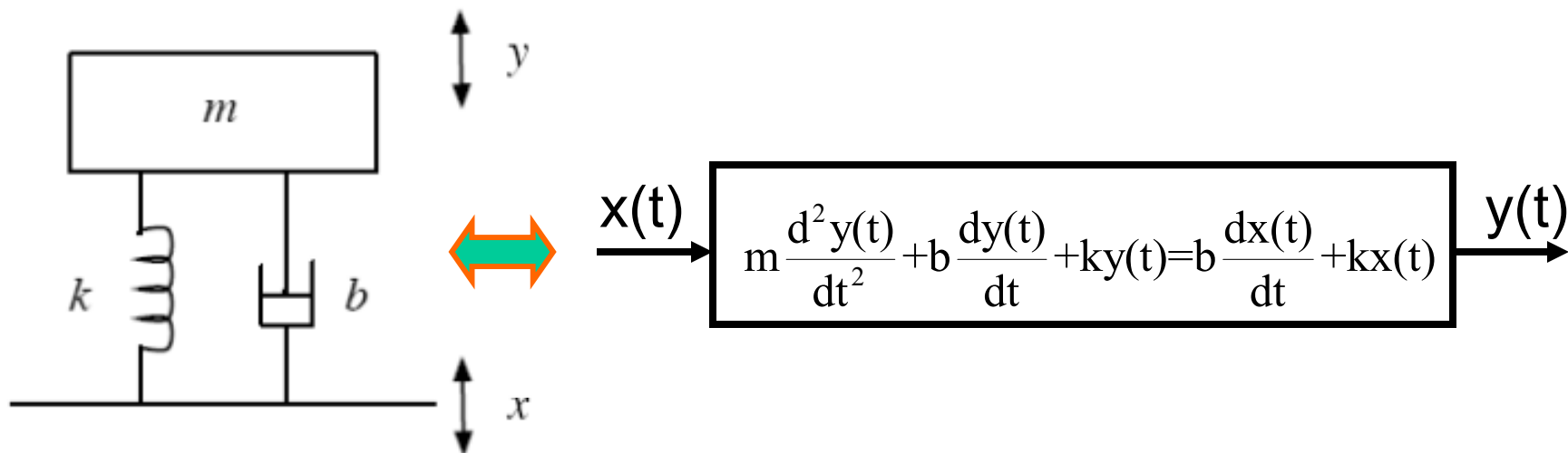
- ❑ Hệ thống liên tục: Tín hiệu vào liên tục → tín hiệu ra liên tục
- ❑ Hệ thống rời rạc: Tín hiệu vào rời rạc → tín hiệu ra rời rạc
- ❑ Mô hình toán: Mỗi hệ thống đều được mô tả bởi 1 phương trình toán mô tả quan hệ giữa ngõ ra với ngõ vào

Ví dụ đơn giản về hệ thống

□ Ví dụ 1: mạch điện

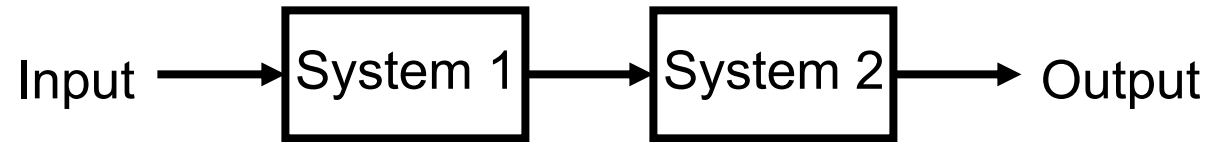


□ Ví dụ 2: cơ học

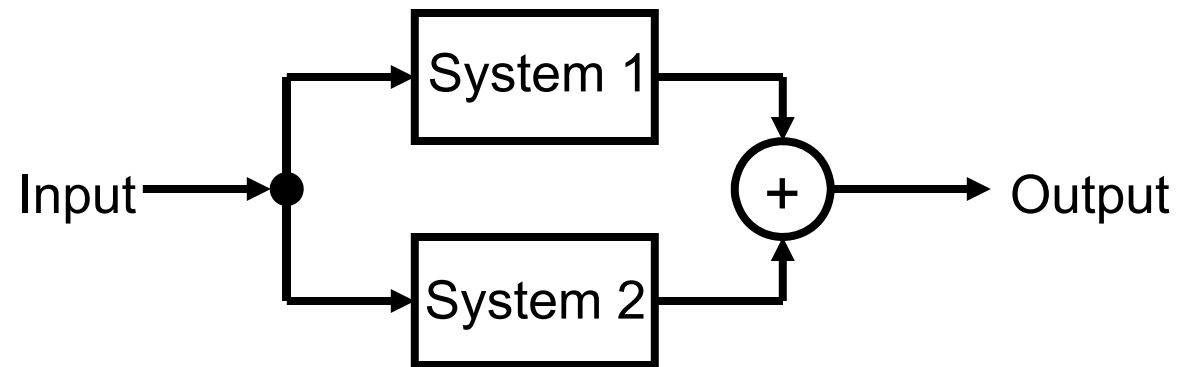


Kết nối bên trong hệ thống

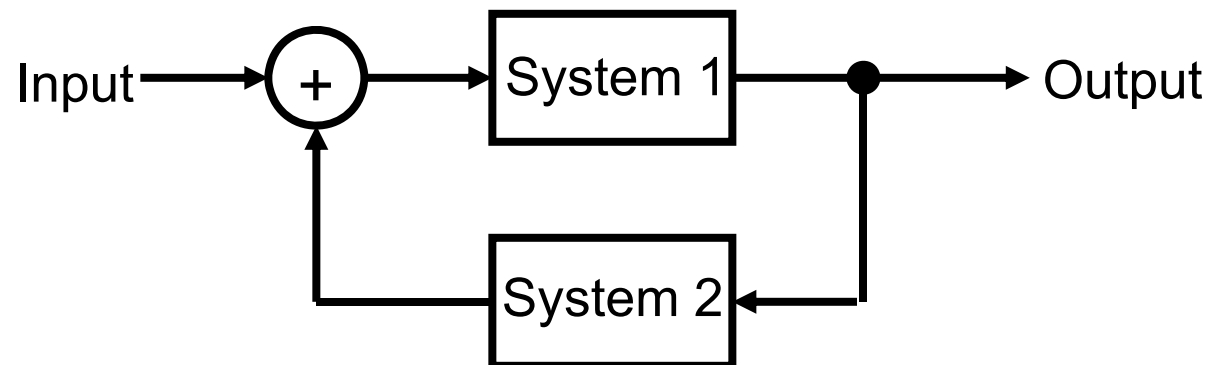
❑ Ghép nối tiếp:



❑ Ghép song song:



❑ Ghép hồi tiếp:





Các tính chất cơ bản của hệ thống

- ☐ Tính có nhớ
- ☐ Tính khả nghịch
- ☐ Tính nhân quả
- ☐ Tính tuyến tính
- ☐ Tính bất biến
- ☐ Tính ổn định

- ❑ Hệ thống không nhớ: ngõ ra không phụ thuộc vào ngõ vào trong quá khứ (ngõ vào trước thời điểm hiện tại đang xét).

Ví dụ, mạch thuần trở:

$$u(t) = Ri(t)$$

- ❑ Hệ thống có nhớ: Ngõ ra phụ thuộc vào ngõ vào trong quá khứ.

Ví dụ, mạch điện có phần tử L, C:

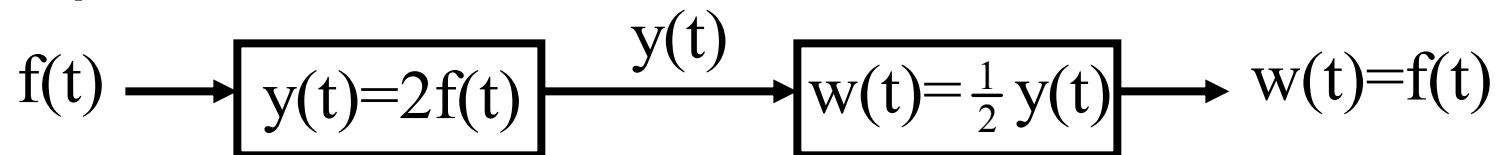
$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(t) dt$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L(t) dt$$

Tính khả nghịch

- ❑ Hệ thống khả nghịch: ngõ vào phân biệt $\rightarrow$ ngõ ra phân biệt. Khi đó tồn tại một hệ thống nghịch đảo để khi ghép liên tầng hai hệ thống thuận và nghịch tạo thành hệ thống đơn vị.

Ví dụ:



- ❑ Hệ thống không khả nghịch: không phải là hệ thống khả nghịch.

Ví dụ: $y(t)=f^2(t)$

- ❑ Hệ thống **nhân quả** là hệ thống mà tín hiệu ra ở hiện tại **không phụ thuộc vào tín hiệu vào ở tương lai**

⇒ $y(t)$ không phụ thuộc $f(t+t_0)$ với $t_0 > 0$.

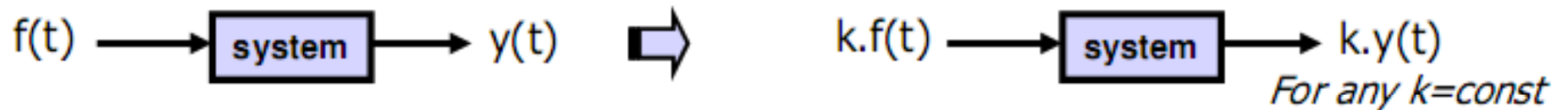
➤ Ví dụ: $y(t) = f(t-2) + f(t)$

- ❑ Hệ thống **không nhân quả** là hệ thống mà tín hiệu ra ở hiện tại **phụ thuộc vào tín hiệu vào ở tương lai**

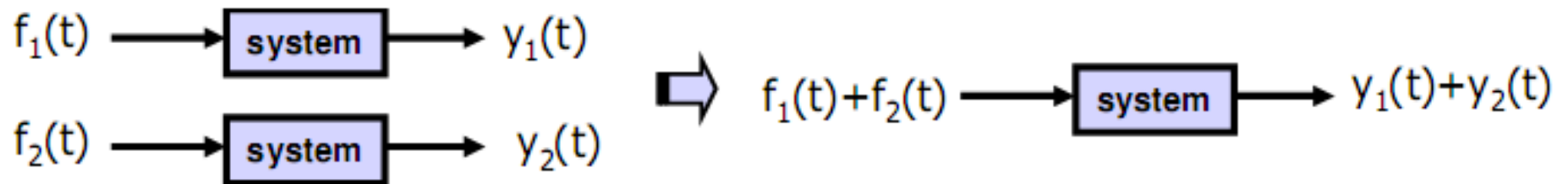
⇒ $y(t)$ phụ thuộc $f(t+t_0)$ với $t_0 > 0$.

➤ Ví dụ: $y(t) = f(t-2) + f(t+2)$

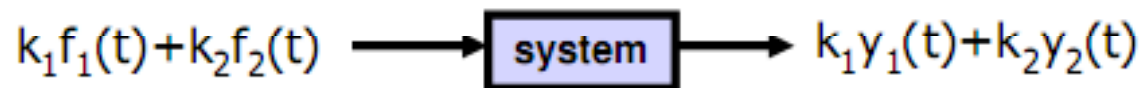
□ Tính chất tỉ lệ



□ Tính chất cộng



□ Tính xếp chồng (kết hợp 2 tính chất trên)



□ Hệ tuyến tính: thỏa mãn nguyên lý xếp chồng

□ Hệ phi tuyến: không thỏa mãn t/c tỉ lệ và t/c cộng

Ví dụ đánh giá tính tuyến tính của hệ thống

□ Ví dụ 1: Đánh giá tính tuyến tính của hệ thống

$$y(t) = tf(t)$$

□ Ta có:

$$\begin{cases} f_1(t) \Rightarrow y_1(t) = tf_1(t) \\ f_2(t) \Rightarrow y_2(t) = tf_2(t) \end{cases}$$

$$f(t) = k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \Rightarrow y(t) = tf(t) = k_1 tf_1(t) + k_2 tf_2(t)$$

$$\Rightarrow y(t) = k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)$$

$\Rightarrow$ Hệ thống tuyến tính

Ví dụ đánh giá tính tuyến tính của hệ thống

□ Ví dụ 2: Đánh giá tính tuyến tính của HT mô tả bởi PTVP:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = f(t)$$

□ Ta có:
$$\begin{cases} \frac{dy_1(t)}{dt} + 3y_1(t) = f_1(t) \\ \frac{dy_2(t)}{dt} + 3y_2(t) = f_2(t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}[k_1y_1(t) + k_2y_2(t)] + 3[k_1y_1(t) + k_2y_2(t)] = k_1f_1(t) + k_2f_2(t)$$

Biểu thức trên chứng tỏ nếu $f(t) = k_1f_1(t) + k_2f_2(t)$

$$\text{thì } y(t) = k_1y_1(t) + k_2y_2(t)$$

$\Rightarrow$ Hệ thống tuyến tính

Ví dụ đánh giá tính tuyến tính của hệ thống

❑ Ví dụ 3: Đánh giá tính tuyến tính của hệ thống:

$$y(t) = f^2(t)$$

❑ Ta có:

$$\begin{cases} f_1(t) \Rightarrow y_1(t) = f_1^2(t) \\ f_2(t) \Rightarrow y_2(t) = f_2^2(t) \end{cases}$$

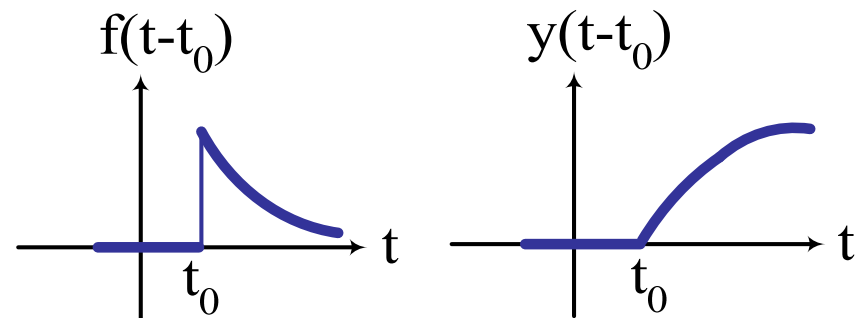
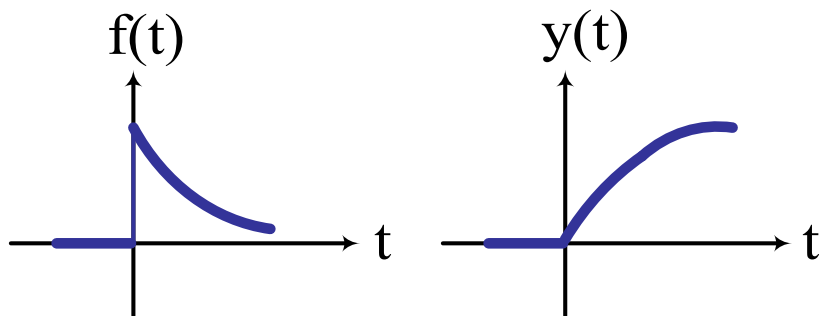
$$f(t) = k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \Rightarrow y(t) = f^2(t) = [k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t)]^2$$

$$\Rightarrow y(t) \neq k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)$$

$\Rightarrow$ Hệ thống phi tuyến

- ❑ Hệ thống bất biến là hệ thống mà nếu dời tín hiệu vào một khoảng thời gian là t_0 thì tín hiệu ra cũng dời tương ứng một khoảng thời gian là t_0 .
- ❑ Hệ thống thay đổi theo thời gian là hệ thống không thỏa mãn tính chất bất biến.

$$f(t) \longrightarrow \boxed{\text{system}} \longrightarrow y(t) \quad \Rightarrow \quad f(t-t_0) \longrightarrow \boxed{\text{system}} \longrightarrow y(t-t_0), \quad \forall t_0$$



Ví dụ đánh giá tính bất biến của hệ thống

□ Ví dụ 1: Hệ thống $y(t)=\sin(|f(t)|)$

$$y(t)=\sin(|f(t)|) \Rightarrow y(t-t_0)=\sin(|f(t-t_0)|)$$

$$f_1(t)=f(t-t_0) \Rightarrow y_1(t)=\sin(|f(t-t_0)|)=y(t-t_0) \Rightarrow \text{HT BB}$$

□ Ví dụ 2: $y(t)=f(2t)$

$$y(t)=f(2t) \Rightarrow y(t-t_0)=f(2(t-t_0))=f(2t-2t_0)$$

$$f_1(t)=f(t-t_0) \Rightarrow y_1(t)=f(2t-t_0) \neq y(t-t_0) \Rightarrow \text{HT TĐ}$$

- ❑ Hệ thống ổn định: ngõ vào bị chặn $\rightarrow$ ngõ ra bị chặn (BIBO – Bounded Input Bouded Output).

Ví dụ: $y(t)=e^{f(t)}$

Giả sử: $|f(t)| \leq B \Rightarrow |y(t)| \leq e^B \Rightarrow$ HT ổn định

- ❑ Hệ thống không ổn định: ngõ vào bị chặn $\rightarrow$ ngõ ra không bị chặn

Ví dụ: $y(t)=tf(t)$

Giả sử: $|f(t)| \leq B \Rightarrow |y(t)| = |tf(t)| \leq B|t| \Rightarrow |y(t \rightarrow \infty)| = \infty$
 $\Rightarrow$ HT không ổn định

MÔ HÌNH HỆ THỐNG

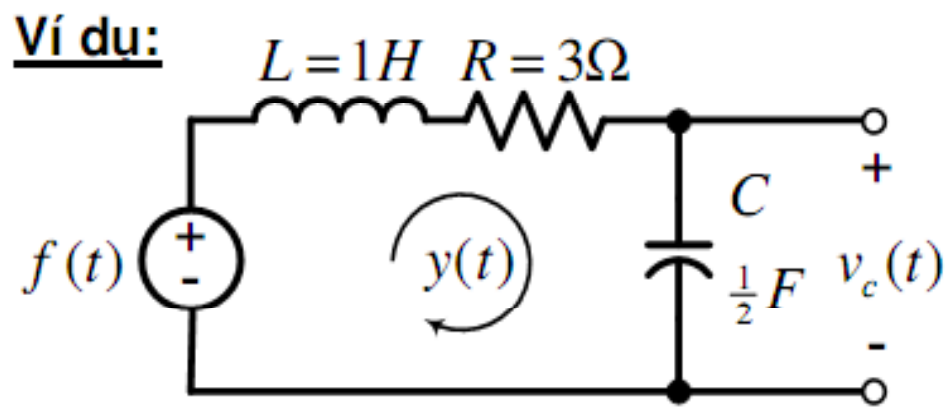
Mô hình hệ thống

- Hệ thống được mô tả (đặc trưng) bởi phương trình quan hệ của tín hiệu ngõ vào và tín hiệu ngõ ra → mô hình hệ thống



Ví dụ:
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4y(t) = f(t)$$

- Muốn phân tích hệ thống chúng ta phải tìm được mô hình của hệ thống
- Việc tìm hàm quan hệ của $y(t)$ với $f(t)$ cần phải biết mối quan hệ giữa nhiều biến trong hệ thống



$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

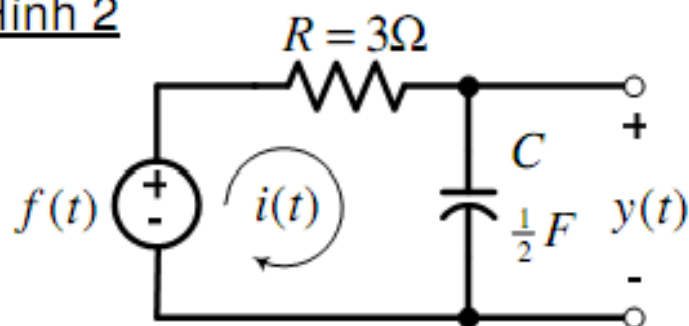
Bài 1. Cho các hệ thống được mô tả bởi phương trình dưới đây hãy cho biết hệ thống nào là tuyến tính, không tuyến tính? Giải thích?

$$(a) \frac{dy}{dt} + t^2 y(t) = (2t + 3) f(t)$$

$$(b) y(t) \frac{dy}{dt} + 3y(t) = f(t)$$

Bài 2. Cho mạch điện (hệ thống) như hình 2, với $f(t)$ là nguồn áp và $y(t)$ là điện áp. Hãy xác định phương trình mô tả quan hệ của $y(t)$ với $f(t)$ và chứng tỏ hệ thống này là tuyến tính bất biến LTI

Hình 2



Bài 3. Cho mạch điện (hệ thống) như hình 4, với $f(t)$ là nguồn áp và $y(t)$ là điện áp. Hãy xác định phương trình mô tả quan hệ của $y(t)$ với $f(t)$ và chứng tỏ hệ thống này là tuyến tính bất biến LTI; biết $R_1=R_2=2\Omega$ và $C=0.5F$

