

Môn học

TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG

Giảng viên: PGS. TS. Huỳnh Thái Hoàng

Khoa Điện – Điện Tử

Đại học Bách Khoa TP HCM

Email: hthoang@hcmut.edu.vn

Homepage: www4.hcmut.edu.vn/~hthoang/

Chương 6

ĐÁP ỨNG TẦN SỐ VÀ BỘ LỌC TƯƠNG TỰ



Nội dung chương 6

- ☐ Đáp ứng tần số của hệ thống LTIC
- ☐ Biểu đồ Bode
- ☐ Thiết kế bộ lọc tương tự
- ☐ Bộ lọc Butterworth
- ☐ Bộ lọc Chebyshev
- ☐ Các phép biến đổi tần số
- ☐ Mạch lọc dùng Op-amp

ĐÁP ỨNG TẦN SỐ CỦA HỆ LTIC

Đáp ứng của hệ thống với tín hiệu hàm mũ phức

- ❑ Xét hệ thống có đáp ứng xung là $h(t)$, tín hiệu vào là hàm mũ phức $f(t) = e^{st}$ và điều kiện đầu bằng 0, đáp ứng của HT là:

$$y(t) = h(t) * f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{s(t-\tau)} d\tau = e^{st} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-s\tau} d\tau$$

$$\text{Do } H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-s\tau} d\tau \quad (\text{hàm truyền của hệ thống})$$

$$\Rightarrow y(t) = H(s) e^{st} \quad (\text{với } H(s) \text{ là biến đổi Laplace của } h(t))$$

- ❑ Nếu hệ thống ổn định và ROC chứa trục ảo, thay $s = j\omega$:

$$y(t) = H(j\omega) e^{j\omega t} \quad (\text{với } H(j\omega) \text{ là biến đổi Fourier của } h(t))$$

Đáp ứng của hệ LTIC khi tín hiệu vào hình sin

❑ Xét tín hiệu vào hình sin: $f(t) = \cos(\omega t) = \text{Re}\{e^{j\omega t}\}$

$\Rightarrow$ Tín hiệu ra là: $y(t) = \text{Re}\{H(j\omega)e^{j\omega t}\}$

❑ Biểu diễn $H(j\omega)$ dưới dạng: $H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\angle H(j\omega)}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y(t) &= \text{Re}\{ |H(j\omega)| e^{j\angle H(j\omega)} e^{j\omega t} \} \\ &= \text{Re}\{ |H(j\omega)| e^{j(\omega t + \angle H(j\omega))} \} \\ &= |H(j\omega)| \cos(\omega t + \angle H(j\omega))\end{aligned}$$

❑ Vậy: $f(t) = \cos(\omega t) \Rightarrow y(t) = |H(j\omega)| \cos(\omega t + \angle H(j\omega))$

❑ Tổng quát:

$$f(t) = \cos(\omega t + \theta) \Rightarrow y(t) = |H(j\omega)| \cos(\omega t + \theta + \angle H(j\omega))$$

Đáp ứng tần số của hệ LTIC

- ❑ Đối với hệ LTIC, khi tín hiệu vào là tín hiệu hình sin thì tín hiệu ra cùng tần số với tín hiệu vào, biên độ được khuếch đại với độ lợi $|H(j\omega)|$ và pha thay đổi một lượng $\angle H(j\omega)$.
- ❑ $H(j\omega)$ được gọi là đáp ứng tần số của hệ thống.
 - $|H(j\omega)|$ là đáp ứng biên độ, cho biết tỉ lệ giữa biên độ của tín hiệu ra và tín hiệu vào (độ lợi của hệ thống) theo tần số
 - $\angle H(j\omega)$ là đáp ứng pha, cho biết độ lệch pha giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào theo tần số

❑ **Chú ý:**

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$$

Để rút gọn, đôi khi ta viết $H(\omega)$ thay cho $H(j\omega)$

□ Cho hệ thống có hàm truyền là: $H(s) = \frac{s + 5}{s + 1}$

Tính đáp ứng của HT khi tín hiệu vào là: $y(t) = 3 \cos(2t - 30^\circ)$

□ **Giải:** $H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} = \frac{j\omega + 5}{j\omega + 1}$

$$\Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{\sqrt{\omega^2 + 5^2}}{\sqrt{\omega^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2^2 + 5^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2.4 \\ \angle H(j\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{2}{1}\right) = -41.63^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow y(t) = 2.4 \times 3 \cos(2t - 30^\circ - 41.63^\circ)$$

$$\Rightarrow y(t) = 7.2 \cos(2t - 71.63^\circ)$$

□ Cho hệ LTIC có hàm truyền: $H(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 2s + 5}$

□ Tính đáp ứng của hệ thống khi tín hiệu vào là

a. $5\cos(4t)$

b. $2\sin(t + 30^\circ)$

c. $2e^{j5t}$

BIỂU ĐỒ BODE

❑ **Biểu đồ Bode:** là đồ thị biểu diễn đáp ứng tần số của hệ thống. Biểu đồ Bode gồm 2 thành phần:

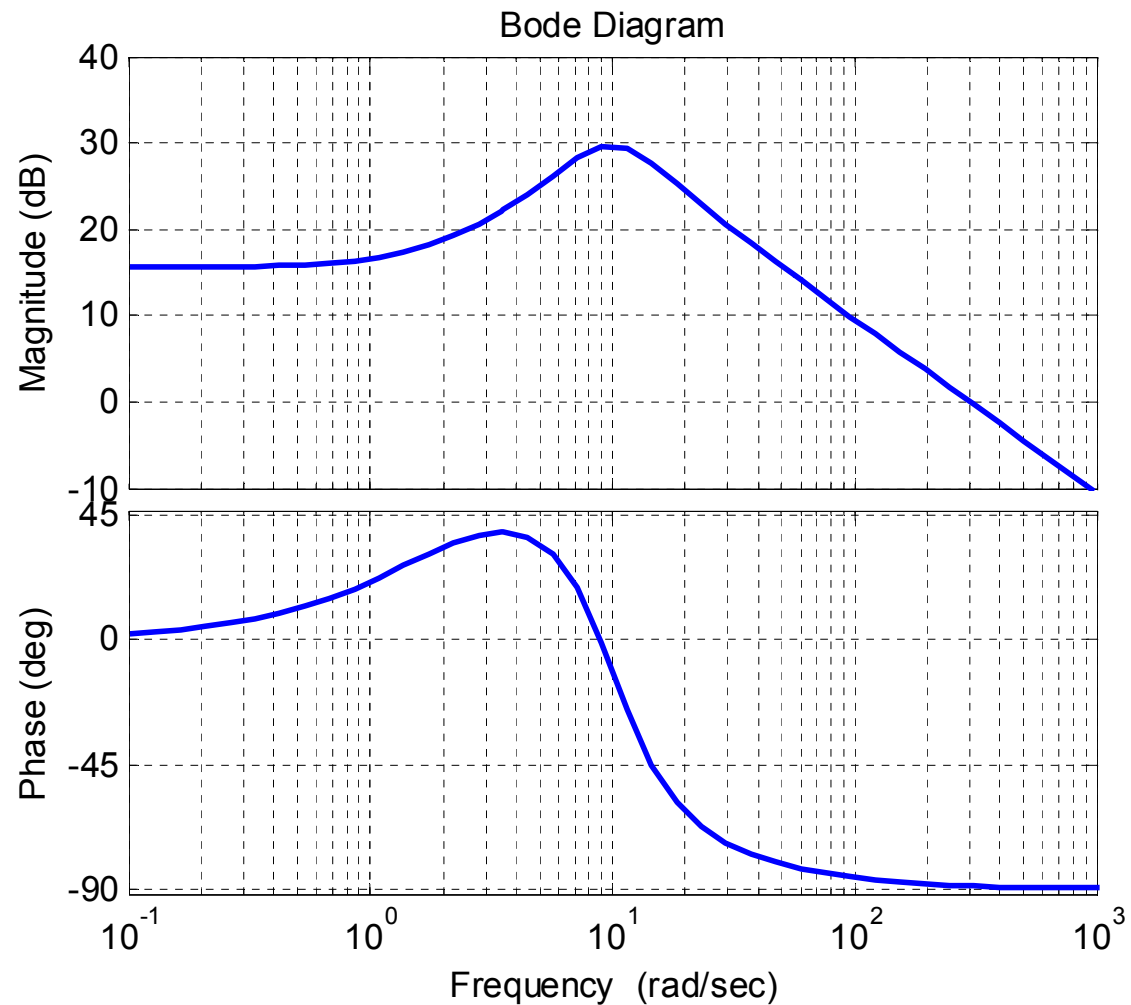
➤ **Biểu đồ Bode về biên độ:** là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa logarith của đáp ứng biên độ $L(\omega)$ theo tần số ω

$$L(\omega) = 20 \lg |H(j\omega)| \quad [\text{dB}]$$

➤ **Biểu đồ Bode về pha:** là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa đáp ứng pha $\angle H(j\omega)$ theo tần số ω .

Cả hai đồ thị trên đều được vẽ trong hệ tọa độ vuông góc với trục hoành ω được chia theo thang logarith cơ số 10.

□ Biểu đồ Bode của hệ thống: $H(s) = \frac{300(s + 2)}{s^2 + 10s + 100}$



Vẽ biểu đồ Bode rất cần thiết khi thiết kế các bộ lọc cũng như khi phân tích và thiết kế các hệ thống tự động.

- ☐ Vẽ biểu đồ Bode của các khâu cơ bản
- ☐ Cộng biểu đồ sẽ được biểu đồ Bode của hệ thống

❑ Khâu khuếch đại: $H(s) = K$

❑ Khâu tích phân: $H(s) = \frac{1}{s}$

❑ Khâu vi phân: $H(s) = s$

❑ Khâu quán tính bậc 1: $H(s) = \frac{1}{1 + s / \omega_n}$

❑ Khâu sớm pha bậc 1: $H(s) = 1 + s / \omega_n$

❑ Khâu bậc 2: $H(s) = \frac{1}{1 + 2\xi s / \omega_n + (s / \omega_n)^2}$

Biểu đồ Bode khâu khuếch đại

□ Khâu khuếch đại: $H(s) = K$

□ Đáp ứng tần số: $H(j\omega) = K$

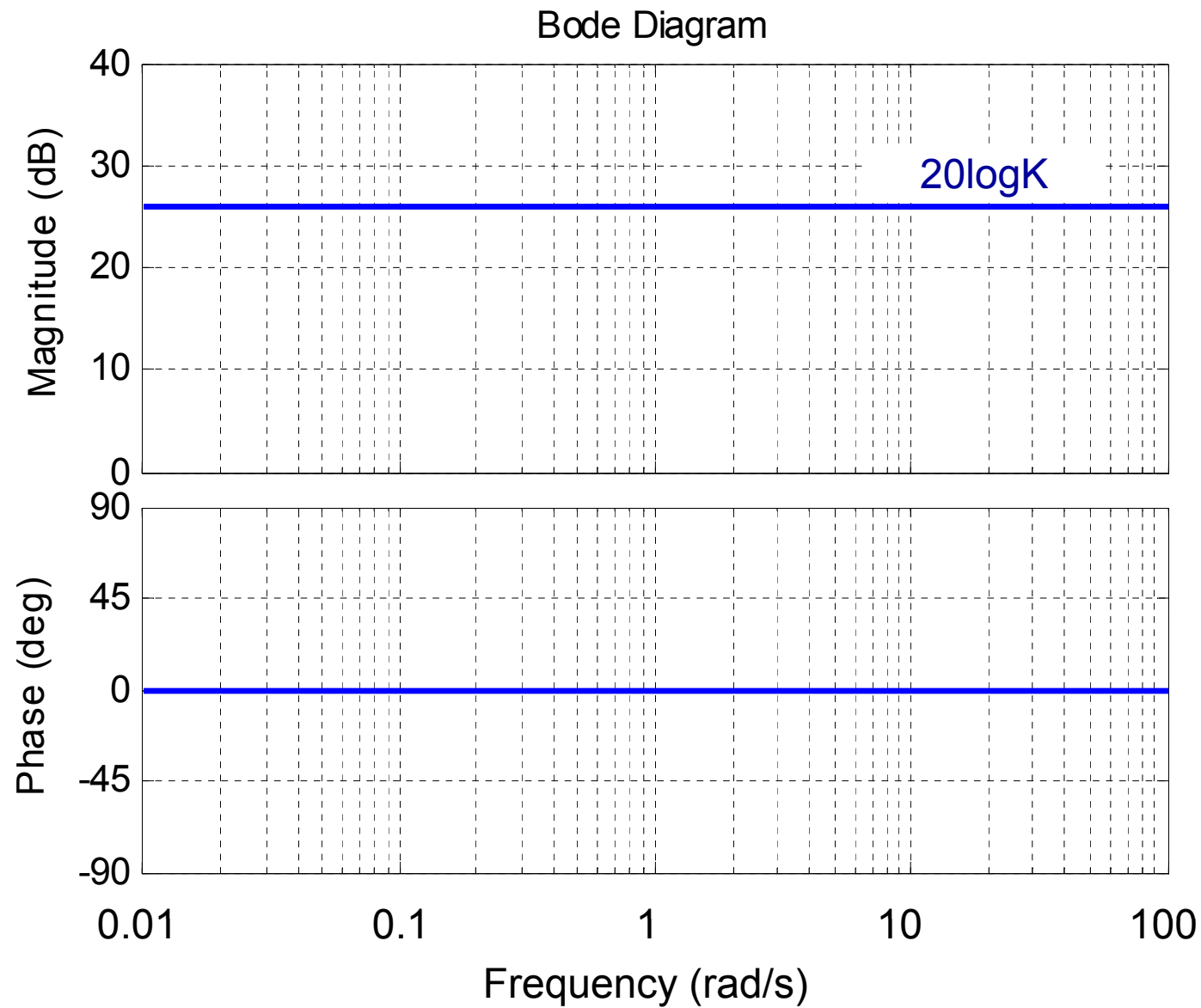
□ Đáp ứng biên độ: $20 \log |H(j\omega)| = 20 \log K \text{ (dB)}$

⇒ Biểu đồ Bode biên độ là đường thẳng nằm ngang có tung độ bằng $20 \log K \text{ (dB)}$.

□ Đáp ứng pha: $\angle H(j\omega) = 0 \text{ (deg)}$

⇒ Biểu đồ Bode pha là đường nằm ngang có tung độ bằng 0° .

Biểu đồ Bode của khâu khuếch đại



Biểu đồ Bode khâu tích phân

□ Khâu tích phân: $H(s) = \frac{1}{s}$

□ Đáp ứng tần số: $H(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$

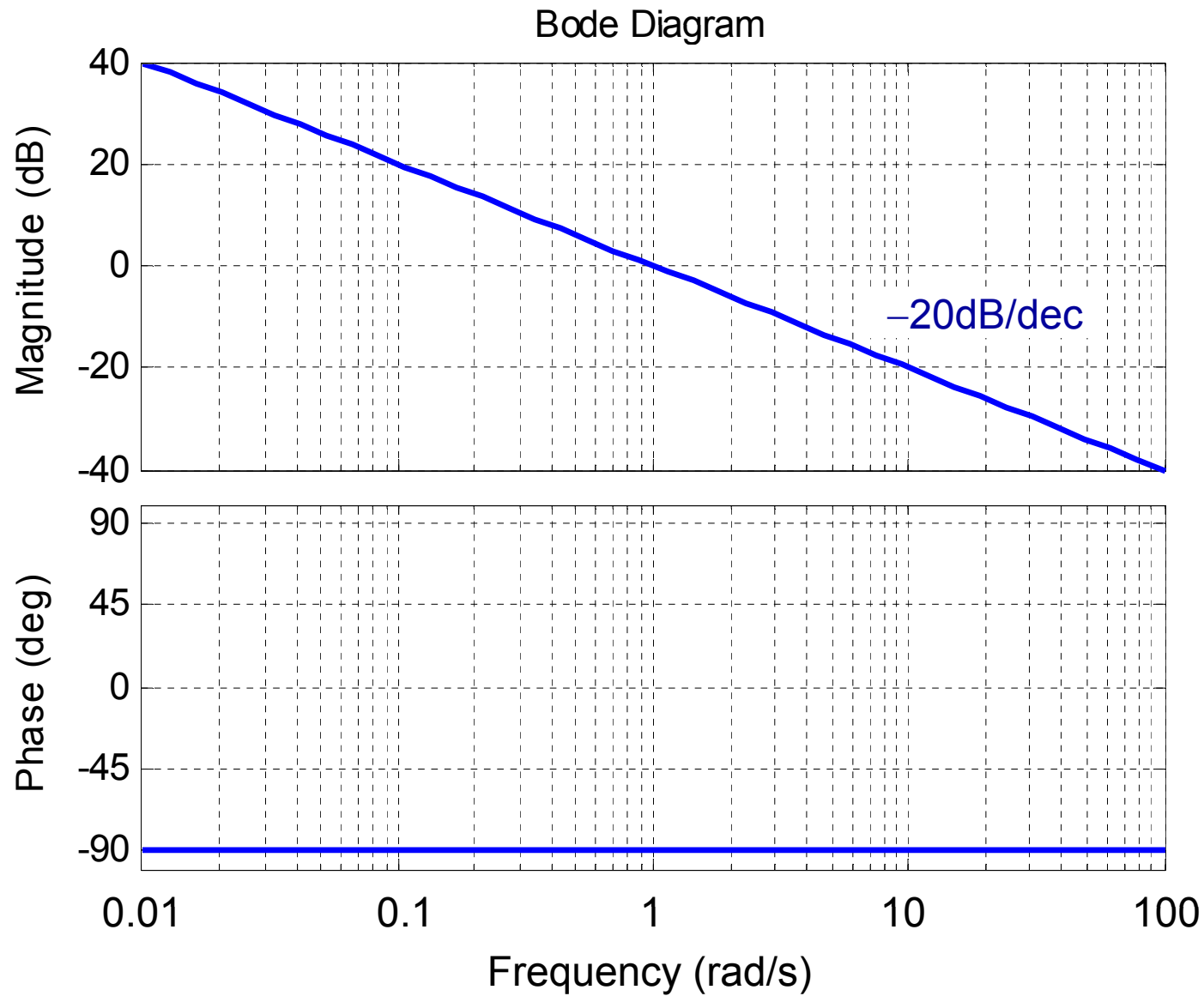
□ Đáp ứng biên độ: $20 \log |H(j\omega)| = -20 \log \omega \text{ (dB)}$

⇒ Biểu đồ Bode biên độ là đường thẳng có độ dốc -20dB/dec .

□ Đáp ứng pha: $\angle H(j\omega) = -90 \text{ (deg)}$

⇒ Biểu đồ Bode pha là đường nằm ngang có tung độ bằng -90° .

Biểu đồ Bode của khâu tích phân



Biểu đồ Bode khâu vi phân

□ Khâu vi phân: $H(s) = s$

□ Đáp ứng tần số: $H(j\omega) = j\omega$

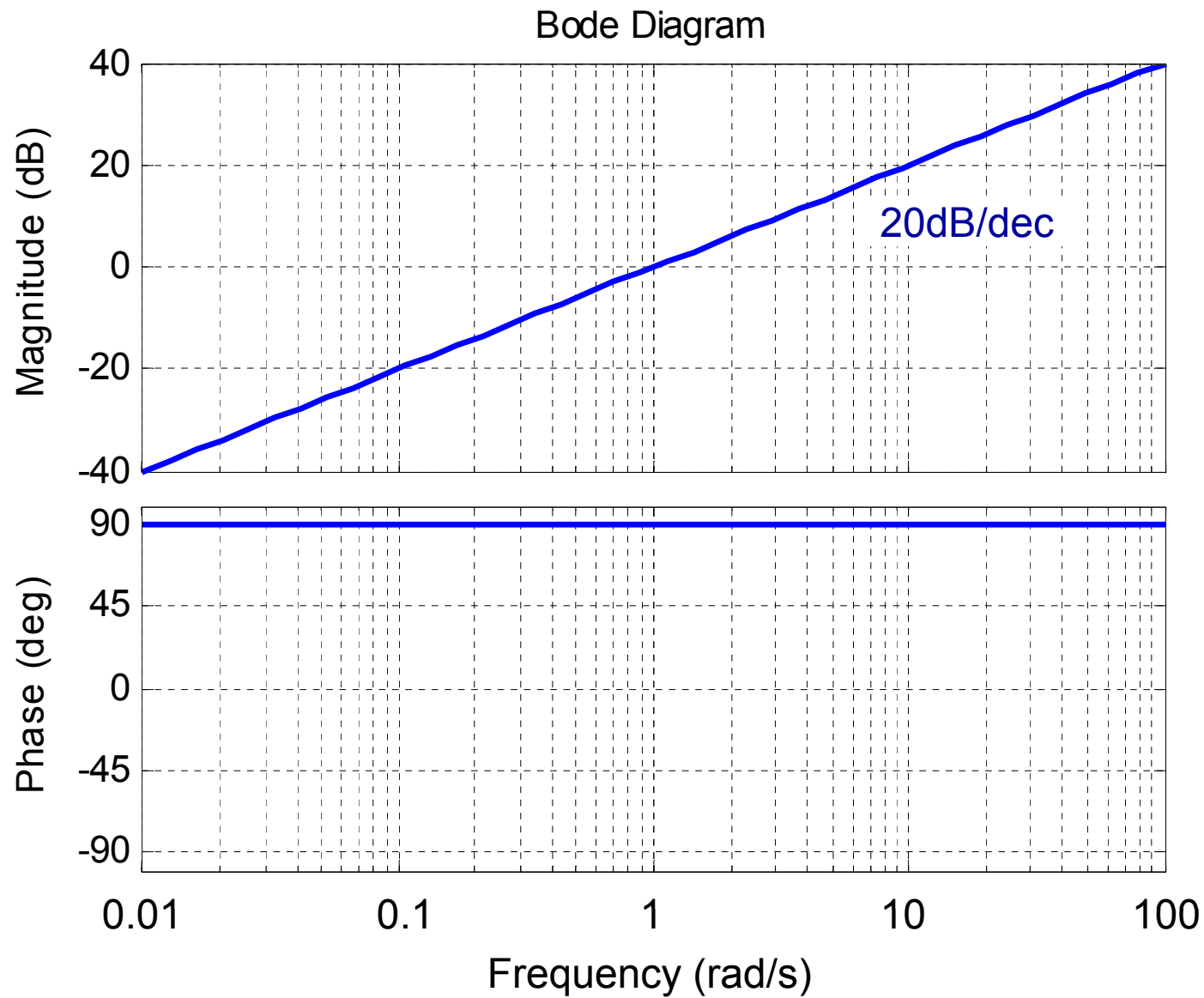
□ Đáp ứng biên độ: $20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \omega \text{ (dB)}$

⇒ Biểu đồ Bode biên độ là đường thẳng có độ dốc +20dB/dec.

□ Đáp ứng pha: $\angle H(j\omega) = +90 \text{ (deg)}$

⇒ Biểu đồ Bode pha là đường nằm ngang có tung độ bằng +90°.

Biểu đồ Bode của khâu vi phân



Biểu đồ Bode khâu quán tính bậc 1

□ Khâu quán tính bậc nhất:

$$H(s) = \frac{1}{1 + s / \omega_n} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega / \omega_n}$$

□ Đáp ứng biên độ:

$$20 \log |H(j\omega)| = -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \text{ (dB)} \Rightarrow \text{Đường cong}$$

❖ Vẽ bằng đường tiệm cận:

➤ $\omega < \omega_n$: $20 \log |H(j\omega)| = -20 \log \sqrt{1} = 0 \text{ (dB)}$

$\Rightarrow$ Đường thẳng nằm ngang tung độ bằng 0

➤ $\omega > \omega_n$: $20 \log |H(j\omega)| \approx -20 \log \frac{\omega}{\omega_n} \text{ (dB)}$

$\Rightarrow$ Đường thẳng có độ dốc -20dB/dec

Biểu đồ Bode khâu quán tính bậc 1

□ Đáp ứng pha:

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \text{ (deg)} \Rightarrow \text{Đường cong}$$

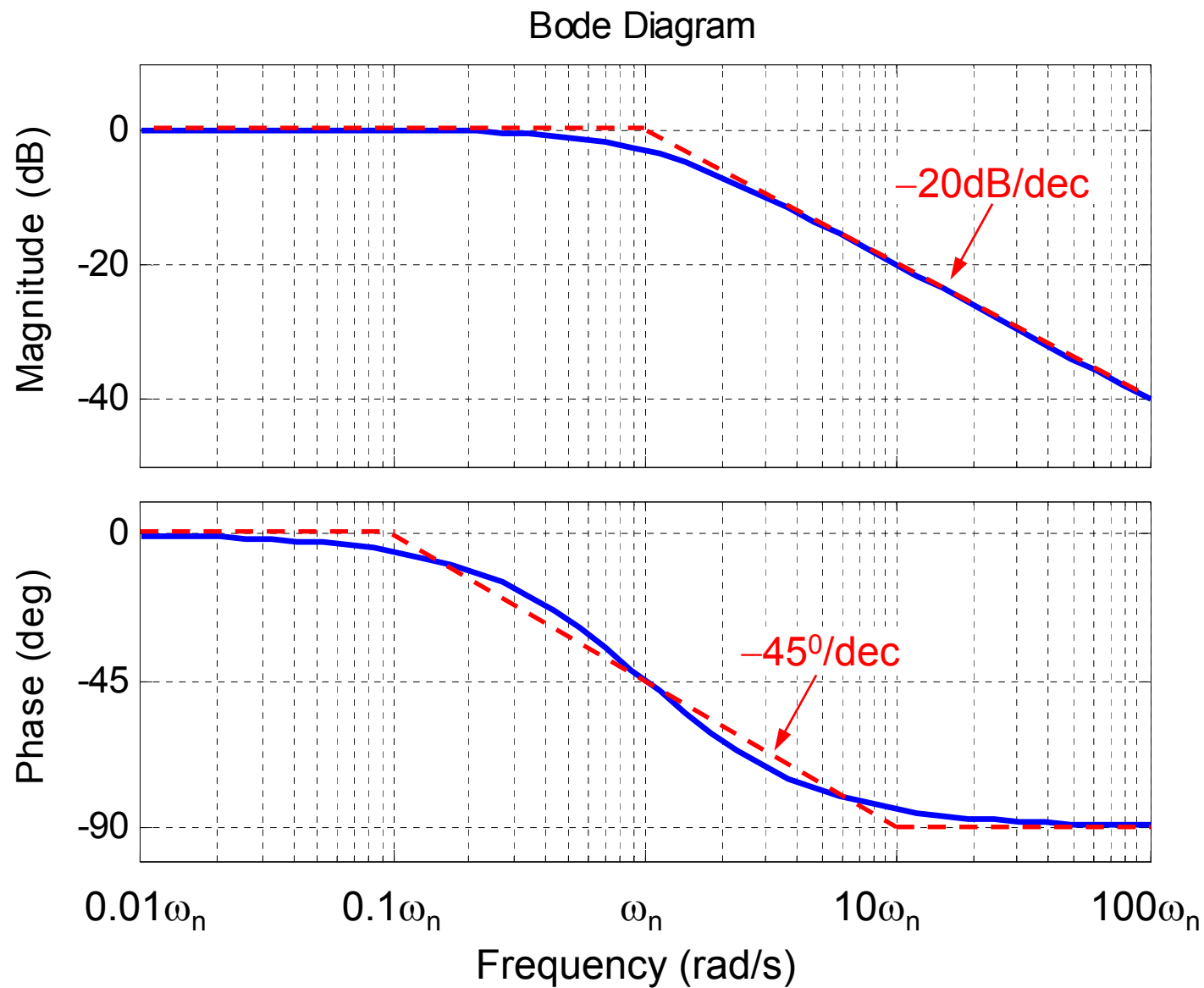
❖ Vẽ bằng đường tiệm cận:

➤ $\omega < 0.1\omega_n$: $\angle H(j\omega) \approx 0^0$
 $\Rightarrow$ Đường thẳng nằm ngang tung độ bằng 0

➤ $\omega > 10\omega_n$: $\angle H(j\omega) \approx -90^0$
 $\Rightarrow$ Đường thẳng nằm ngang tung độ -90^0

➤ $0.1\omega_n < \omega < 10\omega_n$:
 $\Rightarrow$ Xấp xỉ bằng đường thẳng có độ dốc $-45^0/\text{dec}$

Biểu đồ Bode của khâu quán tính bậc 1



Biểu đồ Bode khâu sớm pha bậc 1

- Khâu sớm pha bậc nhất:

$$H(s) = 1 + s / \omega_n \Rightarrow H(j\omega) = 1 + j\omega / \omega_n$$

- Đáp ứng biên độ:

$$20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \text{ (dB)} \Rightarrow \text{Đường cong}$$

- ❖ Vẽ bằng đường tiệm cận:

- $\omega < \omega_n$: $20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1} = 0 \text{ (dB)}$

$\Rightarrow$ Đường thẳng nằm ngang tung độ bằng 0

- $\omega > \omega_n$: $20 \log |H(j\omega)| \approx 20 \log \frac{\omega}{\omega_n} \text{ (dB)}$

$\Rightarrow$ Đường thẳng có độ dốc +20dB/dec

Biểu đồ Bode khâu sớm pha bậc 1

□ Đáp ứng pha:

$$\angle H(j\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \text{ (deg)} \Rightarrow \text{Đường cong}$$

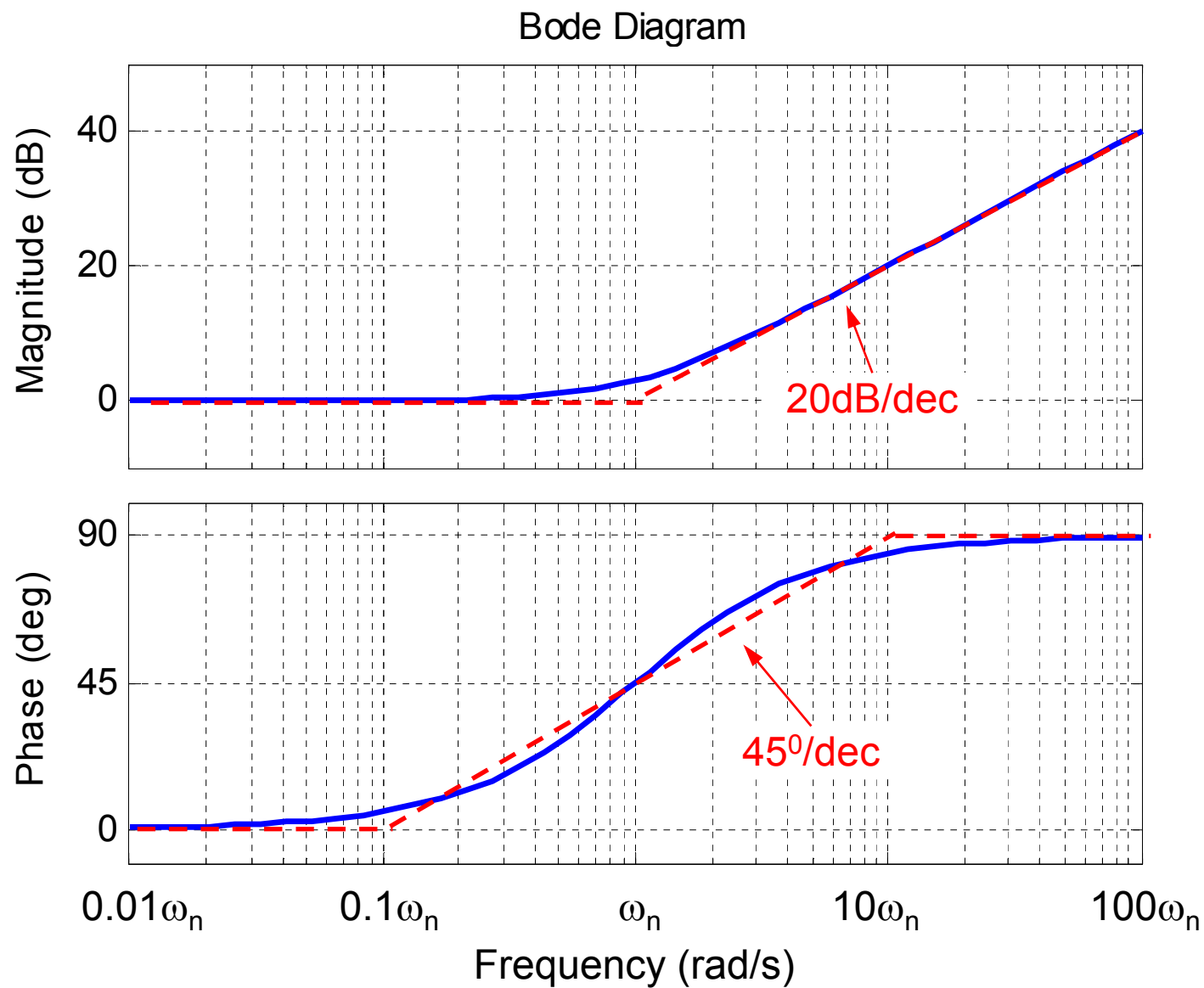
❖ Vẽ bằng đường tiệm cận:

➤ $\omega < 0.1\omega_n$: $\angle H(j\omega) \approx 0^0$
 $\Rightarrow$ Đường thẳng nằm ngang tung độ bằng 0

➤ $\omega > 10\omega_n$: $\angle H(j\omega) \approx 90^0$
 $\Rightarrow$ Đường thẳng nằm ngang tung độ $+90^0$

➤ $0.1\omega_n < \omega < 10\omega_n$:
 $\Rightarrow$ Xấp xỉ bằng đường thẳng có độ dốc $+45^0/\text{dec}$

Biểu đồ Bode của khâu sớm pha 1



Biểu đồ Bode khâu bậc 2

□ Khâu dao động bậc 2:

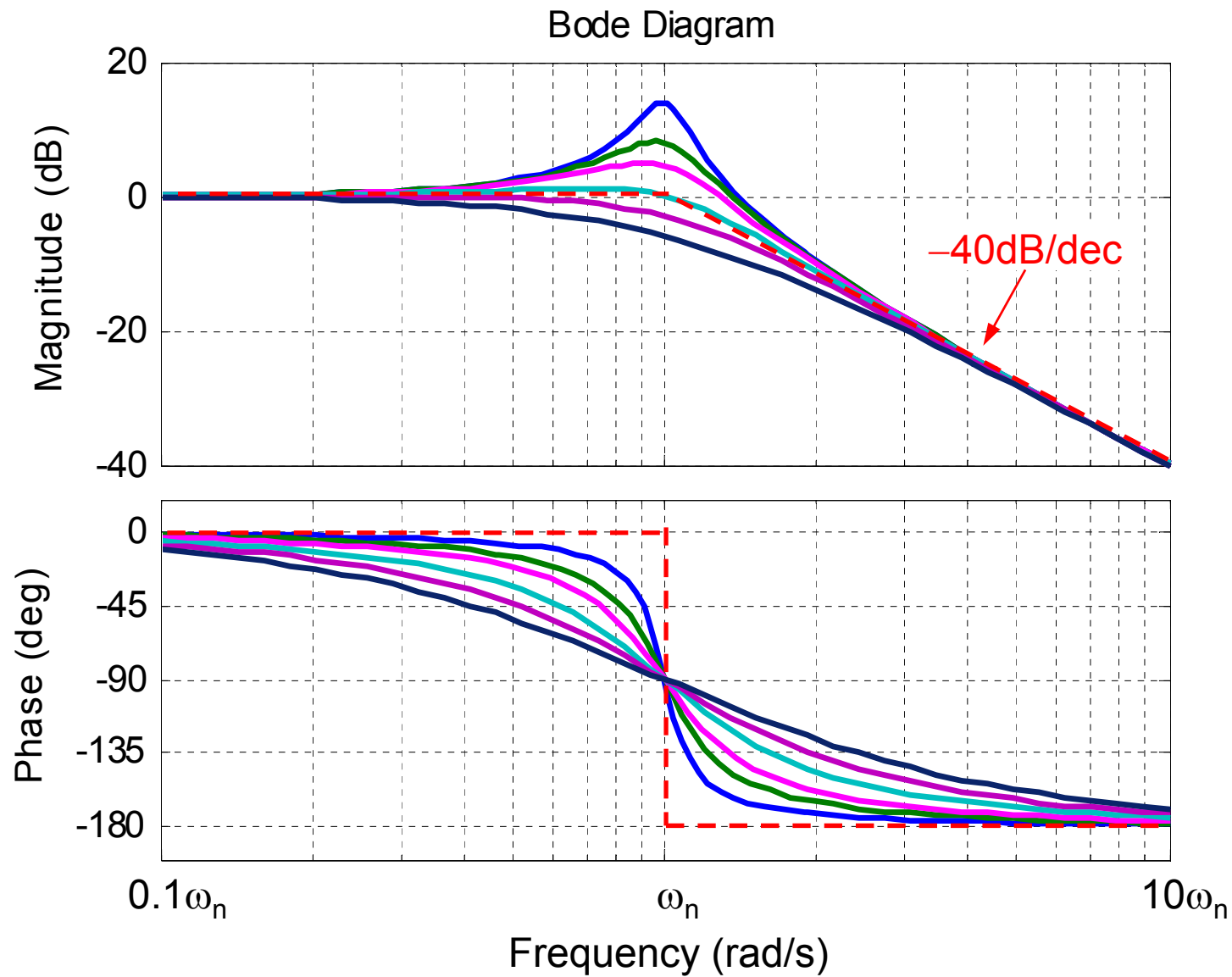
$$H(s) = \frac{1}{1 + 2\xi s / \omega_n + (s / \omega_n)^2} \quad (0 < \xi < 1)$$

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{1 + j2\xi\omega / \omega_n + (j\omega / \omega_n)^2}$$

$$20 \log |H(j\omega)| = -20 \log \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \text{ (dB)}$$

$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1} \frac{(2\xi\omega / \omega_n)}{1 - (\omega / \omega_n)^2}$$

Biểu đồ Bode của khâu bậc 2



Đáp ứng tần số của hệ thống

- Xét hệ LTIC có hàm truyền $H(s)$ có thể phân tích thành tích của các hàm truyền cơ bản như sau:

$$H(s) = \prod_{k=1}^l H_k(s) \quad \Rightarrow \quad H(j\omega) = \prod_{k=1}^l H_k(j\omega)$$

- Đáp ứng biên độ:

$$|H(j\omega)| = \prod_{k=1}^l |H_k(j\omega)| \quad \Rightarrow \quad 20\log|H(j\omega)| = \sum_{k=1}^l 20\log|H_k(j\omega)|$$

- Đáp ứng pha: $\angle H(j\omega) = \sum_{k=1}^l \angle H_k(j\omega)$

⇒ Biểu đồ Bode của hệ LTIC bằng tổng biểu đồ Bode của các khâu cơ bản

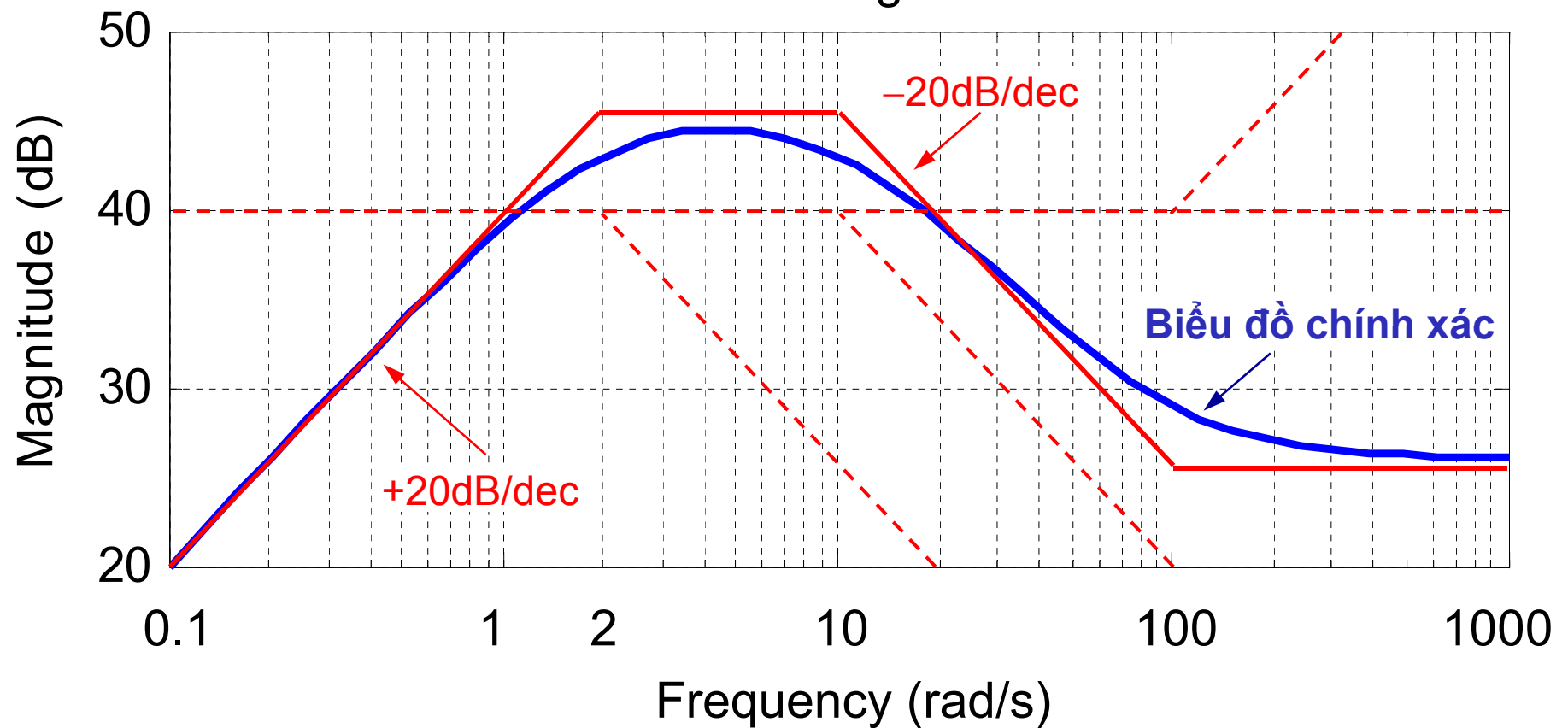
⇒ **Vẽ biểu đồ Bode các khâu cơ bản, sau đó cộng biểu đồ**

Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống – Ví dụ 1

$$H(s) = \frac{20s(s + 100)}{(s + 2)(s + 10)}$$

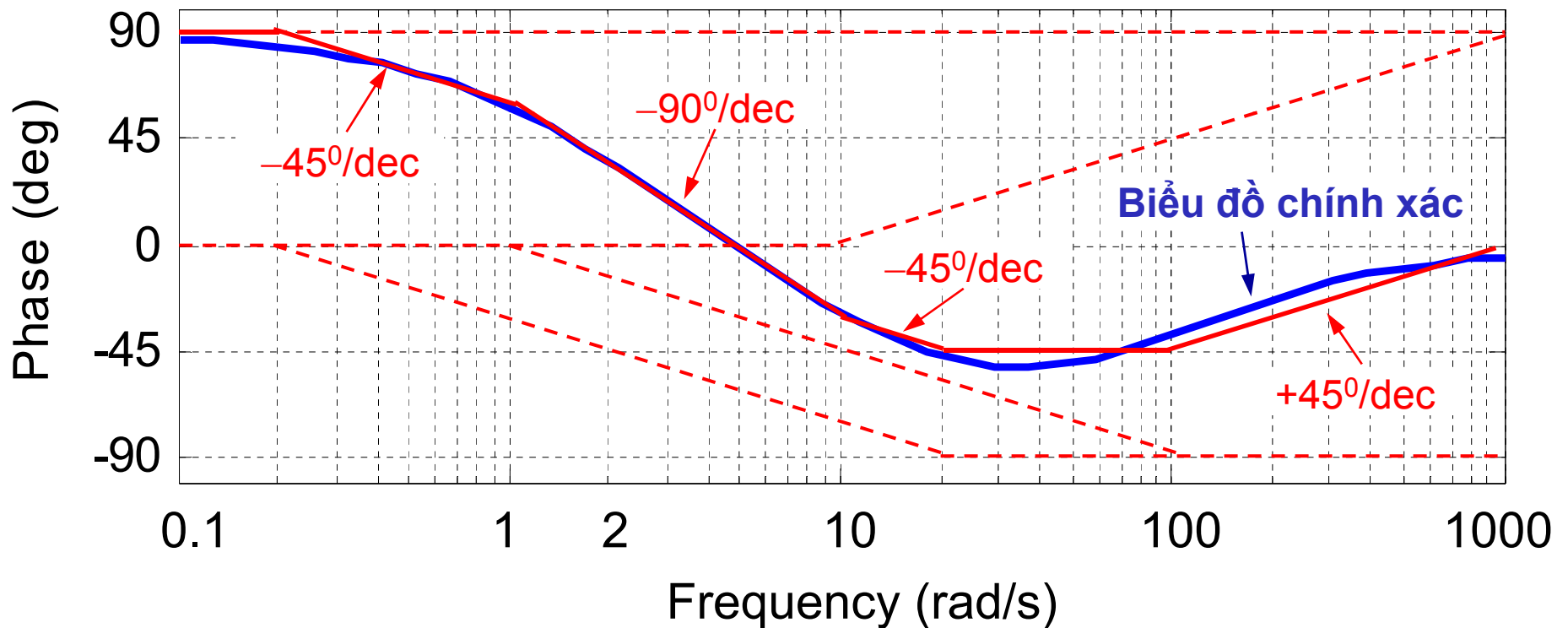
$$\Rightarrow H(s) = \frac{100s(s/100 + 1)}{(s/2 + 1)(s/10 + 1)}$$

Bode Diagram



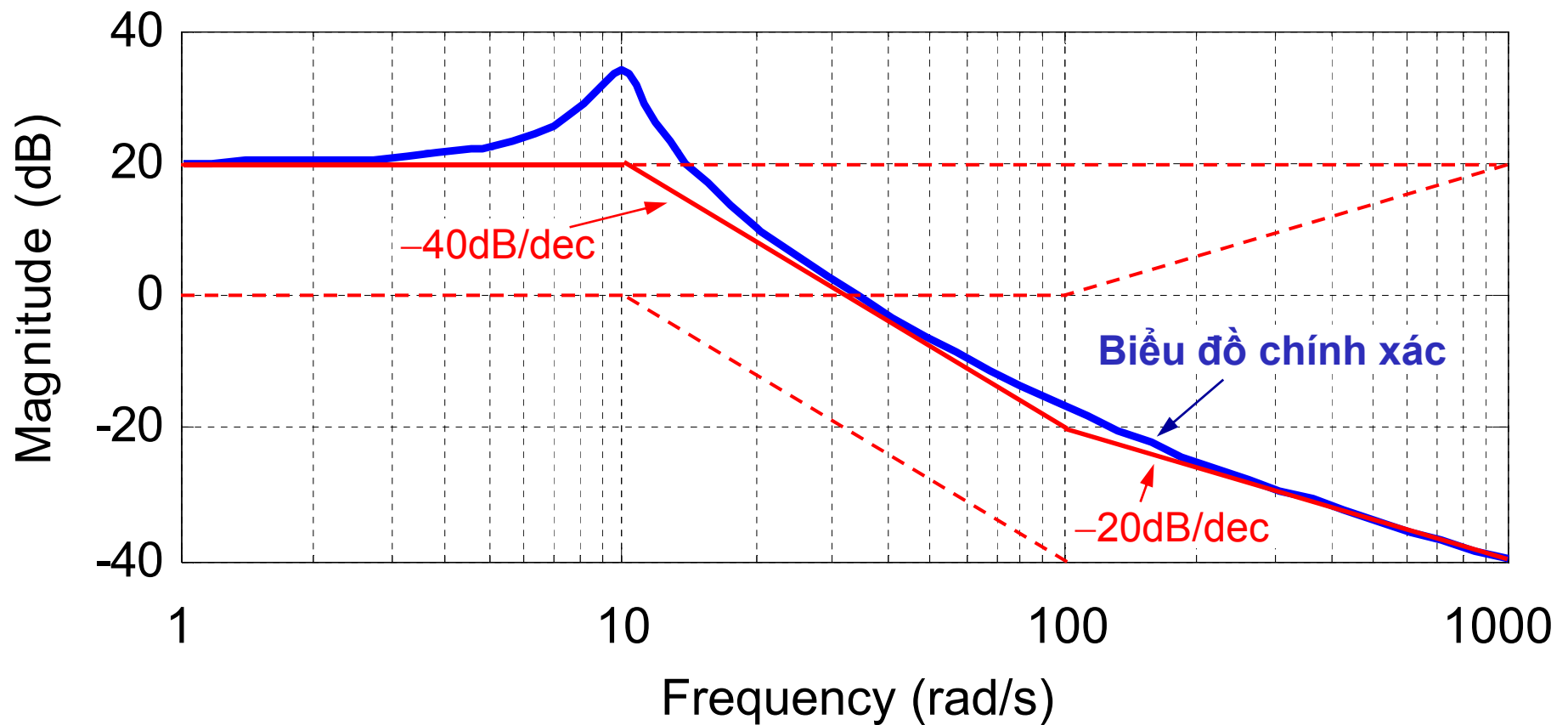
Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống – Ví dụ 1

$$H(s) = \frac{20s(s + 100)}{(s + 2)(s + 10)} \Rightarrow H(s) = \frac{100s(s/100 + 1)}{(s/2 + 1)(s/10 + 1)}$$



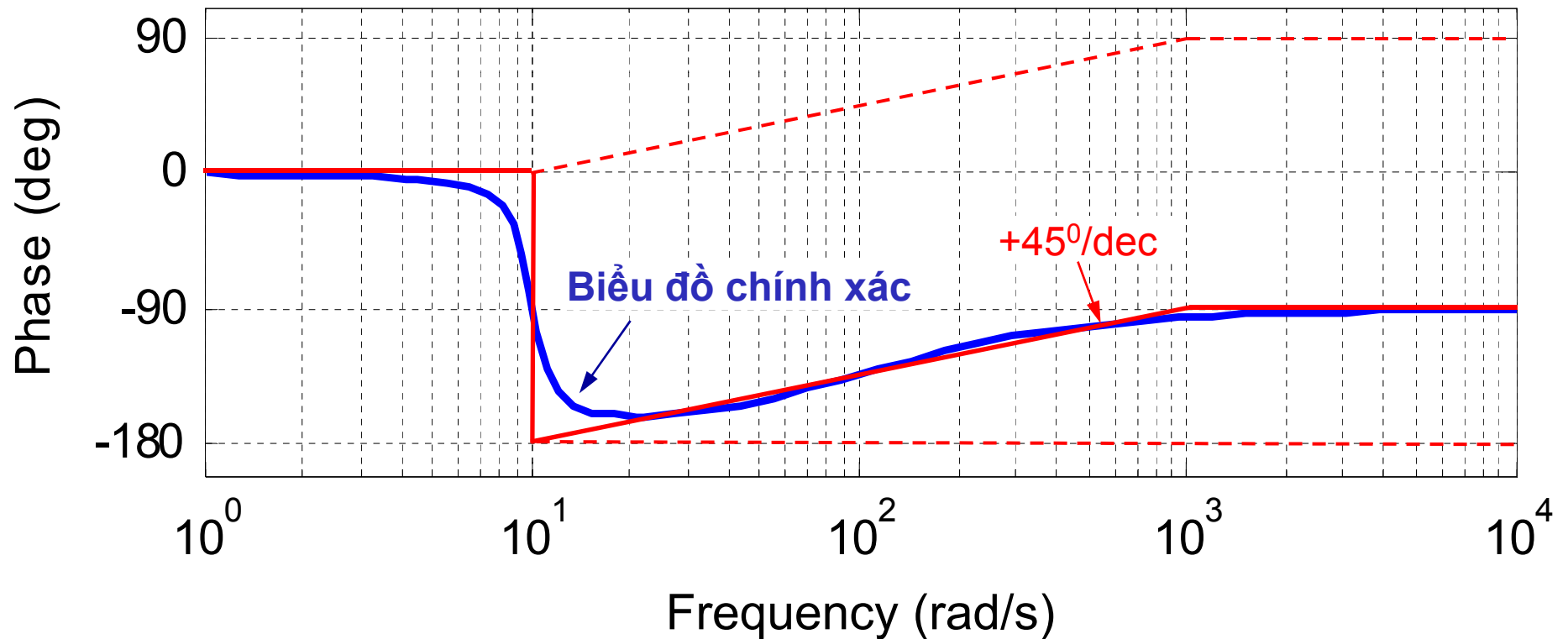
Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống – Ví dụ 2

$$H(s) = \frac{10(s + 100)}{(s^2 + 2s + 100)} \Rightarrow H(s) = \frac{10(s/100 + 1)}{[(s/10)^2 + 2 \times 0.1 \times (s/10) + 1]}$$



Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống – Ví dụ 2

$$H(s) = \frac{10(s + 100)}{(s^2 + 2s + 100)} \Rightarrow H(s) = \frac{10s(s/100 + 1)}{[(s/10)^2 + 2 \times 0.1 \times (s/10) + 1]}$$



Giả sử hàm truyền của hệ thống có dạng:

$$H(s) = Ks^{\alpha} H_1(s)H_2(s)H_3(s)\dots$$

($\alpha > 0$ nếu hệ thống có khâu vi phân lý tưởng)

$\alpha < 0$ nếu hệ thống có khâu tích phân lý tưởng)

❑ Bước 1: Xác định tất cả các tần số gãy và sắp xếp theo thứ tự tăng dần $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 \dots$

❑ Bước 2: Biểu đồ Bode gần đúng qua điểm A có tọa độ:

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 \\ L(\omega) = 20 \lg K + \alpha \times 20 \lg \omega_0 \end{cases}$$

ω_0 là t.số thỏa mãn $\omega_0 < \omega_1$. Nếu $\omega_1 > 1$ thì có thể chọn $\omega_0 = 1$.

Vẽ biểu đồ Bode gần đúng bằng đường tiệm cận

- ❑ Bước 3: Qua điểm A, vẽ đường thẳng có độ dốc:
 - ❖ $(-20 \text{ dB/dec} \times \alpha)$ nếu $H(s)$ có α khâu tích phân lý tưởng
 - ❖ $(+20 \text{ dB/dec} \times \alpha)$ nếu $H(s)$ có α khâu vi phân lý tưởngĐường thẳng này kéo dài đến tần số gãy kế tiếp.
- ❑ Bước 4: Tại tần số gãy ω_i , độ dốc của đường tiệm cận được cộng thêm một lượng:
 - ❖ $(-20 \text{ dB/dec} \times \beta_i)$ nếu $H_i(s)$ là β_i khâu quán tính bậc 1
 - ❖ $(+20 \text{ dB/dec} \times \beta_i)$ nếu $H_i(s)$ là β_i khâu sớm pha bậc 1
 - ❖ $(-40 \text{ dB/dec} \times \beta_i)$ nếu $H_i(s)$ là β_i khâu dao động bậc 2
 - ❖ $(+40 \text{ dB/dec} \times \beta_i)$ nếu $H_i(s)$ là β_i khâu sớm pha bậc 2Đường thẳng này kéo dài đến tần số gãy kế tiếp.
- ❑ Bước 5: Lặp lại bước 4 cho đến khi vẽ xong đường tiệm cận tại tần số gãy cuối cùng.

□ Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống có hàm truyền dưới đây

$$a. H(s) = \frac{s(s + 20)}{(s + 10)(s + 200)}$$

$$b. H(s) = \frac{(s + 1)}{s(s + 5)(s + 20)}$$

$$c. H(s) = \frac{(s + 10)(s + 50)}{s^2(s + 200)}$$

$$d. H(s) = \frac{10^6(s + 2)(s + 50)}{(s + 10)(s + 200)^2}$$

$$e. H(s) = \frac{10^3 s(s + 50)}{(s + 100)(s^2 + 10s + 100)}$$

- Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống có hàm truyền dưới đây

$$f.H(s) = \frac{10(s + 10)(s + 30)}{s(s + 400)}$$

$$g.H(s) = \frac{400(s + 1)(s + 20)}{s(s + 50)^2}$$

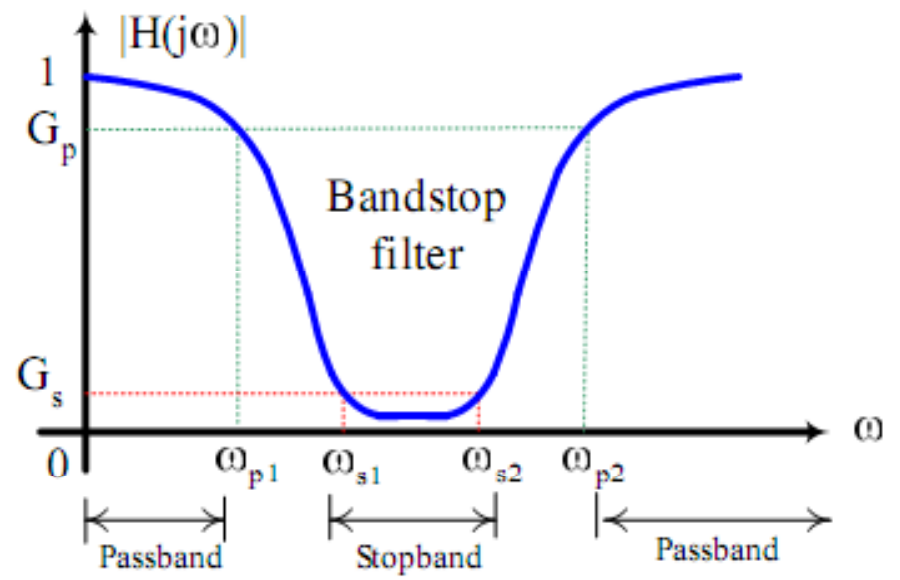
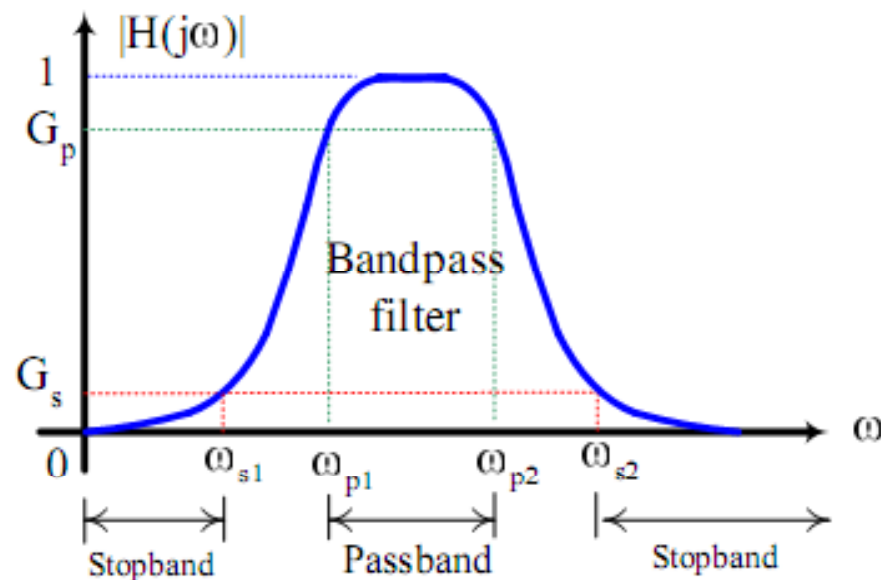
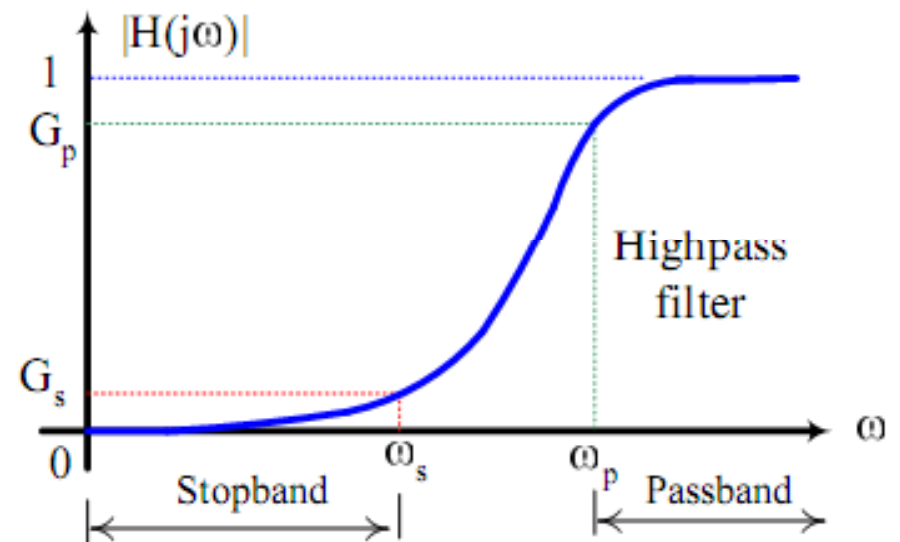
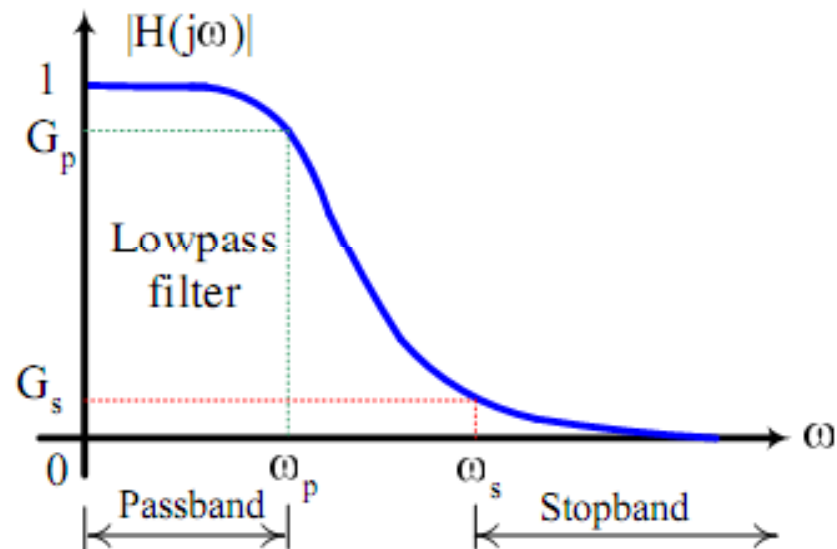
THIẾT KẾ BỘ LỌC TỰ ĐỘNG TỰ



Thiết kế bộ lọc tương tự

- ☐ Bộ lọc thực tế và các yêu cầu thiết kế
- ☐ Sự phụ thuộc của đáp ứng tần số theo cực và zero
- ☐ Thiết kế bộ lọc bằng cách bố trí các cực và zero

Bộ lọc thực tế và các yêu cầu thiết kế

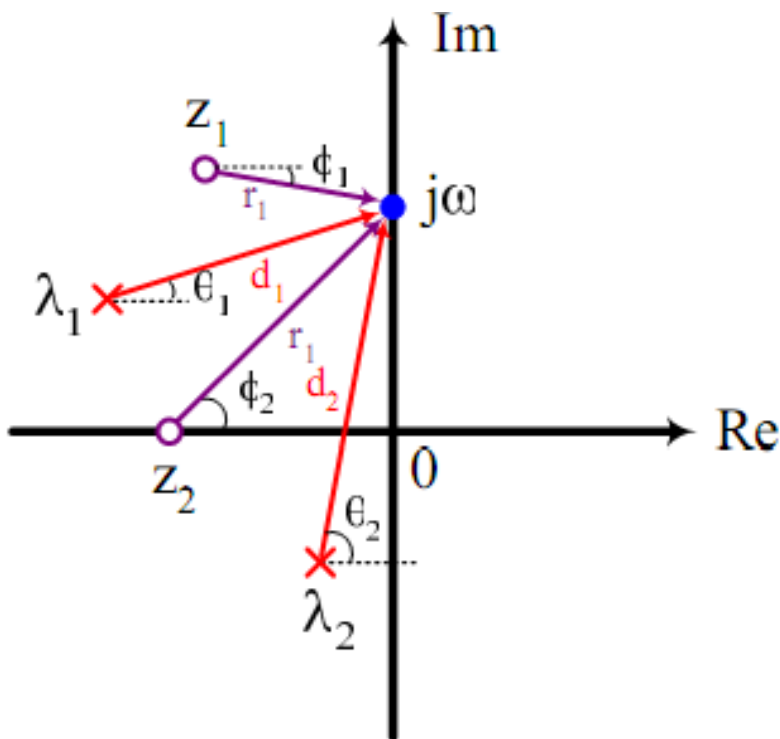


Sự phụ thuộc của đáp ứng tần số theo cực và zero

- Xét hệ thống với hàm truyền $H(s)$

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = b_n \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_n)}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_n)}$$

- Đáp ứng tần số: thay $s = j\omega$

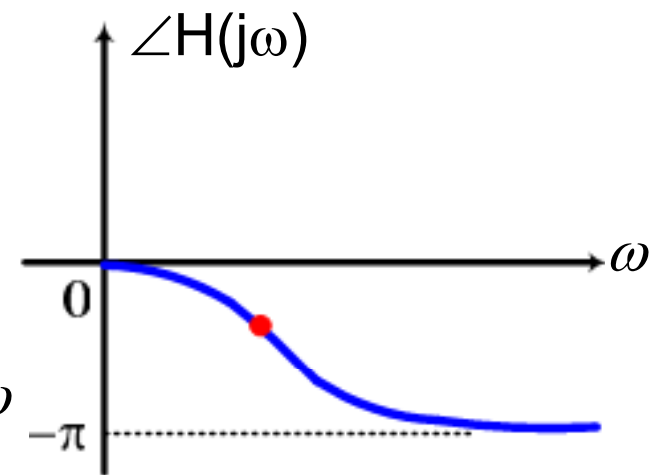
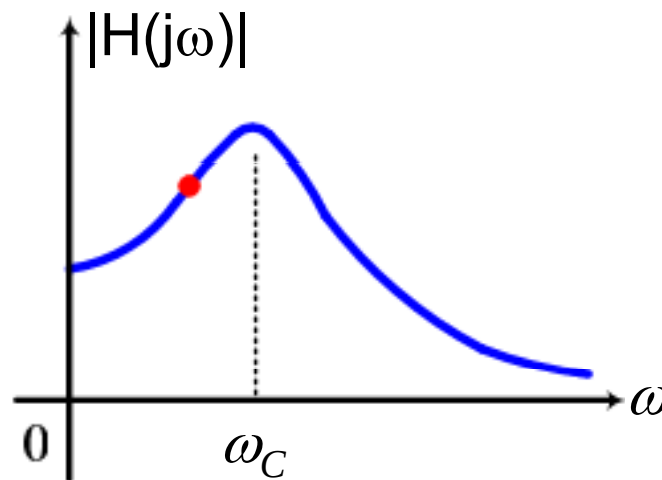
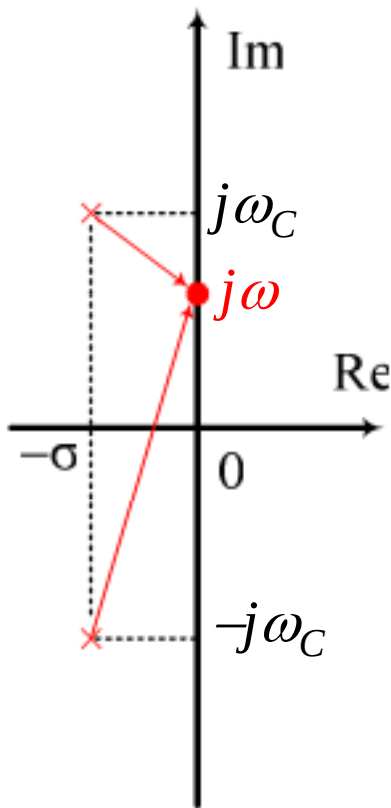


$$|H(j\omega)| = b_n \frac{r_1 r_2 \dots r_n}{d_1 d_2 \dots d_n}$$

$$\angle H(j\omega) = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_n - \theta_1 - \theta_2 - \dots - \theta_n$$

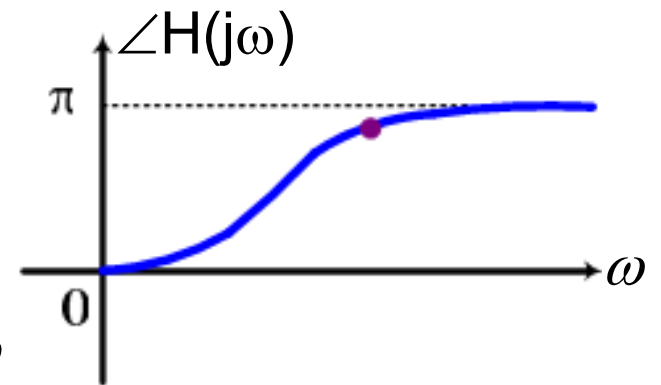
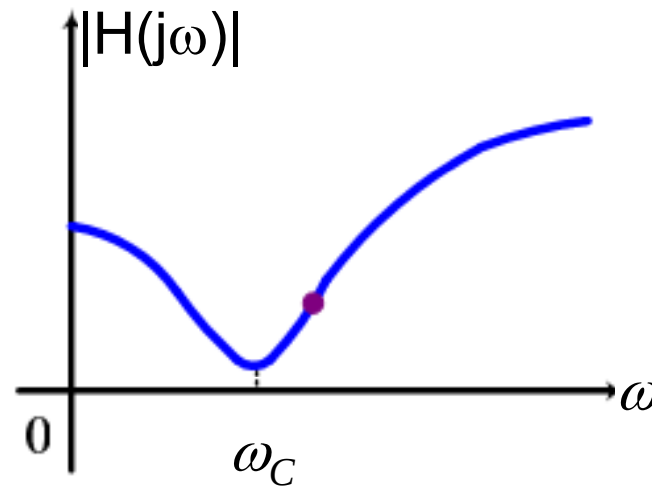
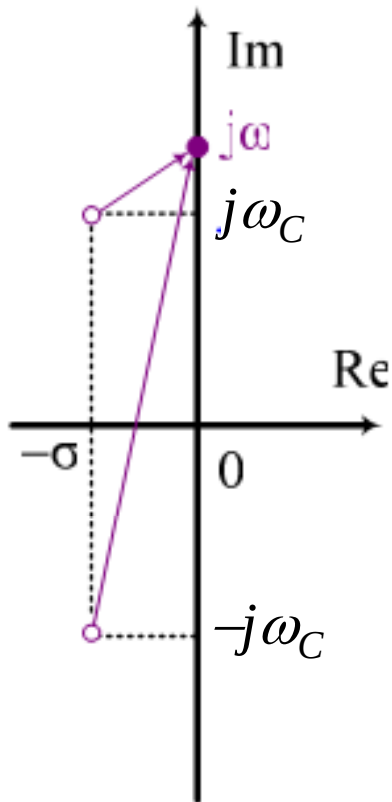
Ảnh hưởng của cực đến đáp ứng tần số

- Cực phức $-\sigma \pm j\omega_C$ làm tăng đáp ứng biên độ quanh tần số ω_C



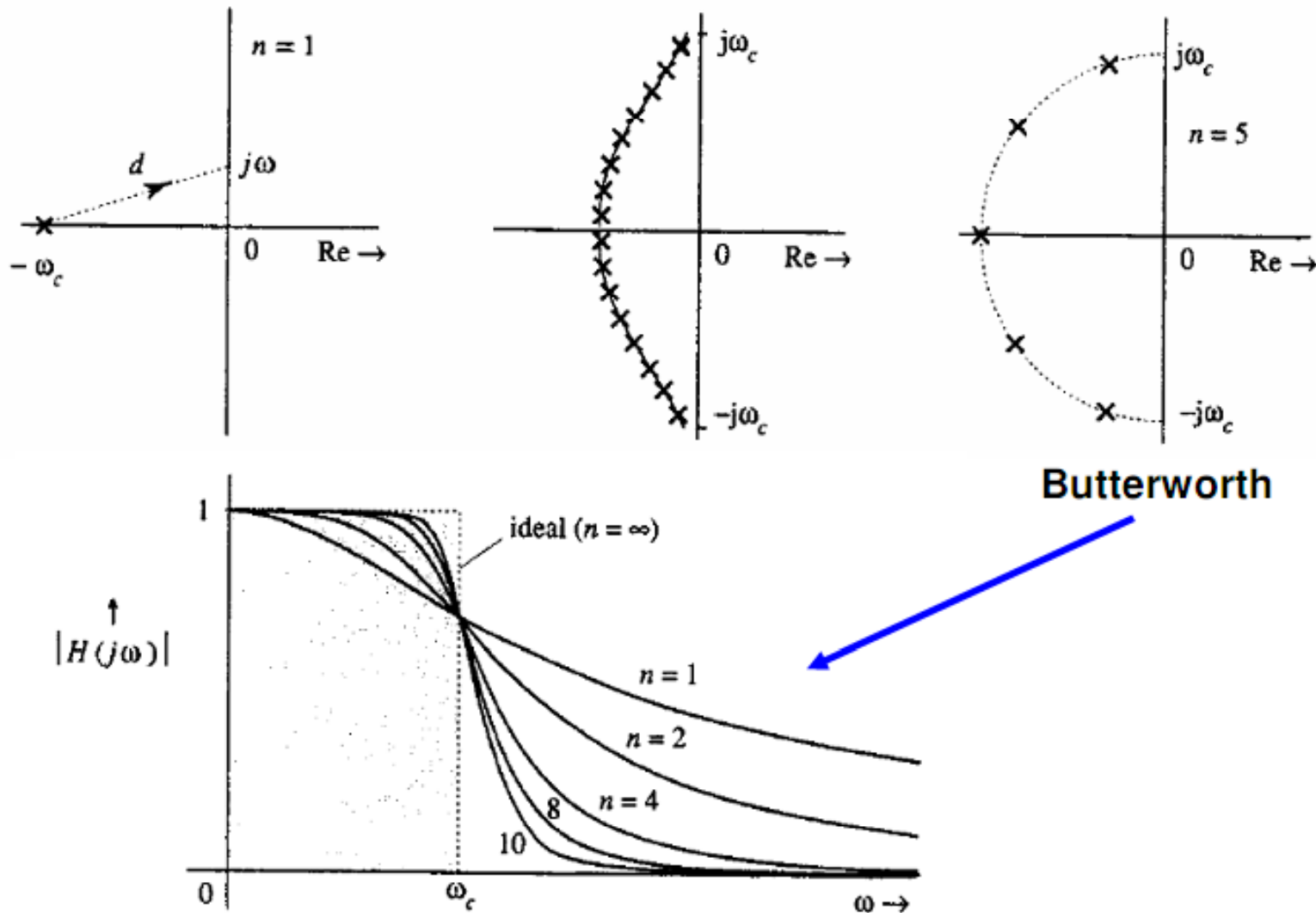
Ảnh hưởng của zero đến đáp ứng đáp ứng tần số

- Zero phức $-\sigma \pm j\omega_C$ làm giảm đáp ứng biên độ quanh tần số ω_C

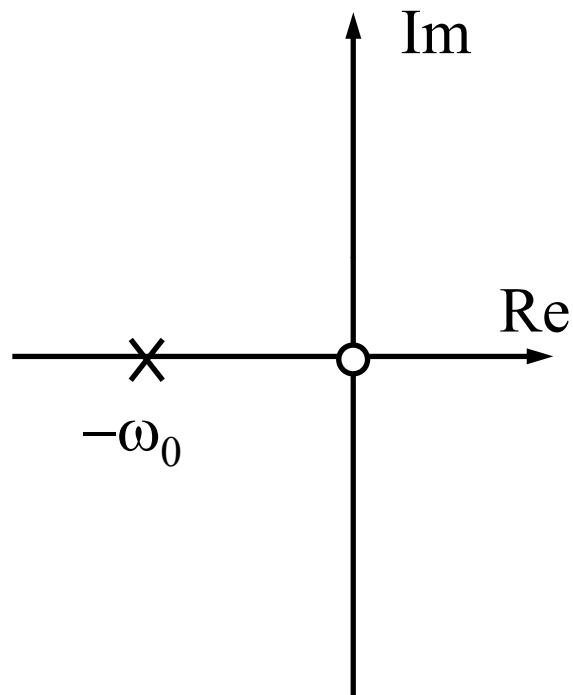


Thiết kế bộ lọc bằng cách bố trí các cực và zero

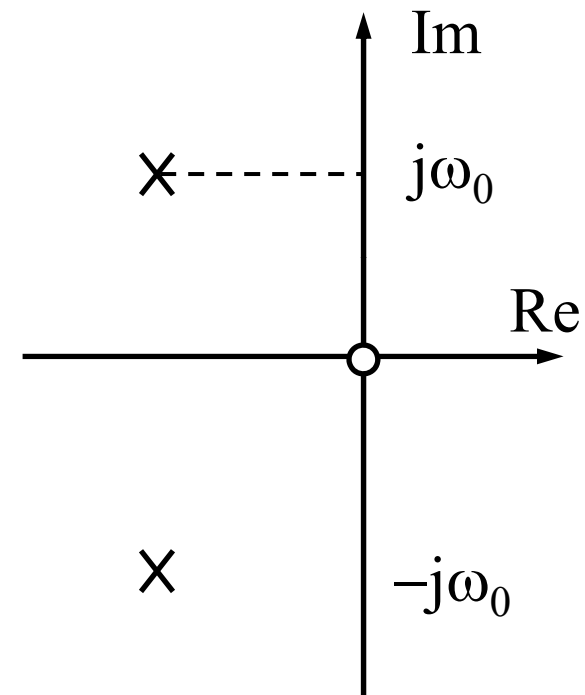
□ Bộ lọc thông thấp:



□ Bộ lọc thông cao

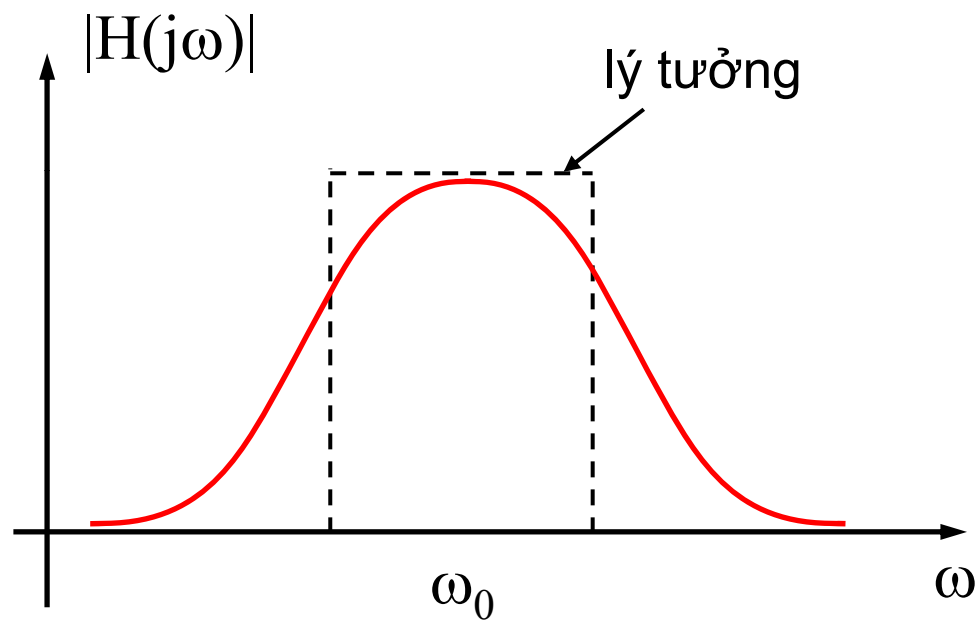
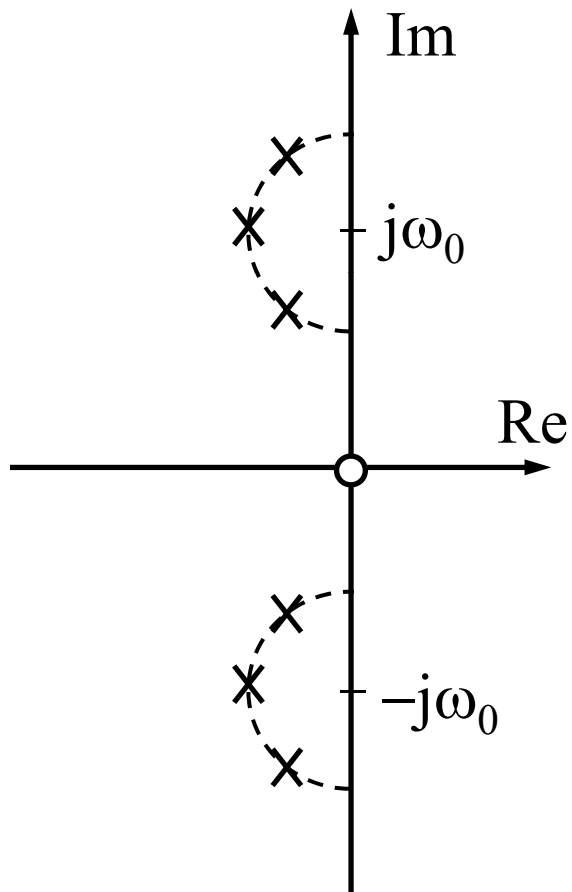


s-plane



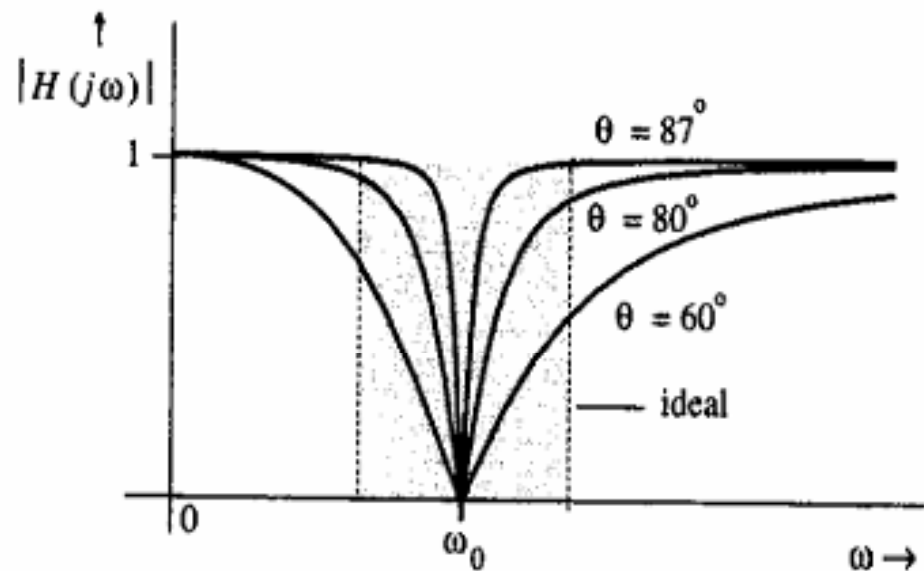
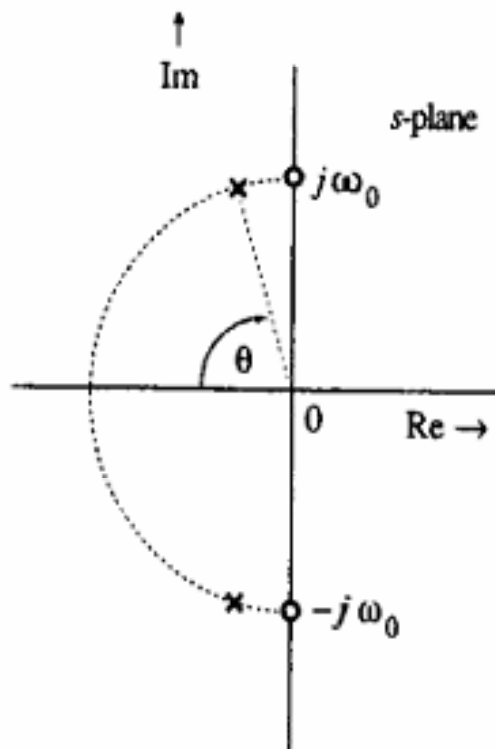
Thiết kế bộ lọc bằng cách bố trí các cực và zero

❑ Bộ lọc thông dải



Thiết kế bộ lọc bằng cách bố trí các cực và zero

□ Bộ lọc chắn dải

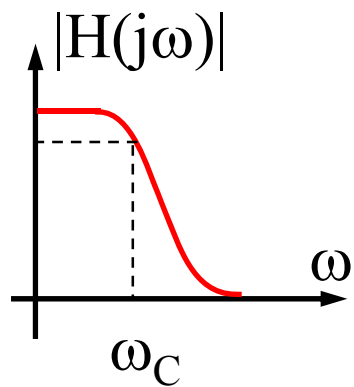
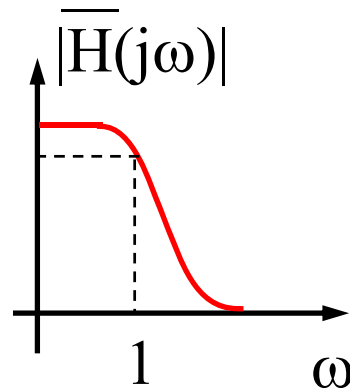


Thiết kế dựa vào bộ lọc mẫu

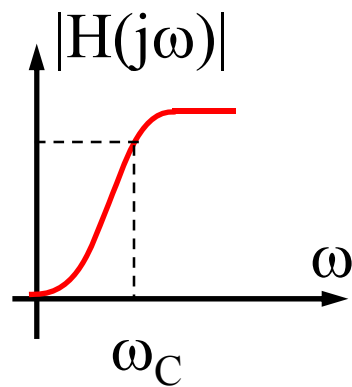
- ☐ Bộ lọc mẫu (Prototype Filter) là bộ lọc thông thấp có tần số cắt $\omega_c=1$.
- ☐ Sử dụng các phép biến đổi tần số để biến đổi bộ lọc mẫu thành bộ lọc thông thấp, thông cao, thông dải, chặn dải có tần số cắt bất kỳ.

Thiết kế dựa vào bộ lọc mẫu

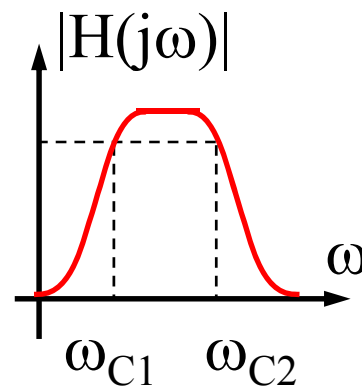
Bộ lọc mẫu



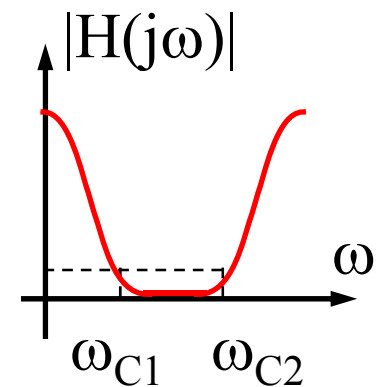
Lọc thông thấp



Lọc thông cao



Lọc thông dải



Lọc chặn dải

BỘ LỌC BUTTERWORTH

- Đáp ứng biên độ của bộ lọc thông thấp Butterworth bậc n:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^n}}$$

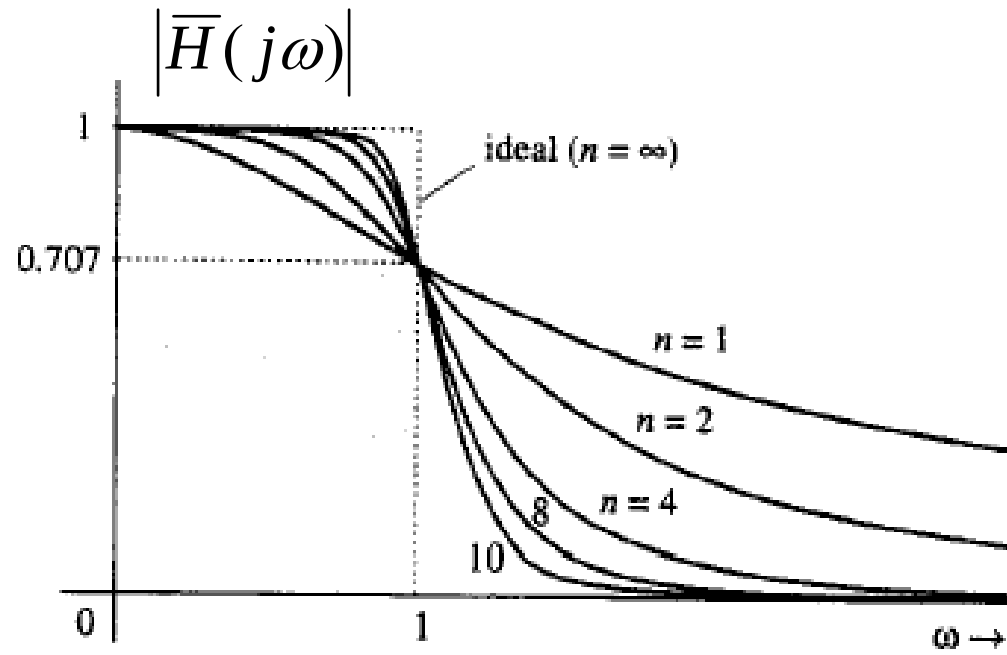
- Tần số ω_C gọi là tần số cắt, tần số -3dB hoặc tần số $1/2$ công suất vì tại tần số này, biên độ bằng bằng $1/\sqrt{2}$ hay bằng -3dB
 $\Rightarrow$ công suất suy giảm $1/2$

Bộ lọc Butterworth chuẩn hóa

- Khi thiết kế, người ta dùng bộ lọc chuẩn hóa ($\omega_c=1$):

$$|\bar{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^{2n}}}$$

- Đáp ứng biên độ của bộ lọc Butterworth chuẩn hóa:



Các cực của bộ lọc Butterworth chuẩn hóa

- Biến đổi biểu thức biên độ bộ lọc Butterworth, ta được:

$$\overline{H}(j\omega)\overline{H}(-j\omega) = |\overline{H}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^{2n}}$$

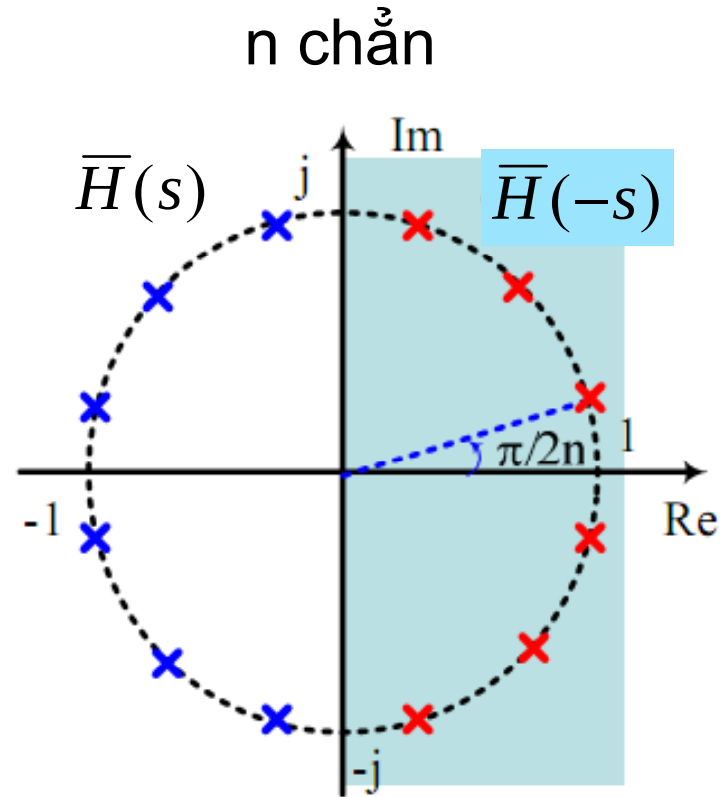
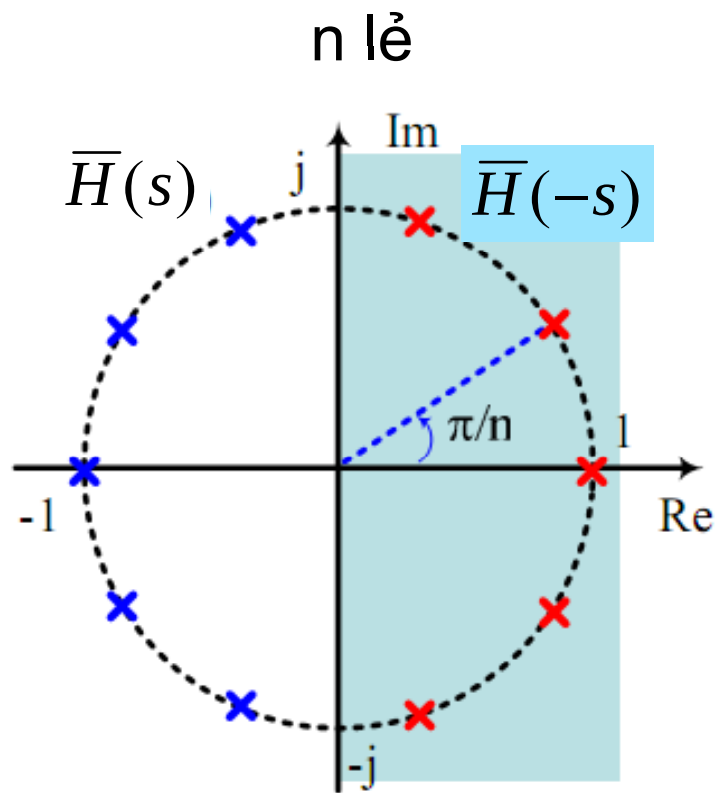
- Thay $j\omega=s$ ta được: $\overline{H}(s)\overline{H}(-s) = \frac{1}{1 + (s/j)^{2n}}$

- Các cực của $\overline{H}(s)\overline{H}(-s)$ là:

$$s^{2n} = -(j)^{2n} = e^{j(2k-1)\pi} e^{(j\pi/2)2n} = e^{j\pi(2k+n-1)}$$

$$\Rightarrow s_k = e^{\frac{j\pi}{2n}(2k+n-1)} \quad (k = 1, 2, \dots, 2n)$$

Vị trí cực của bộ lọc Butterworth



- Các cực của $\bar{H}(s)\bar{H}(-s)$: $s_k = e^{\frac{j\pi}{2n}(2k+n-1)}$ ($k = 1, 2, \dots, 2n$)
- Cực của $\bar{H}(s)$ bên trái mặt phẳng phức $\Rightarrow k = 1, 2, \dots, n$

Hàm truyền của bộ lọc Butterworth chuẩn hóa

- Biểu thức hàm truyền bộ lọc Butterworth thông thấp chuẩn hóa:

$$\overline{H}(s) = \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) \dots (s - s_n)} = \frac{1}{B_n(s)}$$

Trong đó các cực của bộ lọc là:

$$s_k = e^{\frac{j\pi}{2n}(2k+n-1)} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

- Đa thức $B_n(s) = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) \dots (s - s_n)$ gọi là **đa thức Butterworth**

Ví dụ hàm truyền bộ lọc Butterworth bậc 4

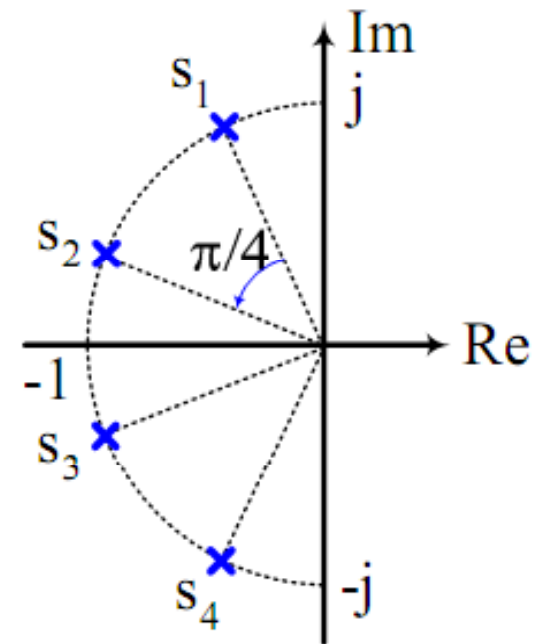
- Các cực của bộ lọc Butterworth thông thấp bậc 4 chuẩn hóa:

$$s_1 = e^{j5\pi/8} = -0.3827 + j0.9239$$

$$s_2 = e^{j7\pi/8} = -0.9239 + j0.3827$$

$$s_3 = e^{j9\pi/8} = -0.9239 - j0.3827$$

$$s_4 = e^{j11\pi/8} = -0.3827 - j0.9239$$



$$\bar{H}(s) = \frac{1}{(s + 0.3827 - j0.9239)(s + 0.9239 - j0.3827)(s - 0.9239 - j0.3827)(s + 0.3827 + j0.9239)}$$

$$\Rightarrow \bar{H}(s) = \frac{1}{(s^2 + 0.7554s + 1)(s^2 + 1.8478s + 1)}$$

$$\Rightarrow \bar{H}(s) = \frac{1}{s^4 + 2.6131s^3 + 3.4142s^2 + 2.6163s + 1}$$

Đa thức Butterworth chuẩn hóa

n	Normalised Denominator Polynomials in Factored Form
1	$(1+s)$
2	$(1+1.414s+s^2)$
3	$(1+s)(1+s+s^2)$
4	$(1+0.765s+s^2)(1+1.848s+s^2)$
5	$(1+s)(1+0.618s+s^2)(1+1.618s+s^2)$
6	$(1+0.518s+s^2)(1+1.414s+s^2)(1+1.932s+s^2)$
7	$(1+s)(1+0.445s+s^2)(1+1.247s+s^2)(1+1.802s+s^2)$
8	$(1+0.390s+s^2)(1+1.111s+s^2)(1+1.663s+s^2)(1+1.962s+s^2)$
9	$(1+s)(1+0.347s+s^2)(1+s+s^2)(1+1.532s+s^2)(1+1.879s+s^2)$
10	$(1+0.313s+s^2)(1+0.908s+s^2)(1+1.414s+s^2)(1+1.782s+s^2)(1+1.975s+s^2)$

Bộ lọc thông thấp Butterworth với tần số cắt ω_C

- Hàm truyền bộ lọc Butterworth thông thấp với tần số cắt ω_C được suy từ hàm truyền bộ lọc Butterworth chuẩn hóa bằng cách thay $s = s/\omega_C$

$$H(s) = \bar{H}\left(\frac{s}{\omega_C}\right)$$

- Ví dụ: Bộ lọc Butterworth chuẩn hóa bậc 2:

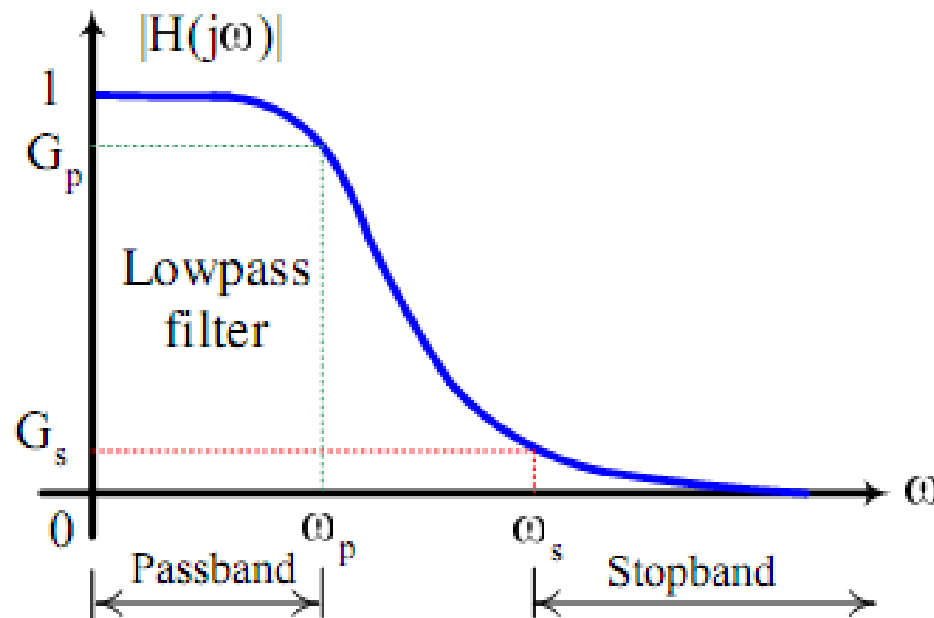
$$\bar{H}(s) = \frac{1}{s^2 + 1.414s + 1}$$

⇒ Bộ lọc Butterworth bậc 2 với tần số cắt = 10

$$H(s) = \bar{H}\left(\frac{s}{10}\right) = \frac{1}{(s/10)^2 + 1.414(s/10) + 1} = \frac{100}{s^2 + 14.14s + 100}$$

Thiết kế bộ lọc Butterworth thông thấp

- Yêu cầu: Thiết kế bộ lọc thông thấp Butterworth thỏa mãn:
 - Tần số dải thông $0 < \omega \leq \omega_p$,
Độ lợi dải thông không bé hơn G_p [dB]
 - Tần số dải chặn $\omega > \omega_s$
Độ lợi dải chặn không lớn hơn G_s [dB]



- Nhắc lại: Độ lợi bộ lọc Butterworth:

$$|\overline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_c)^{2n}}}$$

⇒ Độ lợi bộ lọc Butterworth (đơn vị dB) tại tần số bất kỳ:

$$G(\omega) = -10 \lg \left[1 + (\omega / \omega_C)^{2n} \right] \text{ (dB)}$$

- Theo yêu cầu thiết kế, tại tần số ω_p và ω_s ta có

$$G(\omega_p) = -10 \lg \left[1 + (\omega_p / \omega_C)^{2n} \right] \geq G_p$$

$$G(\omega_s) = -10 \lg \left[1 + (\omega_s / \omega_C)^{2n} \right] \leq G_s$$

Tính toán bậc và tần số cắt bộ lọc Butterworth (tt)

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\omega_p}{\omega_C}\right)^{2n} \leq 10^{-G_p/10} - 1 \\ \left(\frac{\omega_s}{\omega_C}\right)^{2n} \geq 10^{-G_s/10} - 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)^{2n} \geq \frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{-G_p/10} - 1}$$

⇒ Cần chọn **bậc và tần số cắt** bộ lọc Butterworth thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

$$n \geq \frac{\lg[(10^{-G_s/10} - 1) / (10^{-G_p/10} - 1)]}{2 \lg(\omega_s / \omega_p)}$$

$$\omega_C \geq \frac{\omega_p}{(10^{-G_p/10} - 1)^{1/(2n)}}$$

$$\omega_C \leq \frac{\omega_s}{(10^{-G_s/10} - 1)^{1/(2n)}}$$

Các bước thiết kế bộ lọc Butterworth

❑ **Bước 1:** Xác định các yêu cầu kỹ thuật của bộ lọc:

- Tần số dải thông $0 < \omega \leq \omega_p$, độ lợi dải thông G_p [dB]
- Tần số dải chặn $\omega > \omega_s$, độ lợi dải chặn G_s 0 [dB]

❑ **Bước 2:** Tính bậc của bộ lọc

$$n \geq \frac{\lg[(10^{-G_s/10} - 1)/(10^{-G_p/10} - 1)]}{2 \lg(\omega_s / \omega_p)}$$

❑ **Bước 3:** Xác định tần số ω_C thỏa mãn đồng thời:

$$\omega_C \geq \frac{\omega_p}{(10^{-G_p/10} - 1)^{1/(2n)}}$$

và

$$\omega_C \leq \frac{\omega_s}{(10^{-G_s/10} - 1)^{1/(2n)}}$$

❑ **Bước 4:** Xác định $\bar{H}(s)$ bằng cách tra bảng hoặc công thức ở slide 54

❑ **Bước 5:** Tính $H(s) = \bar{H}(s / \omega_C)$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông thấp Butterworth

- ❑ T.kế bộ lọc thông thấp Butterworth thỏa mãn các yêu cầu sau:
 - Độ lợi dải thông ($0 < \omega \leq 10$ rad/sec) không nhỏ hơn -2 dB
 - Độ lợi dải chặn ($\omega \geq 20$ rad/sec) không lớn hơn -20 dB

❑ **Giải:**

- ❑ Bước 1: Từ yêu cầu thiết kế, suy ra:

$$\omega_p = 10(\text{rad / sec}) \quad G_p = -2 (\text{dB})$$

$$\omega_s = 20(\text{rad / sec}) \quad G_s = -20 (\text{dB})$$

- ❑ Bước 2: Tính bậc bộ lọc:

$$n \geq \frac{\lg[(10^{-G_s/10} - 1) / (10^{-G_p/10} - 1)]}{2 \lg(\omega_s / \omega_p)} = \frac{\lg[(10^{2/10} - 1) / (10^{20/10} - 1)]}{2 \lg(20 / 10)} = 3.7$$

⇒ Chọn **$n = 4$**

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông thấp Butterworth

□ **Bước 3:** Xác định tần số ω_C

$$\begin{cases} \omega_C \geq \frac{\omega_p}{(10^{-G_p/10} - 1)^{1/(2n)}} = \frac{10}{(10^{2/10} - 1)^{1/(2 \times 4)}} = 10.69 \\ \omega_C \leq \frac{\omega_s}{(10^{-G_s/10} - 1)^{1/(2n)}} = \frac{20}{(10^{20/10} - 1)^{1/(2 \times 4)}} = 11.26 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_C = 11}$$

□ **Bước 4:** Xác định $\bar{H}(s)$ bằng cách tra bảng

$$\bar{H}(s) = \frac{1}{(s^2 + 0.765s + 1)(s^2 + 1.848s + 1)}$$

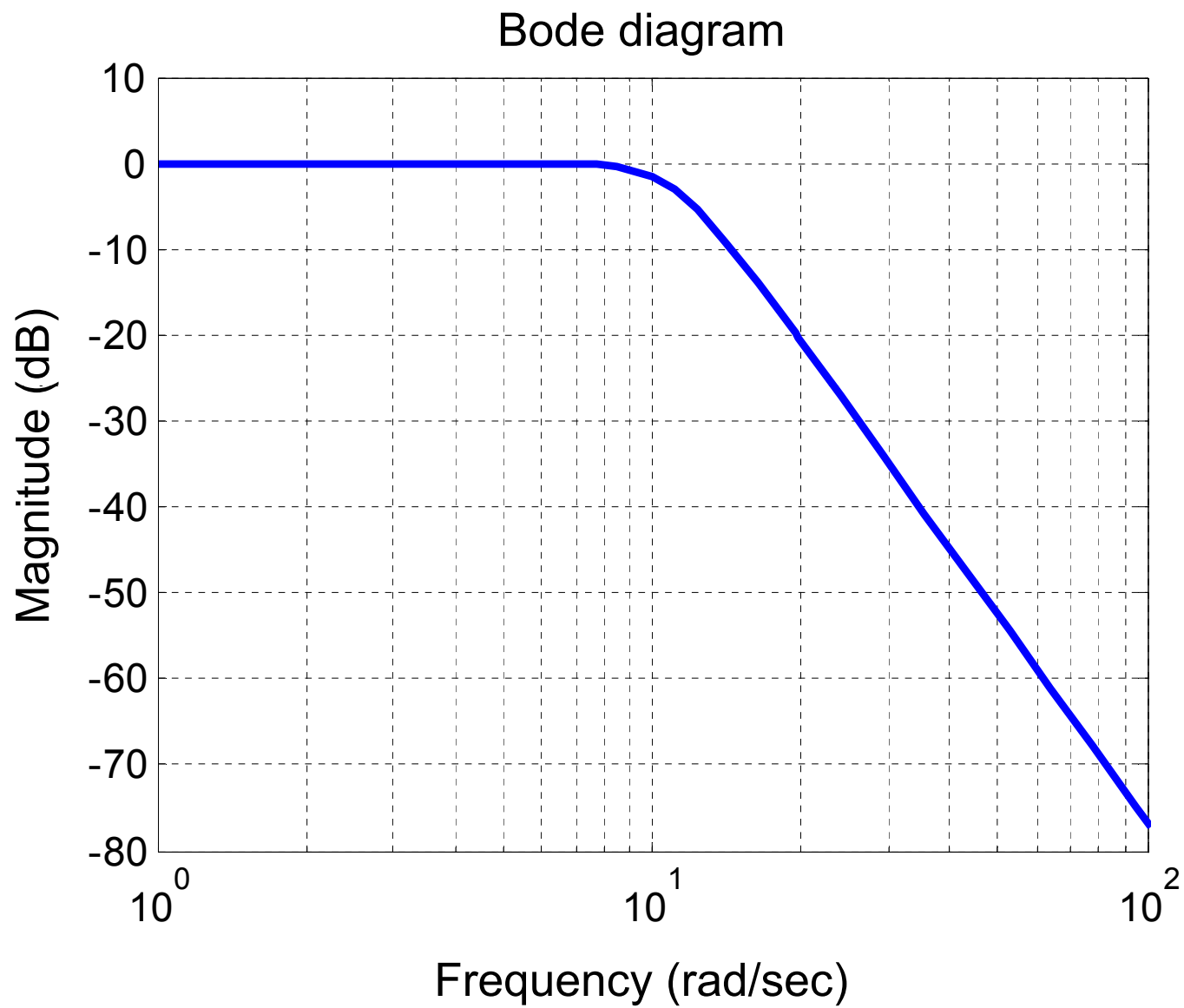
□ **Bước 5:** Xác định $H(s)$

$$H(s) = \bar{H}(s / \omega_C)$$

$$= \frac{1}{[(\frac{s}{11})^2 + 0.765(\frac{s}{11}) + 1][(\frac{s}{11})^2 + 1.848(\frac{s}{11}) + 1]}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{14641}{(s^2 + 8.415s + 121)(s^2 + 20.328s + 121)}$$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông thấp Butterworth





Bài tập thiết kế bộ lọc thông thấp Butterworth

- ❑ T.kế bộ lọc thông thấp Butterworth thỏa mãn các yêu cầu sau:
 - Độ lợi dải thông ($0 < f \leq 150 \text{ Hz}$) không nhỏ hơn -3dB
 - Độ lợi dải chặn ($f \geq 250 \text{ Hz}$) không lớn hơn -20dB

BỘ LỘC CHEBYSHEV

- Đáp ứng biên độ của bộ lọc thông thấp Chebychev bậc n:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)}}$$

- Đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebychev bậc n chuẩn hóa:

$$|\bar{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)}}$$

- Hàm truyền bộ lọc Chebyshev với tần số cắt ω_C có thể suy ra từ hàm truyền bộ lọc chuẩn hóa:

$$H(s) = \bar{H}\left(\frac{s}{\omega_C}\right)$$

Đa thức Chebeshev

❑ Đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebychev bậc n chuẩn hóa:

$$|\overline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)}}$$

với
$$\begin{cases} C_n(\omega) = \cos(n \cos^{-1} \omega), & |\omega| < 1 \\ C_n(\omega) = \cosh(n \cosh^{-1} \omega), & |\omega| > 1 \end{cases}$$

❑ Đa thức $C_n(\omega)$ thỏa các tính chất:

$$C_n(\omega) = 2\omega C_{n-1}(\omega) - C_{n-2}(\omega); n \geq 2$$

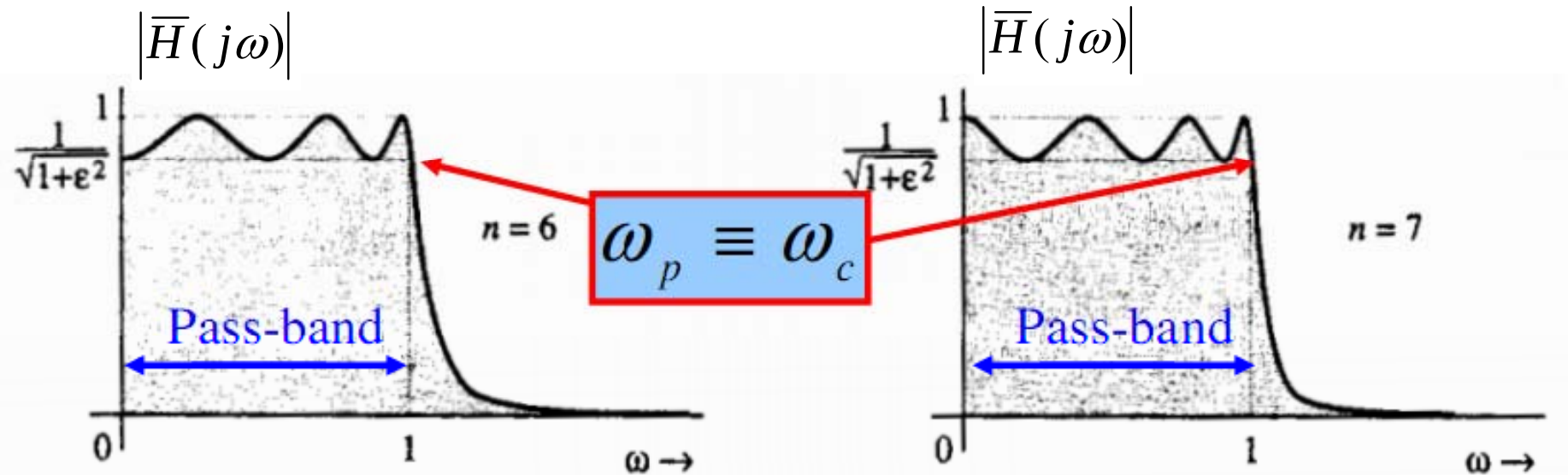
$$C_0(\omega) = 1 \quad \text{và} \quad C_1(\omega) = \omega \Rightarrow C_2(\omega) = 2\omega^2 - 1$$

Tương tự ta tính được bảng $C_n(\omega)$.

Đa thức Chebyshev

n	$C_n(\omega)$
0	1
1	ω
2	$2\omega^2 - 1$
3	$4\omega^3 - 3\omega$
4	$8\omega^4 - 8\omega^2 + 1$
5	$16\omega^5 - 20\omega^3 + 5\omega$
6	$32\omega^6 - 48\omega^4 + 18\omega^2 - 1$
7	$64\omega^7 - 112\omega^5 + 56\omega^3 - 7\omega$
8	$128\omega^8 - 256\omega^6 + 160\omega^4 - 32\omega^2 + 1$
9	$256\omega^9 - 576\omega^7 + 432\omega^5 - 120\omega^3 + 9\omega$
10	$512\omega^{10} - 1280\omega^8 + 1120\omega^6 - 400\omega^4 + 50\omega^2 - 1$

Biểu đồ Bode biên độ bộ lọc Chebyshev chuẩn hóa



❑ Độ gợn r (=Độ lợi lớn nhất / Độ lợi nhỏ nhất) trong dải thông:

$$r = 10 \lg(1 + \varepsilon^2) \quad (\text{dB})$$

❑ Chú ý khi thiết kế: $-r \Leftrightarrow G_p$ (Butterworth) (dB)

Thiết kế bộ lọc Chebyshev chuẩn hóa

□ Xác định ε và bậc(n) của bộ lọc Chebyshev thỏa yêu cầu thiết kế:

▪ Xác định ε : $(r)_{design} = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon^2) \leq r \Rightarrow \boxed{\varepsilon \leq \sqrt{10^{r/10} - 1}}$

▪ Độ lợi tại tần số ω : $G = -10 \log_{10}[1 + \varepsilon^2 C_n^2(\frac{\omega}{\omega_p})]$

▪ Độ lợi tại tần số ω_s : $-10 \log_{10}[1 + \varepsilon^2 C_n^2(\frac{\omega_s}{\omega_p})] \leq G_s \leq 0$

$$\Rightarrow \cosh \left[n \cosh^{-1} \left(\frac{\omega_s}{\omega_p} \right) \right] \geq \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \boxed{n \geq \frac{1}{\cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon \geq \frac{\sqrt{10^{-G_s/10} - 1}}{\cosh[n \cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)]}}$$

- $$s_k = -\sin \frac{(2k-1)\pi}{2n} \sinh x + j \cos \frac{(2k-1)\pi}{2n} \cosh x$$

$$x = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

Hàm truyền của bộ lọc Chebyshev chuẩn hóa

$$\Rightarrow \bar{H}(s) = \frac{K_n}{(s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)}$$

$$\Rightarrow \bar{H}(s) = \frac{K_n}{C'_n(s)} = \frac{K_n}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$

□ K_n được chọn để độ lợi cực đại trong dải thông bằng 1

$$K_n = \begin{cases} a_0 & (n \text{ lẻ}) \\ \frac{a_0}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} & (n \text{ chẵn}) \end{cases}$$

□ Để thuận lợi cho việc thiết kế, người ta tính sẵn các cực của bộ lọc Chebyshev hoặc các đa thức tương ứng với các độ gợn thường gặp như 0.5dB, 1dB, 2dB, 3dB, ...

Các hệ số của mẫu số hàm truyền bộ lọc Chebyshev

Chebyshev Filter Coefficients of the Denominator Polynomial

$$C'_n = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_1s + a_0$$

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	2.8627752						
2	1.5162026	1.4256245					
3	0.7156938	1.5348954	1.2529130				
4	0.3790506	1.0254553	1.7168662	1.1973856			
5	0.1789234	0.7525181	1.3095747	1.9373675	1.1724909		
6	0.0947626	0.4323669	1.1718613	1.5897635	2.1718446	1.1591761	
7	0.0447309	0.2820722	0.7556511	1.6479029	1.8694079	2.4126510	1.1512176
<i>0.5 dB ripple</i> $r = 0.5dB$							
1	1.9652267						
2	1.1025103	1.0977343					
3	0.4913067	1.2384092	0.9883412				
4	0.2756276	0.7426194	1.4539248	0.9528114			
5	0.1228267	0.5805342	0.9743961	1.6888160	0.9368201		
6	0.0689069	0.3070808	0.9393461	1.2021409	1.9308256	0.9282510	
7	0.0307066	0.2136712	0.5486192	1.3575440	1.4287930	2.1760778	0.9231228
<i>1 dB ripple</i> $r = 1dB$							

Các hệ số của mẫu số hàm truyền bộ lọc Chebyshev

Chebyshev Filter Coefficients of the Denominator Polynomial

$$C'_n = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_1s + a_0$$

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	1.3075603						
2	0.8230604	0.8038164					
3	0.3268901	1.0221903	0.7378216				
4	0.2057651	0.5167981	1.2564819	0.7162150			
5	0.0817225	0.4593491	0.6934770	1.4995433	0.7064606		
6	0.0514413	0.2102706	0.7714618	0.8670149	1.7458587	0.7012257	
7	0.0204228	0.1660920	0.3825056	1.1444390	1.0392203	1.9935272	0.6978929
<i>2 dB ripple</i> $r = 2dB$							
1	1.0023773						
2	0.7079478	0.6448996					
3	0.2505943	0.9283480	0.5972404				
4	0.1769869	0.4047679	1.1691176	0.5815799			
5	0.0626391	0.4079421	0.5488626	1.4149874	0.5744296		
6	0.0442467	0.1634299	0.6990977	0.6906098	1.6628481	0.5706979	
7	0.0156621	0.1461530	0.3000167	1.0518448	0.8314411	1.9115507	0.5684201
<i>3 dB ripple</i> $r = 3dB$							

Chebyshev Filter Poles Locations

n	$r = 0.5 dB$	$r = 1 dB$	$r = 2 dB$	$r = 3 dB$
1	-2.8628	-1.9652	-1.3076	-1.0024
2	$-0.7128 \pm j1.0040$	$-0.5489 \pm j0.8951$	$-0.4019 \pm j0.8133$	$-0.3224 \pm j0.7772$
3	-0.6265 $-0.3132 \pm j1.0219$	-0.4942 $-0.2471 \pm j0.9660$	-0.3689 $-0.1845 \pm j0.9231$	-0.2986 $-0.1493 \pm j0.9038$
4	$-0.1754 \pm j1.0163$ $-0.4233 \pm j0.4209$	$-0.1395 \pm j0.9834$ $-0.3369 \pm j0.4073$	$-0.1049 \pm j0.9580$ $-0.2532 \pm j0.3968$	$-0.0852 \pm j0.9465$ $-0.2056 \pm j0.3920$
5	-0.3623 $-0.1120 \pm j1.0116$ $-0.2931 \pm j0.6252$	-0.2895 $-0.0895 \pm j0.9901$ $-0.2342 \pm j0.6119$	-0.2183 $-0.0675 \pm j0.9735$ $-0.1766 \pm j0.6016$	-0.1775 $-0.0549 \pm j0.9659$ $-0.1436 \pm j0.5970$
6	$-0.0777 \pm j1.0085$ $-0.2121 \pm j0.7382$ $-0.2898 \pm j0.2702$	$-0.0622 \pm j0.9934$ $-0.1699 \pm j0.7272$ $-0.2321 \pm j0.2662$	$-0.0470 \pm j0.9817$ $-0.1283 \pm j0.7187$ $-0.1753 \pm j0.2630$	$-0.0382 \pm j0.9764$ $-0.1044 \pm j0.7148$ $-0.1427 \pm j0.2616$

Chebyshev Filter Poles Locations

n	$r = 0.5 \text{ dB}$	$r = 1 \text{ dB}$	$r = 2 \text{ dB}$	$r = 3 \text{ dB}$
7	-0.2562	-0.2054	-0.1553	-0.1265
	$-0.0570 \pm j1.0064$	$-0.0457 \pm j0.9953$	$-0.0346 \pm j0.9866$	$-0.0281 \pm j0.9827$
	$-0.1597 \pm j0.8071$	$-0.1281 \pm j0.7982$	$-0.0969 \pm j0.7912$	$-0.0789 \pm j0.7881$
	$-0.2308 \pm j0.4479$	$-0.1851 \pm j0.4429$	$-0.1400 \pm j0.4391$	$-0.1140 \pm j0.4373$
8	$-0.0436 \pm j1.0050$	$-0.0350 \pm j0.9965$	$-0.0265 \pm j0.9898$	$-0.0216 \pm j0.9868$
	$-0.1242 \pm j0.8520$	$-0.0997 \pm j0.8447$	$-0.0754 \pm j0.8391$	$-0.0614 \pm j0.8365$
	$-0.1859 \pm j0.5693$	$-0.1492 \pm j0.5644$	$-0.1129 \pm j0.5607$	$-0.0920 \pm j0.5590$
	$-0.2193 \pm j0.1999$	$-0.1760 \pm j0.1982$	$-0.1332 \pm j0.1969$	$-0.1085 \pm j0.1962$
9	-0.1984	-0.1593	-0.1206	-0.0983
	$-0.0345 \pm j1.0040$	$-0.0277 \pm j0.9972$	$-0.0209 \pm j0.9919$	$-0.0171 \pm j0.9896$
	$-0.0992 \pm j0.8829$	$-0.0797 \pm j0.8769$	$-0.0603 \pm j0.8723$	$-0.0491 \pm j0.8702$
	$-0.1520 \pm j0.6553$	$-0.1221 \pm j0.6509$	$-0.0924 \pm j0.6474$	$-0.0753 \pm j0.6459$
10	$-0.1864 \pm j0.3487$	$-0.1497 \pm j0.3463$	$-0.1134 \pm j0.3445$	$-0.0923 \pm j0.3437$
	$-0.0279 \pm j1.0033$	$-0.0224 \pm j0.9978$	$-0.0170 \pm j0.9935$	$-0.0138 \pm j0.9915$
	$-0.0810 \pm j0.9051$	$-0.1013 \pm j0.7143$	$-0.0767 \pm j0.7113$	$-0.0401 \pm j0.8945$
	$-0.1261 \pm j0.7183$	$-0.0650 \pm j0.9001$	$-0.0493 \pm j0.8962$	$-0.0625 \pm j0.7099$
	$-0.1589 \pm j0.4612$	$-0.1277 \pm j0.4586$	$-0.0967 \pm j0.4567$	$-0.0788 \pm j0.4558$
	$-0.1761 \pm j0.1589$	$-0.1415 \pm j0.1580$	$-0.1072 \pm j0.1574$	$-0.0873 \pm j0.1570$

Các bước thiết kế bộ lọc Chebyshev

❑ **Bước 1:** Xác định các yêu cầu kỹ thuật của bộ lọc:

- Tần số dải thông $0 < \omega \leq \omega_p$, độ gợn r [dB]
- Tần số dải chặn $\omega > \omega_s$, độ lợi dải chặn G_s [dB]

❑ **Bước 2:** Tính bậc của bộ lọc

$$n \geq \frac{1}{\cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2}$$

❑ **Bước 3:** Xác định giá trị ε

$$\frac{\sqrt{10^{-G_s/10} - 1}}{\cosh[n \cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{r/10} - 1}$$

❑ **Bước 4:** Xác định mẫu số bộ lọc Chebyshev:

Tính: $r_{design} = 10 \lg(1 + \varepsilon^2)$

- Nếu $r_{design} = 0.5\text{dB}, 1\text{dB}, 2\text{dB}$ hoặc $3\text{dB} \rightarrow$ tra bảng $C'_n(s)$
- Nếu r_{design} khác những giá trị ở trên $\rightarrow$ tính $C'_n(s)$

$$C'_n(s) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)$$

Trong đó:

$$s_k = -\sin \frac{(2k-1)\pi}{2n} \sinh x + j \cos \frac{(2k-1)\pi}{2n} \cosh x \quad (k = \overline{1, n})$$

$$\text{Với: } x = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

□ **Bước 5:** Xác định bộ lọc Chebyshev chuẩn hóa:

$$\overline{H}(s) = \frac{K_n}{C'_n(s)}$$

$$\text{Với } K_n = \begin{cases} a_0 & (n \text{ lẻ}) \\ \frac{a_0}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} & (n \text{ chẵn}) \end{cases}$$

□ **Bước 6:** Tính $H(s) = \overline{H}(s / \omega_p)$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông thấp Chebyshev

- ❑ T.kế bộ lọc thông thấp Chebyshev thỏa mãn các yêu cầu sau:
 - Độ gợn trong dải thông ($0 < \omega \leq 10$ rad/sec) ≤ 2 dB
 - Độ lợi dải chặn ($\omega \geq 20$ rad/sec) không lớn hơn -20 dB

❑ **Giải:**

- ❑ **Bước 1:** Từ yêu cầu thiết kế, suy ra: $\omega_p = 10$ (rad / sec)
 $\omega_s = 20$ (rad / sec), $r = 2$ (dB), $G_s = -20$ (dB)

- ❑ **Bước 2:** Tính bậc bộ lọc:

$$\begin{aligned}
 n &\geq \frac{1}{\cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2} \\
 &= \frac{1}{\cosh^{-1}(20 / 10)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{20/10} - 1}{10^{2/10} - 1} \right)^{1/2} = 2.47 \quad \Rightarrow \text{Chọn } \boxed{n = 3}
 \end{aligned}$$

□ **Bước 3:** Xác định giá trị ε

$$\frac{\sqrt{10^{-G_s/10} - 1}}{\cosh[n \cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{r/10} - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{10^{20/10} - 1}}{\cosh[3 \cosh^{-1}(20/10)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{2/10} - 1}$$

$$\Rightarrow 0.382 \leq \varepsilon \leq 0.765$$

Chọn $\varepsilon = 0.765$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông thấp Chebyshev

- **Bước 4:** Xác định mẫu số bộ lọc Chebyshev

$$r_{design} = 10 \lg(1 + \varepsilon^2) = 10 \lg(1 + 0.765^2) = 2dB$$

⇒ tra bảng $C'_n(s)$ (xem bảng tra ở slide 81)

$$C'_n(s) = s^3 + 0.7378s^2 + 1.0222s + 0.3269$$

- **Bước 5:** Xác định bộ lọc Chebyshev chuẩn hóa:

$$K_n = a_0 = 0.3269 \text{ (do } n \text{ lẻ)}$$

$$\bar{H}(s) = \frac{0.3269}{s^3 + 0.7378s^2 + 1.0222s + 0.3269}$$

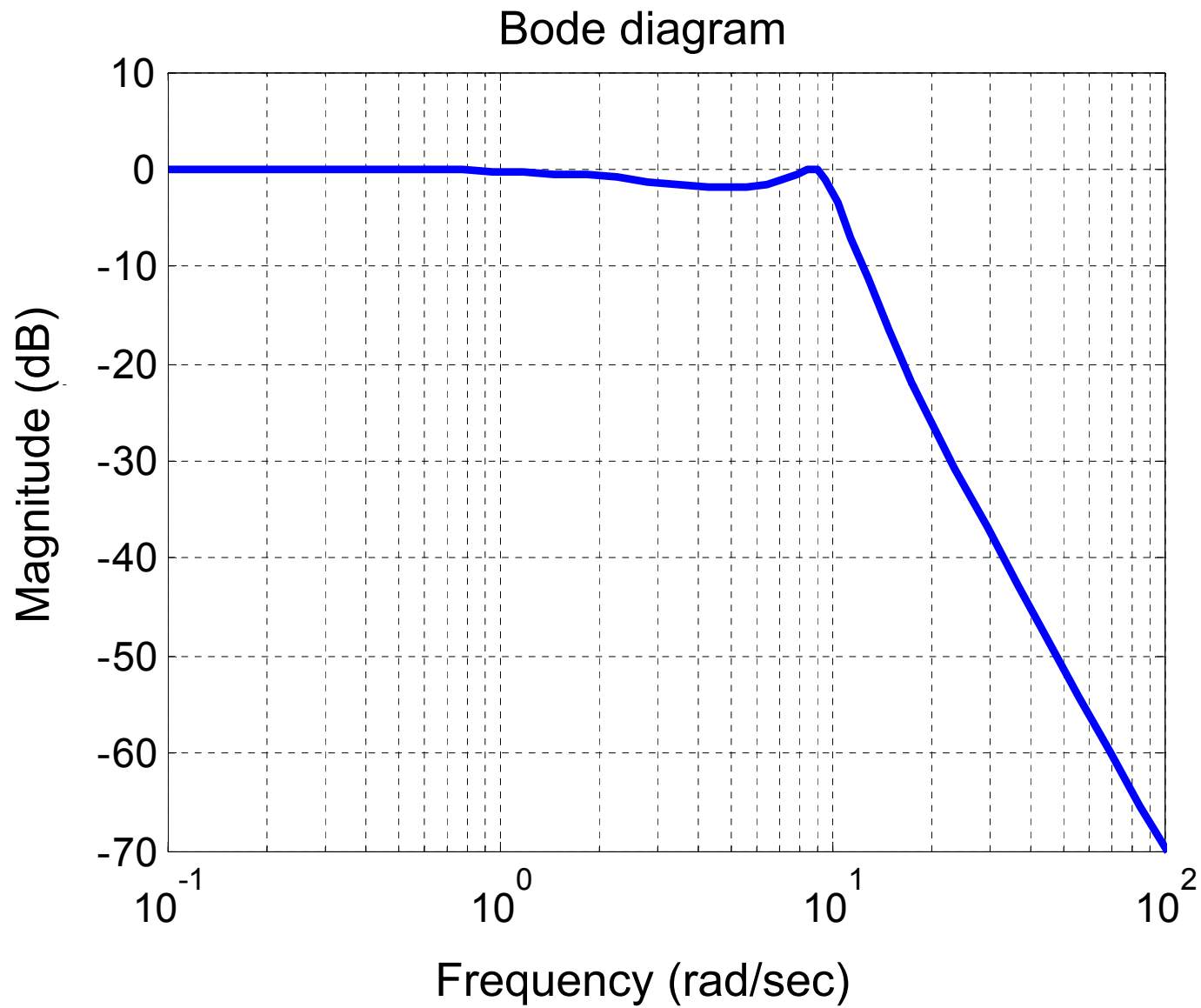
□ **Bước 5:** Xác định $H(s)$

$$H(s) = \overline{H}\left(\frac{s}{\omega_p}\right)$$

$$= \frac{0.3269}{\left(\frac{s}{10}\right)^3 + 0.7378\left(\frac{s}{10}\right)^2 + 1.0222\left(\frac{s}{10}\right) + 0.3269}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{326.9}{s^3 + 7.378s^2 + 102.22s + 326.9}$$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông thấp Chebyshev

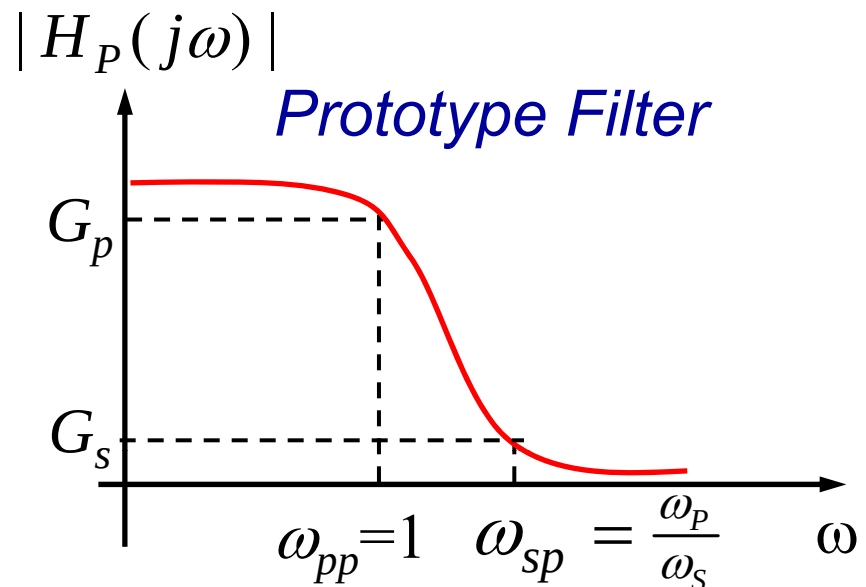
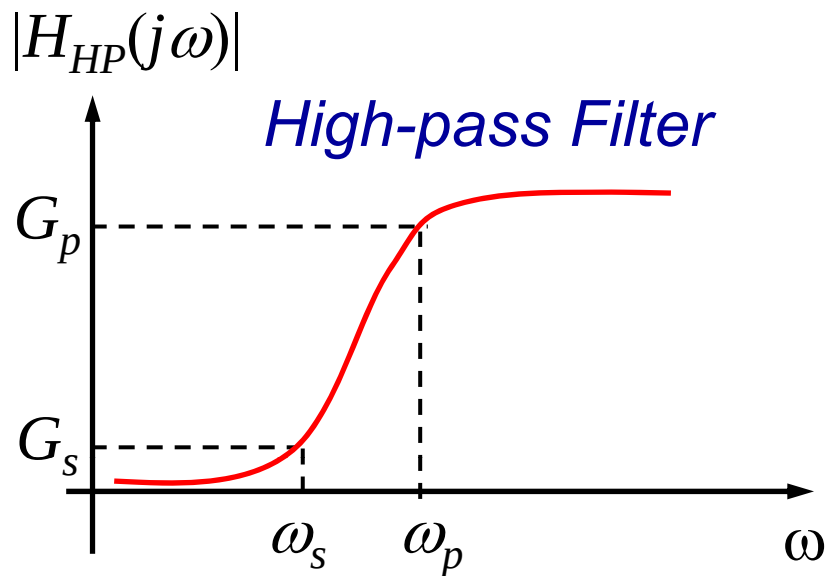


Bài tập thiết kế bộ lọc thông thấp Chebyshev

- T.kế bộ lọc thông thấp Chebyshev thỏa mãn các yêu cầu sau:
 - Độ gợn dải thông ($0 < f \leq 150 \text{ Hz}$) không lớn hơn 3dB
 - Độ lợi dải chắn ($f \geq 250 \text{ Hz}$) không lớn hơn – 20dB

CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TẦN SỐ

Phép biến đổi tần số để thiết kế lọc thông cao



❑ Các bước thiết kế bộ lọc thông cao (High-pass Filter)

- Thiết kế bộ lọc thông thấp mẫu $H_P(s)$ (xem hình ở trên)
- Thực hiện phép biến đổi tần số để được bộ lọc thông cao

$$H_{HP}(s) = H_P(T(s))$$

với $T(s) = \frac{\omega_P}{s}$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông cao

- ❑ T.kế bộ lọc thông cao Chebyshev thỏa mãn các yêu cầu sau:
 - Độ gợn r trong dải thông ($\omega \geq 200$ rad/sec) ≤ 2 dB
 - Độ lợi dải chặn ($\omega \leq 100$ rad/sec) nhỏ hơn -20 dB

❑ **Giải:**

- ❑ Các thông số của bộ lọc thông cao theo yêu cầu thiết kế là:

$$\omega_p = 200(\text{rad / sec}), \quad r \leq 2 (\text{dB}),$$

$$\omega_s = 100(\text{rad / sec}), \quad G_s = -20 (\text{dB})$$

- ❑ Suy ra các thông số của bộ lọc mẫu Chebyshev thông thấp là:

$$\omega_{pp} = 1 \qquad r \leq 2 (\text{dB}),$$

$$\omega_{sp} = \frac{\omega_p}{\omega_s} = 2 \qquad G_s = -20 (\text{dB})$$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông cao (tt)

❑ Tính bậc bộ lọc Chebyshev :

$$n \geq \frac{1}{\cosh^{-1}(\omega_{sp} / \omega_{pp})} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2}$$

$$= \frac{1}{\cosh^{-1}(2/1)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{20/10} - 1}{10^{2/10} - 1} \right)^{1/2} = 2.47 \quad \Rightarrow \text{Chọn } n = 3$$

❑ Tính ε :

$$\frac{\sqrt{10^{-G_s/10} - 1}}{\cosh[n \cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{r/10} - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{10^{20/10} - 1}}{\cosh[3 \cosh^{-1}(2/1)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{2/10} - 1}$$

$$\Rightarrow 0.382 \leq \varepsilon \leq 0.765 \quad \text{Chọn } \varepsilon = 0.765 \quad \Rightarrow r_{design} = 2dB$$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông cao (tt)

❑ Hàm truyền bộ lọc Chebyshev chuẩn hóa:

Tra bảng mẫu số bộ lọc Chebyshev (với $n=3, r=2$), ta được

$$C'_n(s) = s^3 + 0.7378s^2 + 1.0222s + 0.3269$$

$$\Rightarrow K_n = a_0 = 0.3269 \text{ (do } n \text{ lẻ)}$$

$$\Rightarrow \bar{H}(s) = \frac{0.3269}{s^3 + 0.7378s^2 + 1.0222s + 0.3269}$$

❑ Hàm truyền bộ lọc Chebyshev mẫu: do $\omega_{pp} = 1$ nên

$$H_P(s) = \bar{H}(s) = \frac{0.3269}{s^3 + 0.7378s^2 + 1.0222s + 0.3269}$$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông cao (tt)

□ Hàm truyền bộ lọc thông cao Chebyshev:

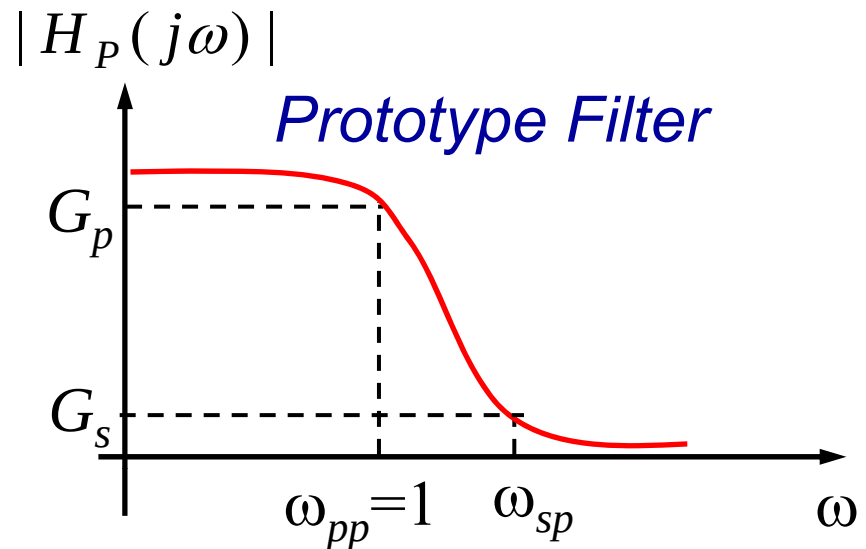
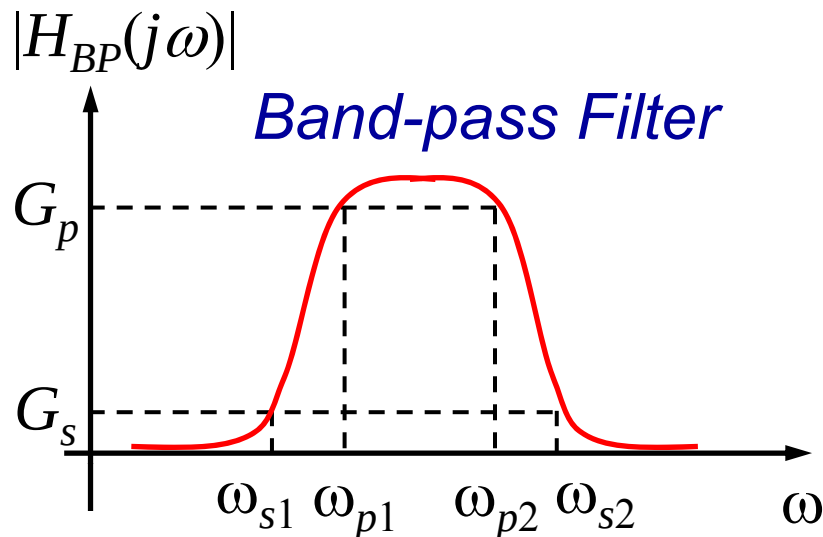
Sử dụng phép biến đổi tần số $T(s) = \frac{\omega_P}{s} = \frac{200}{s}$

$$H_{HP}(s) = H_P(T(s))$$

$$= \frac{0.3269}{\left(\frac{200}{s}\right)^3 + 0.7378\left(\frac{200}{s}\right)^2 + 1.0222\left(\frac{200}{s}\right) + 0.3269}$$

$$\Rightarrow H_{HP}(s) = \frac{s^3}{s^3 + 625.39s^2 + 90728.38s + 12.24 \times 10^6}$$

Phép biến đổi tần số để thiết kế lọc thông dải



$$\omega_{sp} = \min \left\{ \frac{\omega_{p1}\omega_{p2} - \omega_{s1}^2}{\omega_{s1}(\omega_{p2} - \omega_{p1})}, \frac{\omega_{s2}^2 - \omega_{p1}\omega_{p2}}{\omega_{s2}(\omega_{p2} - \omega_{p1})} \right\}$$

- ❑ Thiết kế bộ lọc mẫu có thông số như hình trên, sau đó thực hiện biến đổi tần số để được bộ lọc thông dải:

$$H_{BP}(s) = H_P(T(s))$$

với

$$T(s) = \frac{s^2 + \omega_{p1}\omega_{p2}}{(\omega_{p2} - \omega_{p1})s}$$

Thiết kế bộ lọc thông dải – Ví dụ 1

- ❑ T.kế bộ lọc thông dải Chebyshev thỏa mãn các yêu cầu sau:
 - Độ gợn r trong dải thông ($1000 \leq \omega \leq 2000$ rad/sec) ≤ 1 dB
 - Độ lợi dải chặn ($\omega \leq 450$ hoặc $\omega \geq 4000$ rad/sec) ≤ -20 dB

❑ **Giải:**

- ❑ Các thông số của bộ lọc thông dải theo yêu cầu thiết kế là:

$$\omega_{p1} = 1000(\text{rad / sec}), \quad \omega_{p2} = 2000(\text{rad / sec}), \quad r \leq 1 (\text{dB}),$$

$$\omega_{s1} = 450(\text{rad / sec}), \quad \omega_{s2} = 4000(\text{rad / sec}), \quad G_s = -20 (\text{dB})$$

- ❑ Suy ra các thông số của bộ lọc mẫu Chebyshev thông thấp là:

$$\omega_{sp} = \min \left\{ \frac{\omega_{p1}\omega_{p2} - \omega_{s1}^2}{\omega_{s1}(\omega_{p2} - \omega_{p1})}, \frac{\omega_{s2}^2 - \omega_{p1}\omega_{p2}}{\omega_{s2}(\omega_{p2} - \omega_{p1})} \right\} = \min\{3.99, 3.5\} = 3.5$$

$$\omega_{pp} = 1, \quad r \leq 1 (\text{dB}), \quad G_s = -20 (\text{dB})$$

Thiết kế bộ lọc thông dải – Ví dụ 1 (tt)

□ Tính bậc bộ lọc Chebyshev:

$$n \geq \frac{1}{\cosh^{-1}(\omega_{sp} / \omega_{pp})} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2}$$

$$= \frac{1}{\cosh^{-1}(3.5/1)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{20/10} - 1}{10^{1/10} - 1} \right)^{1/2} = 1.9 \quad \Rightarrow \text{Chọn } n = 2$$

□ Tính ε :

$$\frac{\sqrt{10^{-G_s/10} - 1}}{\cosh[n \cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{r/10} - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{10^{20/10} - 1}}{\cosh[2 \cosh^{-1}(3.5/1)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{1/10} - 1}$$

$$\Rightarrow 0.423 \leq \varepsilon \leq 0.509 \quad \text{Chọn } \varepsilon = 0.509 \quad \Rightarrow r_{design} = 1dB$$

Thiết kế bộ lọc thông dải – Ví dụ 1 (tt)

- Hàm truyền bộ lọc Chebyshev chuẩn hóa:

Tra bảng mẫu số bộ lọc Chebyshev (với $n=2, r=1$), ta được

$$C'_n(s) = s^2 + 1.0977s + 1.1025$$

$$K_n = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} = \frac{1.1025}{\sqrt{1 + 0.5088^2}} = 0.9826 \quad (\text{do } n \text{ chẵn})$$

$$\Rightarrow \bar{H}(s) = \frac{0.9826}{s^2 + 1.0977s + 1.1025}$$

- Hàm truyền bộ lọc Chebyshev mẫu: do $\omega_{pp} = 1$ nên

$$H_P(s) = \bar{H}(s) = \frac{0.9826}{s^2 + 1.0977s + 1.1025}$$

Thiết kế bộ lọc thông dải – Ví dụ 1 (tt)

□ Hàm truyền bộ lọc thông dải Chebyshev:

Sử dụng phép biến đổi tần số:

$$T(s) = \frac{s^2 + \omega_{p1}\omega_{p2}}{(\omega_{p2} - \omega_{p1})s} = \frac{s^2 + 2 \cdot 10^6}{1000s}$$

$$\Rightarrow H_{BP}(s) = H_P(T(s)) = \frac{0.9826}{\left(\frac{s^2 + 2 \cdot 10^6}{1000s}\right)^2 + 1.0977\left(\frac{s^2 + 2 \cdot 10^6}{1000s}\right) + 1.1025}$$

$$\Rightarrow H_{BP}(s) = \frac{9.826 \times 10^5 s^2}{s^4 + 1097.7s^3 + 5.1 \times 10^6 s^2 + 2.2 \times 10^9 s + 4 \times 10^{12}}$$

Thiết kế bộ lọc thông dải – Ví dụ 2

- ❑ T.kế bộ lọc thông dải Butterworth thỏa mãn các yêu cầu sau:
 - Độ lợi dải thông ($1000 \leq \omega \leq 2000$ rad/sec) ≥ -2.4 dB
 - Độ lợi dải chặn ($\omega \leq 450$ hoặc $\omega \geq 4000$ rad/sec) ≤ -20 dB

❑ **Giải:**

- ❑ Trước tiên, thiết kế bộ lọc Butterworth mẫu có các thông số:

$$\omega_{pp} = 1(\text{rad / sec})$$

$$\omega_{sp} = \min \left\{ \frac{\omega_{p1}\omega_{p2} - \omega_{s1}^2}{\omega_{s1}(\omega_{p2} - \omega_{p1})}, \frac{\omega_{s2}^2 - \omega_{p1}\omega_{p2}}{\omega_{s2}(\omega_{p2} - \omega_{p1})} \right\}$$

$$= \min \left\{ \frac{1000 \times 2000 - 450^2}{450(2000 - 1000)}, \frac{4000^2 - 1000 \times 2000}{4000(2000 - 1000)} \right\} = 3.5$$

$$G_p = -2.4 \text{ (dB)}, G_s = -20 \text{ (dB)}$$

Thiết kế bộ lọc thông dải – Ví dụ 2 (tt)

❑ Chọn bậc bộ lọc:

$$n \geq \frac{\lg[(10^{-G_s/10} - 1)/(10^{-G_p/10} - 1)]}{2 \lg(\omega_{sp} / \omega_{pp})} = \frac{\lg[(10^{20/10} - 1)/(10^{2.4/10} - 1)]}{2 \lg(3.5 / 1)} = 1.995$$

⇒ Chọn **$n = 2$**

❑ Chọn tần số cắt:

$$\begin{cases} \omega_C \geq \frac{\omega_p}{(10^{-G_p/10} - 1)^{1/(2n)}} = \frac{1}{(10^{2.4/10} - 1)^{1/(2 \times 2)}} = 1.078 \\ \omega_C \leq \frac{\omega_s}{(10^{-G_s/10} - 1)^{1/(2n)}} = \frac{3.5}{(10^{20/10} - 1)^{1/(2 \times 2)}} = 1.109 \end{cases}$$

⇒ Chọn **$\omega_C = 1.109$**

□ Hàm truyền bộ lọc mẫu:

$$\bar{H}(s) = \frac{1}{(s^2 + 1.414s + 1)}$$

$$\Rightarrow H_P(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{1.109}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{1.109}\right) + 1} = \frac{1.23}{s^2 + 1.569s + 1.23}$$

□ Biến đổi tần số:

$$T(s) = \frac{s^2 + \omega_{p1}\omega_{p2}}{(\omega_{p2} - \omega_{p1})s} = \frac{s^2 + 1000 \times 2000}{(2000 - 1000)s} = \frac{s^2 + 2 \cdot 10^6}{10^3 s}$$

Thiết kế bộ lọc thông dải – Ví dụ 2 (tt)

❑ Hàm truyền bộ lọc thông dải Butterworth cần thiết kế:

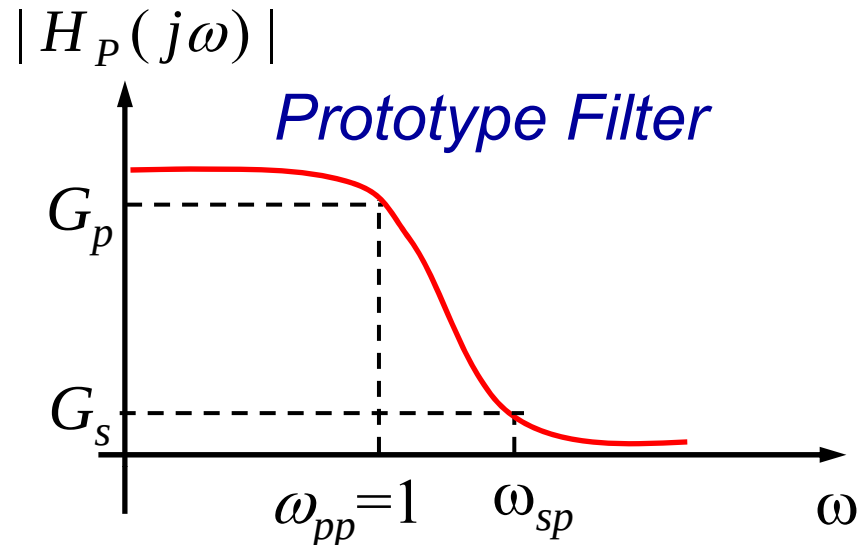
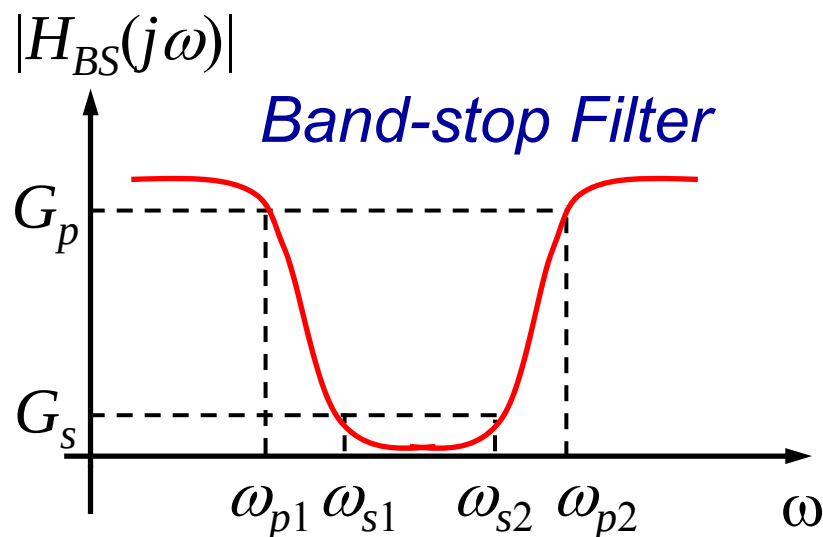
$$H_{BP}(s) = H_P(T(s))$$

$$\Rightarrow H_{BP}(s) = \frac{1.23}{\left(\frac{s^2 + 2 \cdot 10^6}{10^3 s}\right)^2 + 1.569 \left(\frac{s^2 + 2 \cdot 10^6}{10^3 s}\right) + 1.23}$$

❑ Kết luận:

$$H_{BP}(s) = \frac{1.12312 \times 10^6 s^2}{s^4 + 1569s^3 + 5.2312 \times 10^6 s^2 + 3.1384 \times 10^9 s + 4 \times 10^{12}}$$

Phép biến đổi tần số để thiết kế lọc chắn dải



$$\omega_{sp} = \min \left\{ \frac{\omega_{s1}(\omega_{p2} - \omega_{p1})}{\omega_{p1}\omega_{p2} - \omega_{s1}^2}, \frac{\omega_{s2}(\omega_{p2} - \omega_{p1})}{\omega_{s2}^2 - \omega_{p1}\omega_{p2}} \right\}$$

- ❑ Thiết kế bộ lọc mẫu có thông số như hình trên, sau đó thực hiện biến đổi tần số để được bộ lọc chắn dải:

$$H_{BS}(s) = H_P(T(s))$$

với

$$T(s) = \frac{(\omega_{p2} - \omega_{p1})s}{s^2 + \omega_{p1}\omega_{p2}}$$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông chắn dải

- ❑ T.kế bộ lọc chắn dải Butterworth thỏa mãn các yêu cầu sau:
- Độ lợi trong dải chắn ($100 \leq \omega \leq 150$ rad/sec) ≤ -20 dB
 - Độ lợi dải thông ($\omega \leq 60$ hoặc $\omega \geq 260$ rad/sec) ≥ -2.2 dB

❑ Giải:

- ❑ Thông số bộ lọc Butterworth mẫu:

$$\omega_{pp} = 1,$$

$$\omega_{sp} = \min \left\{ \frac{\omega_{s1}(\omega_{p2} - \omega_{p1})}{\omega_{p1}\omega_{p2} - \omega_{s1}^2}, \frac{\omega_{s2}(\omega_{p2} - \omega_{p1})}{\omega_{s2}^2 - \omega_{p1}\omega_{p2}} \right\}$$

$$= \min \left\{ \frac{100(260 - 60)}{60 \times 260 - 100^2}, \frac{150(260 - 60)}{150^2 - 60 \times 260} \right\} = 3.57$$

$$G_p = -2.2 \text{ (dB)}, \quad G_s = -20 \text{ (dB)}$$

Ví dụ thiết kế bộ lọc chắn dải

❑ Tính bậc bộ lọc Butterworth:

$$n \geq \frac{\lg[(10^{-G_s/10} - 1) / (10^{-G_p/10} - 1)]}{2 \lg(\omega_{sp} / \omega_{pp})}$$

$$= \frac{\lg[(10^{20/10} - 1) / (10^{2.2/10} - 1)]}{2 \lg(3.57 / 1)} = 1.97 \quad \Rightarrow \text{Chọn } n = 2$$

❑ Tính tần số ω_{cp} :

$$\begin{cases} \omega_{cp} \geq \frac{\omega_{pp}}{(10^{-G_p/10} - 1)^{1/(2n)}} = \frac{1}{(10^{2.2/10} - 1)^{1/(2 \times 2)}} = 1.1096 \\ \omega_{cp} \leq \frac{\omega_{sp}}{(10^{-G_s/10} - 1)^{1/(2n)}} = \frac{3.57}{(10^{20/10} - 1)^{1/(2 \times 2)}} = 1.1317 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Chọn $\omega_{cp} = 1.1096$

Ví dụ thiết kế bộ lọc thông dải

- Hàm truyền bộ lọc Butterworth chuẩn hóa:

Tra bảng đa thức Butterworth (với $n=2$), ta được

$$\Rightarrow \bar{H}(s) = \frac{1}{s^2 + 1.414s + 1}$$

- Hàm truyền bộ lọc Butterworth mẫu: do $\omega_{cp} = 1.096$ nên

$$H_P(s) = \bar{H}\left(\frac{s}{1.096}\right) = \frac{1}{\left(\frac{s}{1.096}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{1.096}\right) + 1}$$

$$\Rightarrow H_P(s) = \frac{1.2312}{s^2 + 1.5692s + 1.2312}$$

Ví dụ thiết kế bộ lọc chắn dải

□ Hàm truyền bộ lọc chắn dải Butterworth

Sử dụng phép biến đổi tần số:

$$T(s) = \frac{(\omega_{p2} - \omega_{p1})s}{s^2 + \omega_{p1}\omega_{p2}} = \frac{(260 - 60)s}{s^2 + 260 \times 60} = \frac{200s}{s^2 + 15600}$$

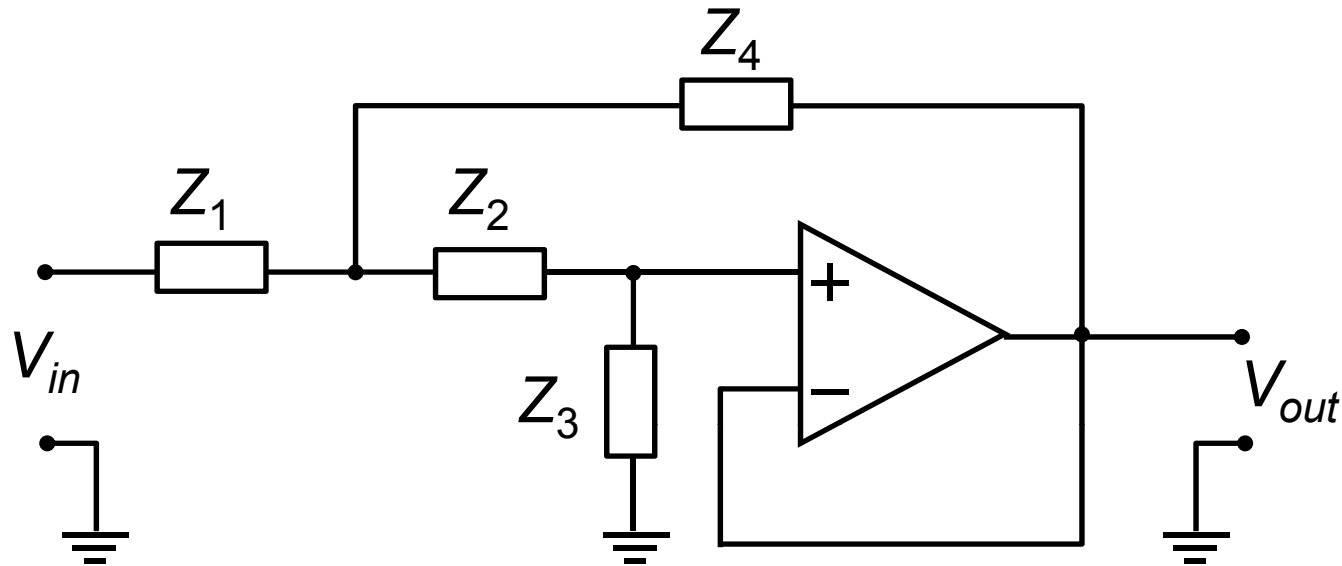
$$\Rightarrow H_{BS}(s) = H_P(T(s)) = \frac{1.2312}{\left(\frac{200s}{s^2 + 15600}\right)^2 + 1.5692\left(\frac{200s}{s^2 + 15600}\right) + 1.2312}$$

□ Kết luận: Hàm truyền bộ lọc chắn dải cần thiết kế là

$$H_{BS}(s) = \frac{(s^2 + 15600)^2}{s^4 + 254.9s^3 + 63690.9s^2 + 2.433 \times 10^8}$$

THỰC HIỆN MẠCH LỌC DÙNG OP-AMP

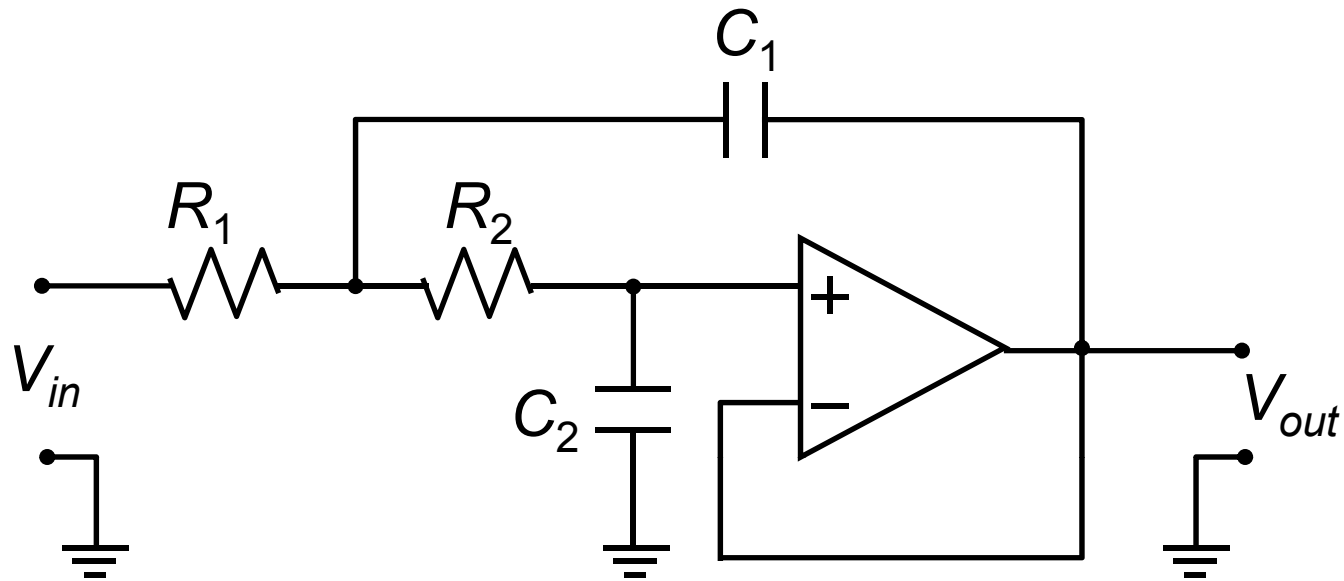
Mạch điện theo mô hình Sallen-Key



$$H(s) = \frac{Z_3 Z_4}{Z_1 Z_2 + (Z_1 + Z_2 + Z_3) Z_4}$$

- ❑ Thực hiện mạch lọc theo mô hình Sallen-Key ít tốn OP-AMP hơn so với cách thực hiện hệ thống tổng quát dùng OP-AMP đã học ở chương 5.

Mạch lọc thông thấp bậc 2 dùng OP-AMP

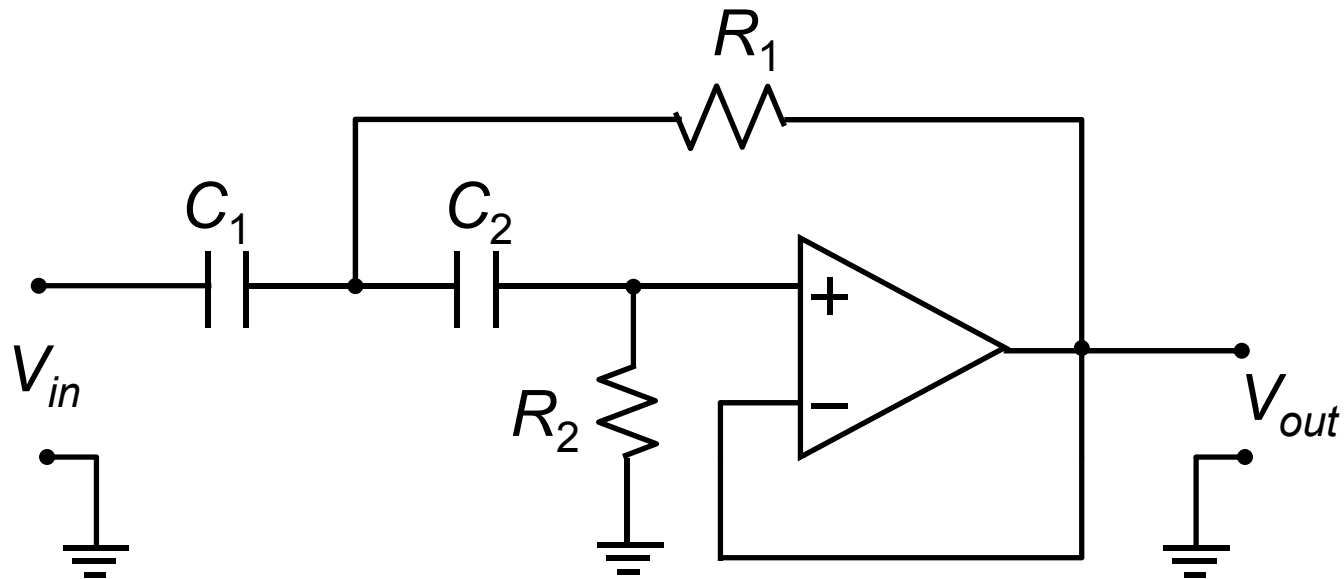


$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\xi = \frac{(R_1 + R_2)C_2}{2\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Mạch lọc thông cao bậc 2 dùng OP-AMP



$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\xi = \frac{(C_1 + C_2)R_1}{2\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Thiết kế bộ lọc dùng OP-AMP – Ví dụ 1

- ❑ T.kế bộ lọc thông thấp Butterworth thỏa mãn các yêu cầu sau:
 - Độ lợi dải thông ($\omega \leq 2\pi \times 10^3$ rad/sec) ≥ -3 dB
 - Độ lợi dải chặn ($\omega \geq 3.6\pi \times 10^3$ rad/sec) ≤ -20 dB

❑ **Giải:**

- ❑ Thông số bộ lọc cần thiết kế:

$$\omega_p = 2\pi \times 10^3$$

$$\omega_s = 3.6\pi \times 10^3$$

$$G_p = -3 \text{ (dB)},$$

$$G_s = -20 \text{ (dB)}$$

Thiết kế mạch lọc dùng Op-amp – Ví dụ 1

❑ Tính bậc bộ lọc Butterworth:

$$n \geq \frac{\lg[(10^{-G_s/10} - 1)/(10^{-G_p/10} - 1)]}{2 \lg(\omega_s / \omega_p)}$$

$$= \frac{\lg[(10^{20/10} - 1)/(10^{3/10} - 1)]}{2 \lg[(3.6\pi \times 10^3)/(2\pi \times 10^3)]} = 3.913 \quad \Rightarrow \text{Chọn } n = 4$$

❑ Tính tần số ω_c :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_c \geq \frac{\omega_p}{(10^{-G_p/10} - 1)^{1/(2n)}} = \frac{1}{(10^{3/10} - 1)^{1/(2 \times 4)}} = 6287 \\ \omega_c \leq \frac{\omega_s}{(10^{-G_s/10} - 1)^{1/(2n)}} = \frac{3.6\pi \times 10^3}{(10^{20/10} - 1)^{1/(2 \times 4)}} = 6368 \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$ Chọn $\omega_c = 6300$

Thiết kế mạch lọc dùng Op-amp – Ví dụ 1

□ Hàm truyền bộ lọc Butterworth chuẩn hóa:

Tra bảng đa thức Butterworth (với $n=4$), ta được

$$\Rightarrow \bar{H}(s) = \frac{1}{(s^2 + 0.76536s + 1)(s^2 + 1.8477s + 1)}$$

□ Hàm truyền bộ lọc Butterworth cần thiết kế

$$H_{LP}(s) = \bar{H}\left(\frac{s}{6300}\right) = \frac{1}{\left[\left(\frac{s}{6300}\right)^2 + 0.76536\left(\frac{s}{6300}\right) + 1\right] \cdot \left[\left(\frac{s}{6300}\right)^2 + 1.8477\left(\frac{s}{6300}\right) + 1\right]}$$

$$\Rightarrow H_{LP}(s) = \frac{6300^2 \times 6300^2}{(s^2 + 4821.39s + 6300^2)(s^2 + 11640.51s + 6300^2)}$$

Thiết kế mạch lọc dùng Op-amp – Ví dụ 1

❑ Thực hiện bộ lọc dùng OP-AMP, phân tích $H_{LP}(s)$ dưới dạng:

$$H_{LP}(s) = H_1(s)H_2(s)$$

$$\text{với } \begin{cases} H_1(s) = \frac{6300^2}{(s^2 + 4821.39s + 6300^2)} \\ H_2(s) = \frac{6300^2}{(s^2 + 11640.51s + 6300^2)} \end{cases}$$

Ta sẽ thực hiện bộ lọc dùng mạch điện mô hình Sallen-Key

Thiết kế mạch lọc dùng Op-amp – Ví dụ 1

$$H_1(s) = \frac{6300^2}{(s^2 + 4821.39s + 6300^2)}$$

$$\omega_n = 6300 ; \zeta = \frac{4821.39}{2 \times 6300} = 0.3826$$

$$\omega_n = 1 / \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2} = 6300 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega_n^2 (R_1 R_2 C_2)}$$

$$\zeta = \frac{(R_1 + R_2) C_2}{2 \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} = 0.3826 \Rightarrow (R_1 + R_2) C_2 = \frac{2 \times 0.3826}{6300}$$

$$\Leftrightarrow (R_1 + R_2) C_2 = 1.2146 \times 10^{-4} ; C_2 = 10nF \Rightarrow R_1 + R_2 = 12.146 \times 10^3$$

$$R_1 = 5.6k\Omega \Rightarrow R_2 = 6.5k\Omega$$

$$\Rightarrow C_1 = 1 / (5.6 \times 6.5 \times 10^6 \times 10^{-8} \times 6300^2) = 6.9 \times 10^{-8} = 69nF$$

Thiết kế mạch lọc dùng Op-amp – Ví dụ 1

$$H_2(s) = \frac{6300^2}{(s^2 + 11640.51s + 6300^2)}$$

$$\omega_n = 6300; \zeta = \frac{11640.51}{2 \times 6300} = 0.9238$$

$$\omega_n = 1 / \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2} = 6300 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega_n^2 (R_1 R_2 C_2)}$$

$$\zeta = \frac{(R_1 + R_2) C_2}{2 \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} = 0.9238 \Rightarrow (R_1 + R_2) C_2 = \frac{2 \times 0.9238}{6300}$$

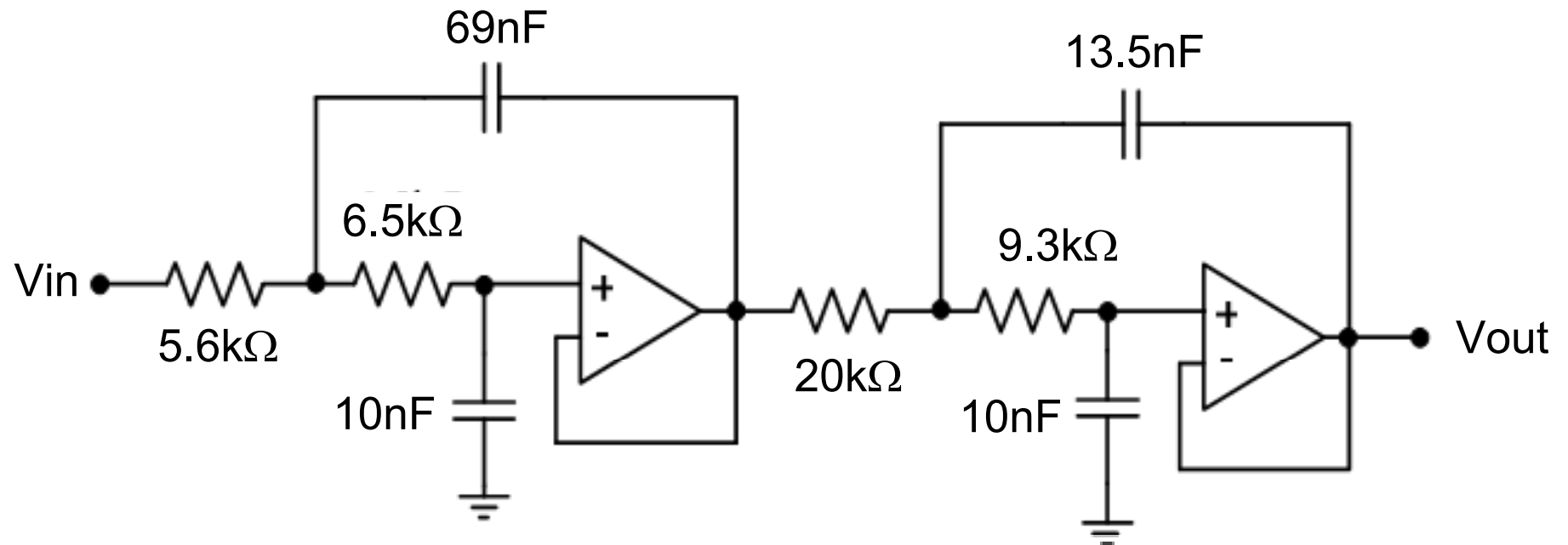
$$\Leftrightarrow (R_1 + R_2) C_2 = 2.9328 \times 10^{-4}; C_2 = 10nF \Rightarrow R_1 + R_2 = 29.328 \times 10^3$$

$$R_1 = 20k\Omega \Rightarrow R_2 = 9.3k\Omega$$

$$\Rightarrow C_1 = 1 / (20 \times 9.3 \times 10^6 \times 10^{-8} \times 6300^2) = 1.35 \times 10^{-8} = 13.5nF$$

Thiết kế mạch lọc dùng Op-amp – Ví dụ 1

Mạch thực hiện $H(s) = H_1(s).H_2(s)$



$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\cosh^{-1}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$$

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\sinh^{-1}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$