



Chương 5: Điều chế góc sóng mang liên tục

- 5.1 Điều chế tần số (FM) và điều chế pha (PM)
- 5.2 Bảng thông truyền FM/PM
- 5.3 Giải điều chế FM/PM
- 5.4 Sơ đồ điều chế/giải điều chế



5.1 Điều chế FM & PM

- Thông số
- Biểu thức
- Dạng sóng
- Phổ
- Băng thông
 - Băng rộng
 - Băng hẹp
- Công suất
- Ảnh hưởng của lọc tuyến tính

$$f_{\Delta} \ll f_c \quad 0 < \phi_{\Delta} \leq 180^{\circ}$$



Điều chế góc

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi(t)) = A_c \cos \Theta_c(t) = A_c \operatorname{Re}[e^{j\Theta_c(t)}]$$

- Góc tức thời: $\Theta_c(t)$
- Tần số tức thời: $f(t) = \frac{\dot{\Theta}_c(t)}{2\pi} = f_c + \frac{\dot{\phi}(t)}{2\pi}$
- Pha tức thời: $\phi(t)$ $\dot{\phi}(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$

Biểu thức FM/PM

Instantaneous phase

Instantaneous frequency

PM

$$\phi_{\Delta} x(t)$$

$$f_c + \frac{\phi_{\Delta} \dot{x}(t)}{2\pi}$$

FM

$$2\pi f_{\Delta} \int_{t_0}^t x(\lambda) d\lambda$$

$$f_c + f_{\Delta} x(t)$$

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi_{\Delta} x(t)) \quad x_c(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + 2\pi f_{\Delta} \int_{t_0}^t x(\lambda) d\lambda\right)$$

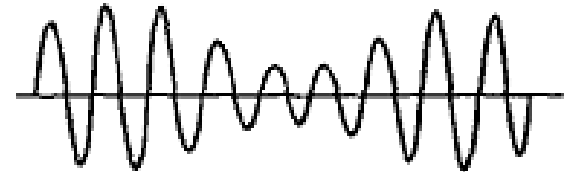
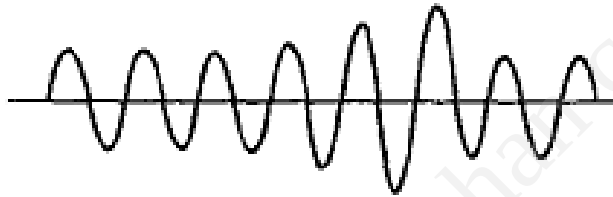
$$S_T = \frac{A_c^2}{2}$$

Dạng sóng FM/PM

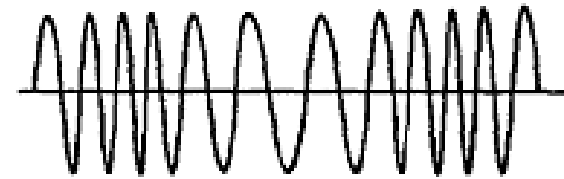
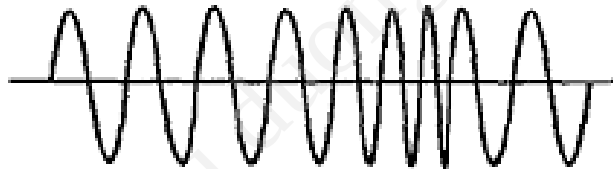
Modulating
signal



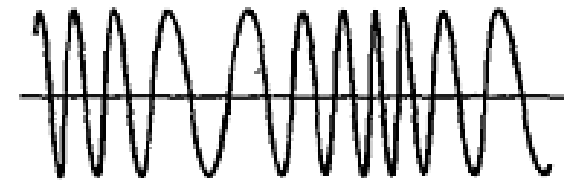
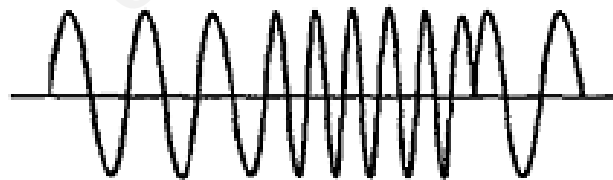
AM



FM



PM



Phổ FM/PM đơn tần

$$x(t) = \begin{cases} A_m \sin \omega_m t & \text{PM} \\ A_m \cos \omega_m t & \text{FM} \end{cases}$$

$$\phi(t) = \beta \sin \omega_m t, \quad \text{with} \quad \beta = \begin{cases} \phi_{\Delta} A_m & \text{PM} \\ \frac{A_m}{f_m} f_{\Delta} & \text{FM} \end{cases}$$

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi(t)) = x_{ci}(t) \cos \omega_c t - x_{cq}(t) \sin \omega_c t$$

$$= A_c \left\{ \underbrace{\cos(\beta \sin \omega_m t)}_{\downarrow} \cos \omega_c t - \underbrace{\sin(\beta \sin \omega_m t)}_{\downarrow} \sin \omega_c t \right\}$$

Periodic functions



Biểu thức (dạng có thể vẽ phổ) của tín hiệu sau điều chế góc

$$\cos(\beta \sin \omega_m t) = J_0(\beta) + \sum_{n \text{ even}}^{\infty} 2 J_n(\beta) \cos n \omega_m t$$

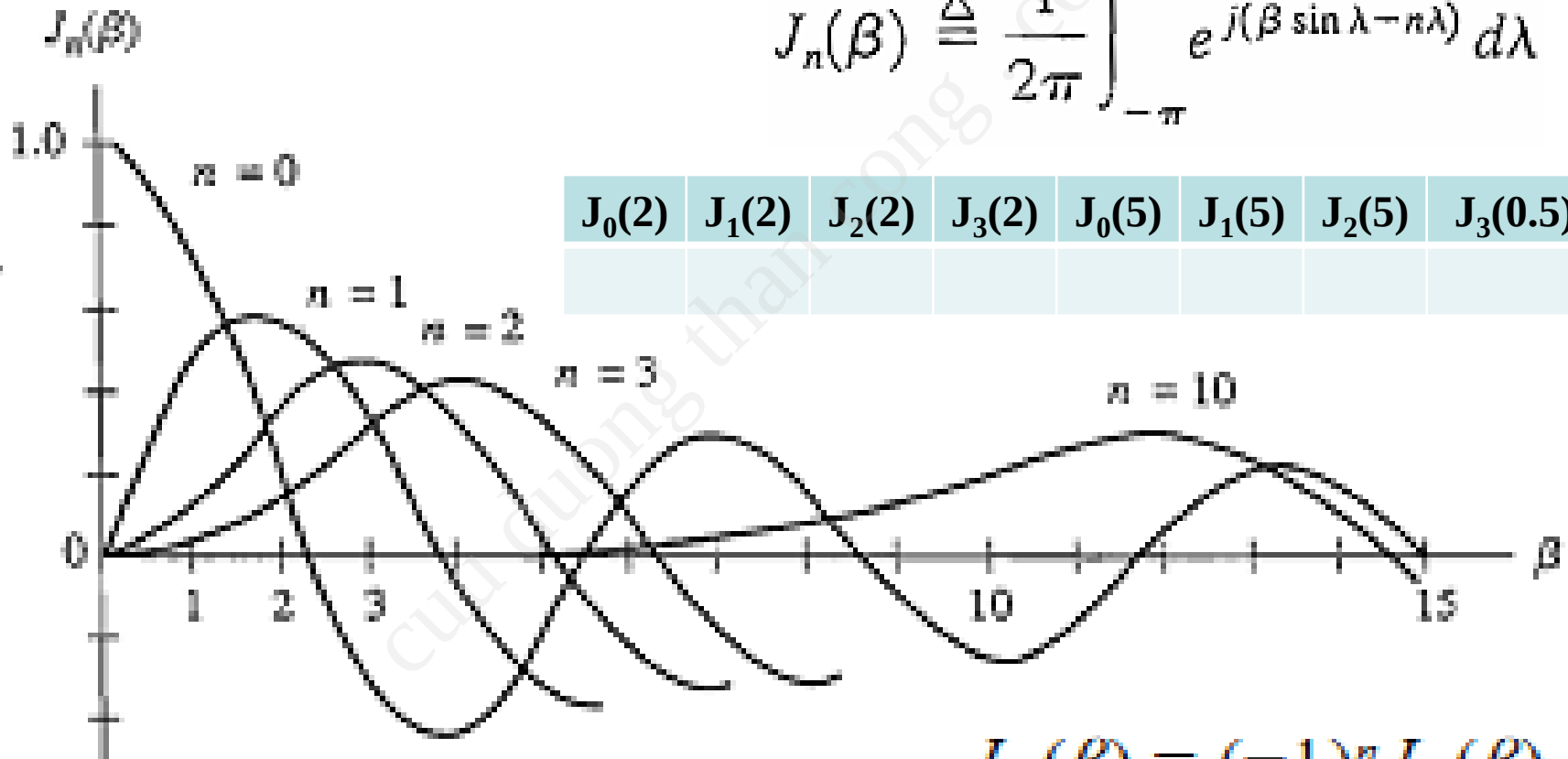
$$\sin(\beta \sin \omega_m t) = \sum_{n \text{ odd}}^{\infty} 2 J_n(\beta) \sin n \omega_m t$$

$$x_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \cos(\omega_c + n \omega_m)t$$

- Kết quả trên không đổi cho **phổ biên độ** trong trường hợp thay đổi pha của sóng mang và tín hiệu thông tin (với điều kiện phổ không trùng lặp).

Đồ thị hàm Bessel loại 1

$$J_n(\beta) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin \lambda - n\lambda)} d\lambda$$



$J_0(2)$	$J_1(2)$	$J_2(2)$	$J_3(2)$	$J_0(5)$	$J_1(5)$	$J_2(5)$	$J_3(0.5)$

$$J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta)$$



Bảng hàm Bessel loại 1 (sai số 1%)

n	$J_n(0.1)$	$J_n(0.2)$	$J_n(0.5)$	$J_n(1.0)$	$J_n(2.0)$	$J_n(5.0)$	$J_n(10)$	n
0	1.00	0.99	0.94	0.77	0.22	-0.18	-0.25	0
1	0.05	0.10	0.24	0.44	0.58	-0.33	0.04	1
2			0.03	0.11	0.35	0.05	0.25	2
3				0.02	0.13	0.36	0.06	3
4					0.03	0.39	-0.22	4
5						0.26	-0.23	5
6						0.13	-0.01	6
7						0.05	0.22	7
8						0.02	0.32	8
9							0.29	9
10							0.21	10
11							0.12	11
12							0.06	12
13							0.03	13
14							0.01	14

Ví dụ 1

Consider tone-modulated FM with $A_c = 100$, $A_m f_\Delta = 8$ kHz, and $f_m = 4$ kHz. Draw the line spectrum for $f_c = 30$ kHz and for $f_c = 11$ kHz.

$$\beta = 8 \text{ kHz} / 4 \text{ kHz} = 2$$

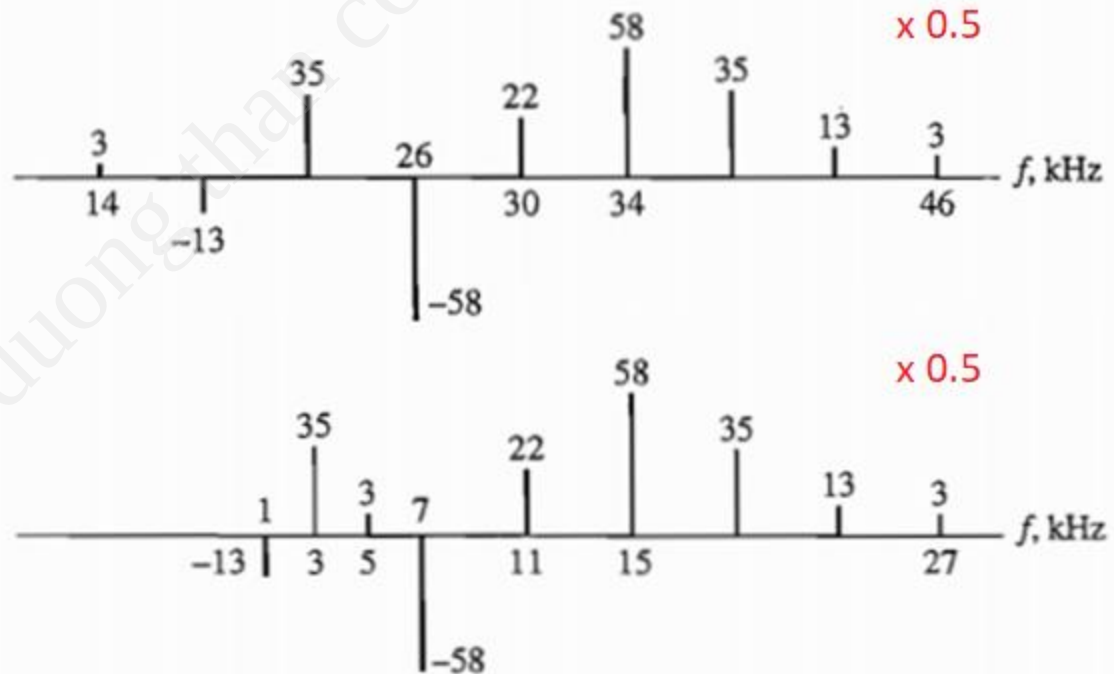
$$f_c = 30 \text{ kHz}$$

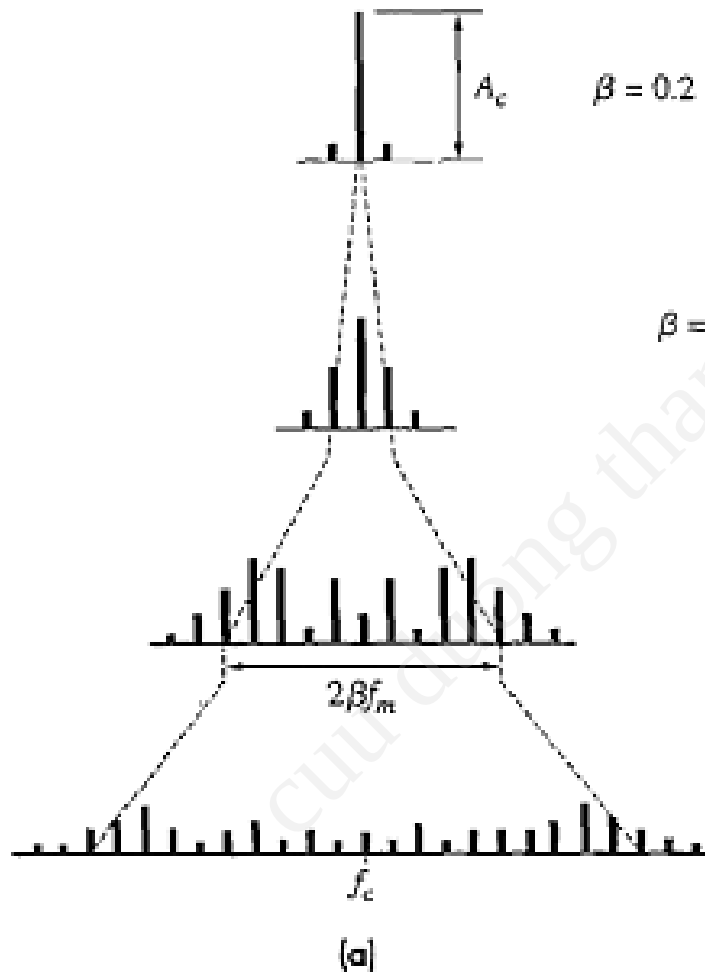
$$f_c = 11 \text{ kHz}$$

Note “folded” terms at

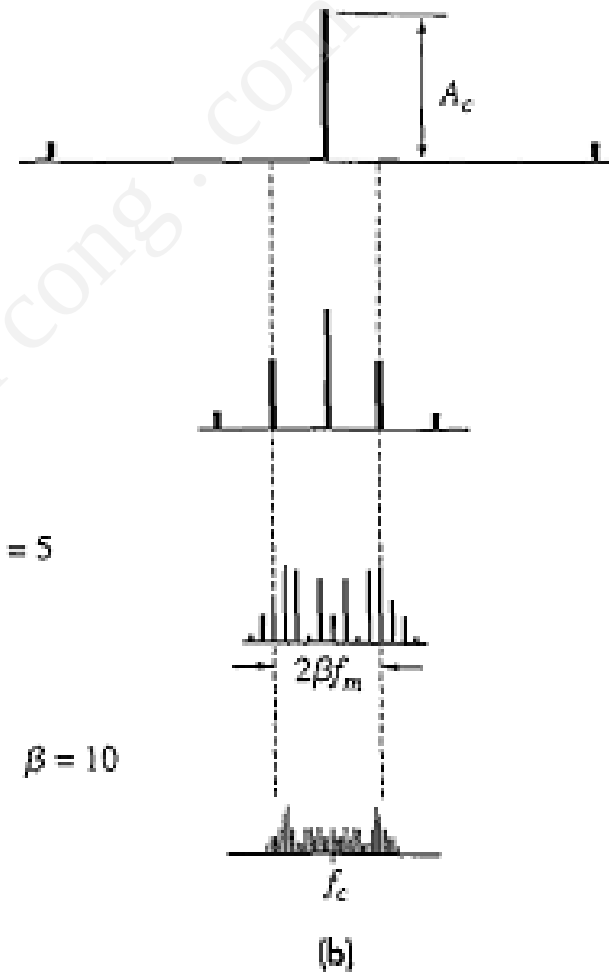
$$|11 - 12| = 1 \text{ kHz}$$

$$|11 - 16| = 5 \text{ kHz}$$





FM or PM with f_m fixed



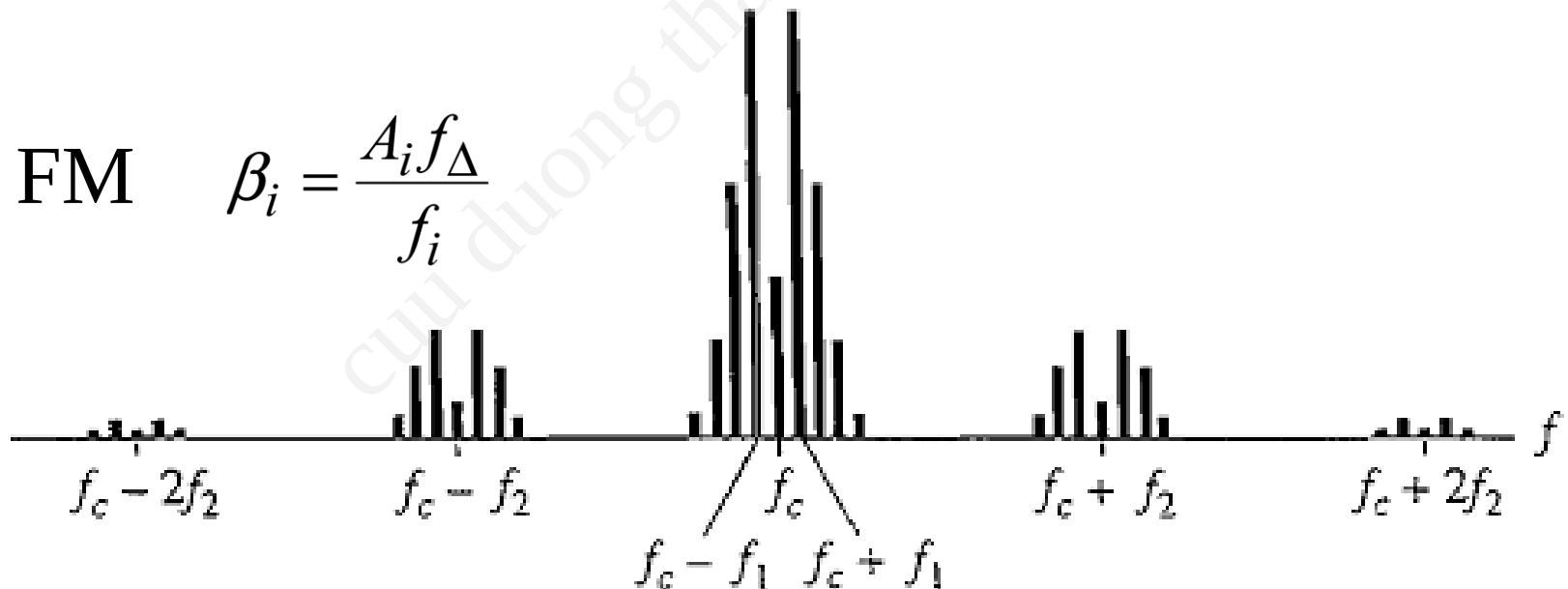
FM with $A_m f_\Delta$ fixed

Phổ FM/PM đa tần

$$x(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t$$

$$\Rightarrow x_c(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_1) J_m(\beta_2) \cos(\omega_c + n\omega_1 + m\omega_2)t$$

■ FM $\beta_i = \frac{A_i f_{\Delta}}{f_i}$



5.2 Bảng thông FM/PM

- Khi A_m cố định và f_m cố định

- Trường hợp β có trong bảng tra (sai số ε)

$$0.01 < \varepsilon < 0.1 \quad J_M(\beta) \geq \varepsilon \quad J_{M+1}(\beta) < \varepsilon$$

- Trường hợp β không có trong bảng tra $\rightarrow$ ước lượng $B = 2 M(\beta) f_m$

- **Tiêu chuẩn Carson: $B = 2.(1 + \beta).f_m$**

- Khi A_m thay đổi $[0 \div 1]$ và f_m thay đổi $[0 \div W] \rightarrow$ tính **bảng thông tối đa** theo tiêu chuẩn Carson

- FM ($f_m = W$ và $A_m = 1$) $\rightarrow B_{FMmax} = 2.(f_m + f_\Delta) = 2.(1 + D).f_m$

với tỉ số di tần $D = f_\Delta/W$

- PM ($A_m = 1$) $\rightarrow B_{PMmax} = 2.(1 + \phi_\Delta).f_m$



Các thuật ngữ FM đơn tần

Carrier signal	$A_c \cos(\omega_c t)$
Carrier frequency	$\omega_c = 2\pi f_c$
Modulating wave $m(t)$	$A_m \cos(\omega_m t)$ A single tone frequency
Modulating frequency	$\omega_m = 2\pi f_m$ (radians/sec)
Deviation sensitivity	k_f
Deviation	$\Delta f = k_f A_m$
Modulation Index	$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$
Instantaneous frequency	$f_i = f_c + k_f A_m \cos(\omega_m t) = f_c + \Delta f \cos(\omega_m t)$
Remember	$\varphi_{FM}(t) = A_c \left[\cos \left(\omega_c t + k_f \left(\int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right) \right) \right]$, generally
Modulated wave	$\varphi_{FM}(t) = A_c \left[\cos \left(\omega_c t + \frac{k_f A_m}{f_m} \sin(\omega_m t) \right) \right]$
or	$\varphi_{FM}(t) = A_c [\cos(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t))]$

Ví dụ 2

$$\varphi_{FM}(t) = 10 \left[\cos(2\pi(10^6)t + 8\sin(2\pi(10^3)t)) \right]$$

Determine

- a) the carrier frequency f_c
- b) the modulation index β
- c) the peak frequency deviation Δf
- d) the bandwidth of $\varphi_{FM}(t)$



FM thương mại

Commercial FM broadcast stations in the United States are limited to a maximum frequency deviation of 75 kHz, and modulating frequencies typically cover 30 Hz to 15 kHz. Letting $W = 15$ kHz, the deviation ratio is $D = 75 \text{ kHz} / 15 \text{ kHz} = 5$ and Eq. (6) yields $B_T \approx 2(5 + 2) \times 15 \text{ kHz} = 210 \text{ kHz}$. High-quality FM radios have bandwidths of at least 200 kHz. Carson's rule in Eq. (5) underestimates the bandwidth, giving $B_T \approx 180 \text{ kHz}$.

If a single modulating tone has $A_m = 1$ and $f_m = 15$ kHz, then $\beta = 5$, $M(\beta) \approx 7$, and Eq. (1) shows that $B = 210 \text{ kHz}$. A lower-frequency tone, say 3 kHz, would result in a larger modulation index ($\beta = 25$), a greater number of significant sideband pairs ($M = 27$), but a smaller bandwidth since $B = 2 \times 27 \times 3 \text{ kHz} = 162 \text{ kHz}$.



5.3 Giải điều chế FM/PM

- **Tách sóng pha:** cho ra thành phần chênh lệch pha tức thời giữa tín hiệu ngõ vào và tín hiệu sóng mang.
- **Tách sóng tần số:** cho ra đạo hàm của thành phần chênh lệch pha tức thời giữa tín hiệu ngõ vào và tín hiệu sóng mang.
- **Đều là các tách sóng đồng bộ (cần đồng bộ sóng mang điều chế)**

Các loại tách sóng

$$y(t) = \begin{cases} v_i(t) & \text{synchronous detector} \\ A_v(t) - \overline{A_v} & \text{envelope detector} \\ \phi_v(t) & \text{phase detector} \\ \frac{1}{2\pi} \dot{\phi}_v(t) & \text{frequency detector} \end{cases}$$

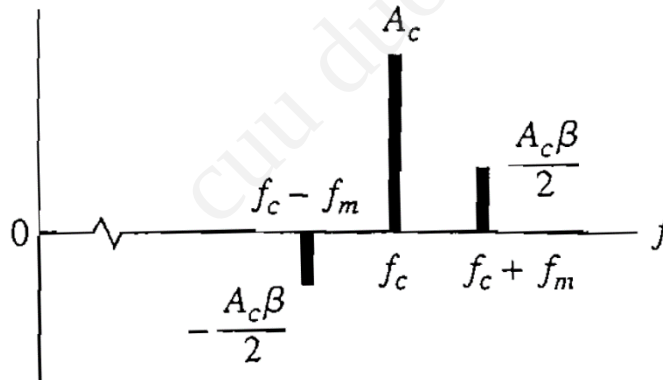
	$x(t)$ is input to an ideal	Detector output proportional to
i)	Coherent detector	$x_c(t)$
ii)	Envelope detector	$A(t)$
iii)	Phase detector	$\varphi(t)$
iv)	Frequency detector	$\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$

Bảng hệ FM/PM

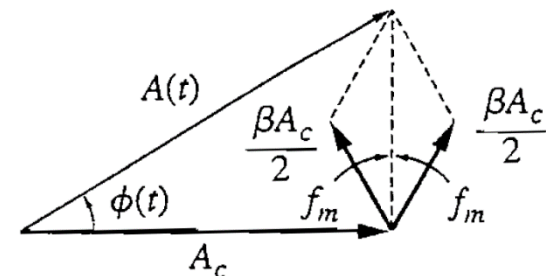
- Narrow band: $\beta \ll 1$ and thus (from Taylor expansion):

$$x_{ci}(t) \cong A_c \quad x_c(t) \cong A_c \cos \omega_c t - A_c \beta \sin \omega_m t \sin \omega_c t$$

$$x_{cq}(t) \cong A_c \phi(t) = A_c \cos \omega_c t - \frac{A_c \beta}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{A_c \beta}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t$$



(a)



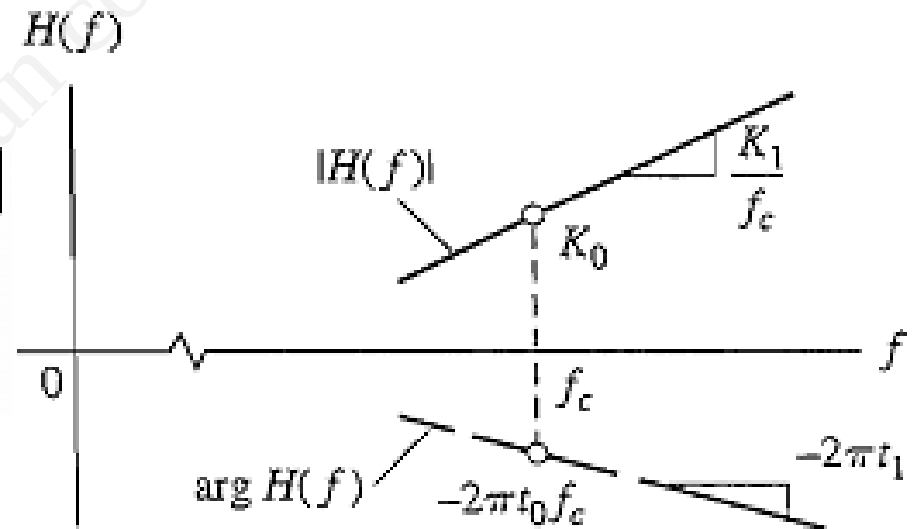
(b)

Méo tuyến tính FM/PM

- Méo biên độ tuyến tính: xuất hiện thành phần AM $\rightarrow$ dùng bộ giới hạn (limiter)

$$y_c(t) = A(t) \cos[\omega_c(t - t_0) + \phi(t - t_1)]$$

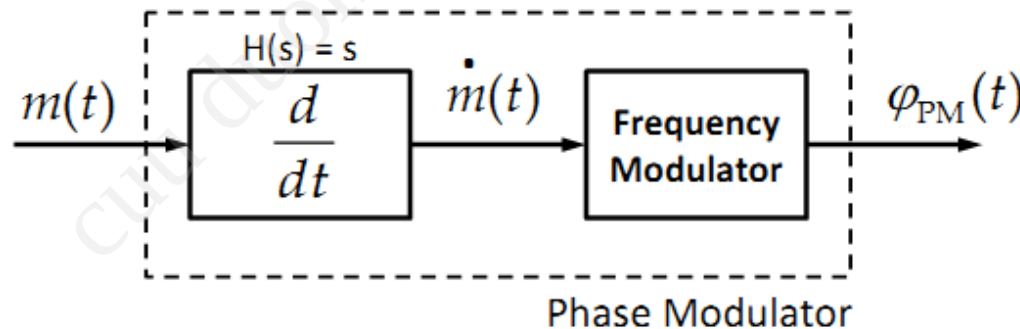
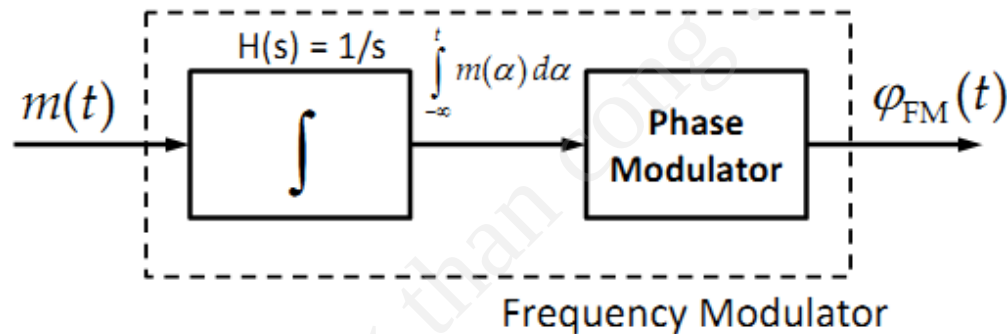
$$A(t) = A_c \left[K_0 + \frac{K_1 f_\Delta}{f_c} x(t - t_1) \right]$$



- Méo pha phi tuyến: ảnh hưởng!

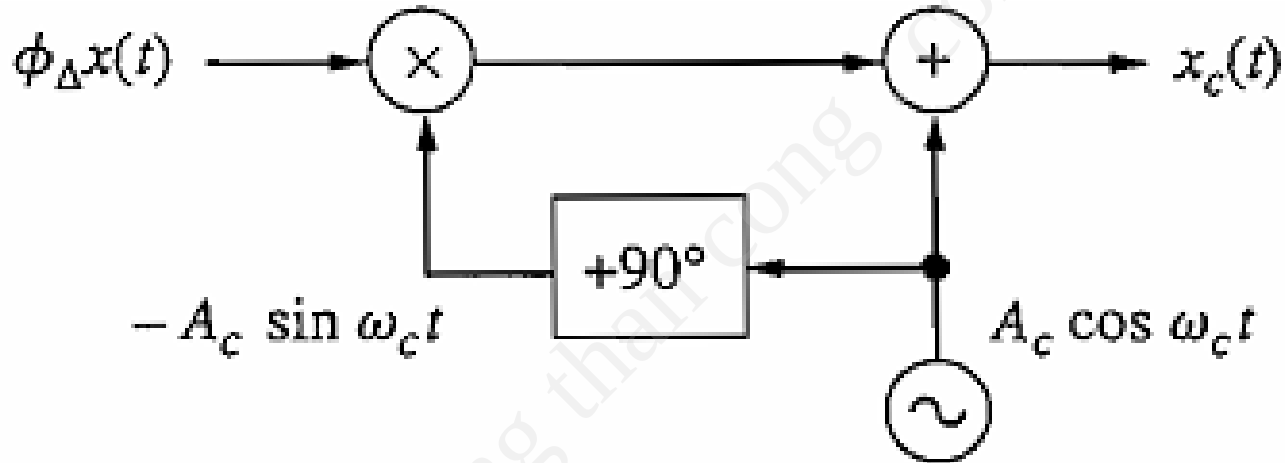
5.5 Sơ đồ điều chế/giải điều chế

- Điều chế trực tiếp/ gián tiếp



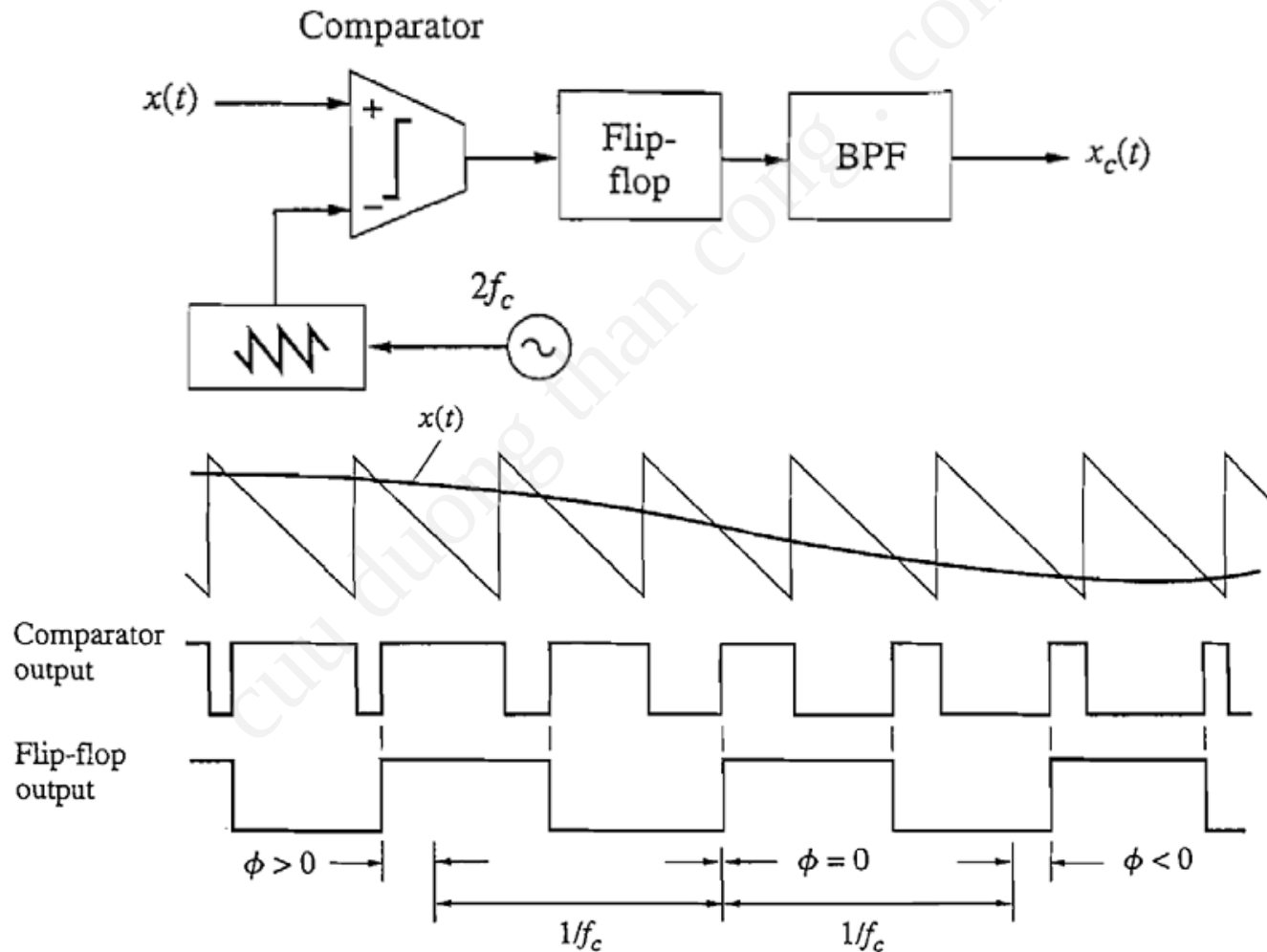
- Điều chế băng hẹp/ băng rộng

Điều chế NBPM (độ nhảy pha nhỏ)

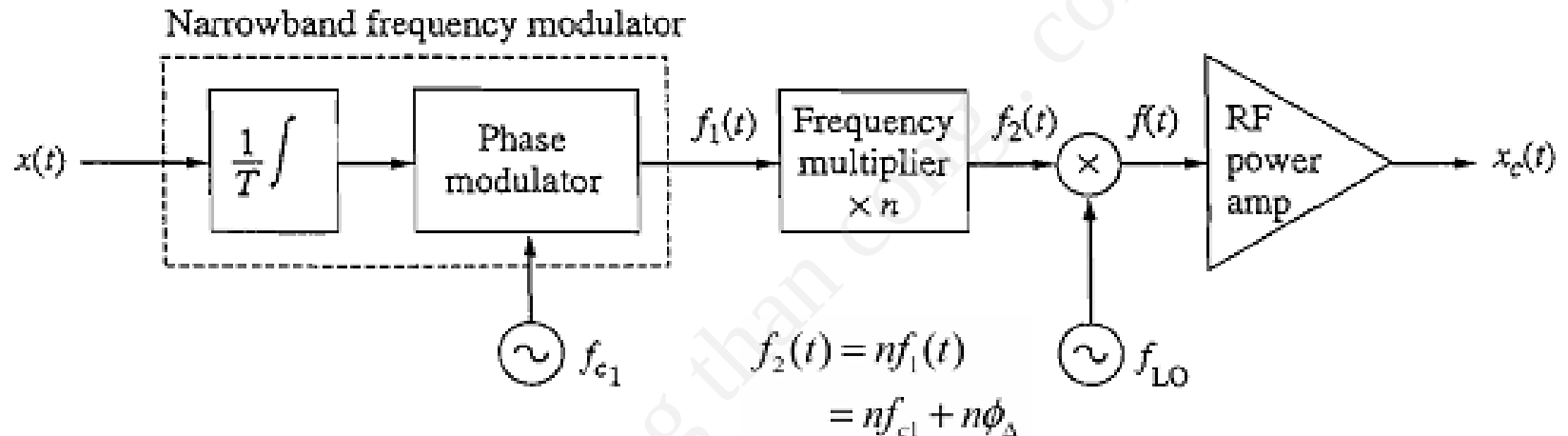


$$x_c(t) \approx A_c \cos \omega_c t - A_c \phi_{\Delta} x(t) \sin \omega_c t$$

Điều chế NBPM (độ nhạy pha lớn)



Điều chế WBFM (gián tiếp)



$$f_1(t) = f_{c_1} + \frac{\phi_{\Delta}}{2\pi T} x(t) \quad f_2(t) = n f_1(t) = n f_{c_1} + \underbrace{n \frac{\phi_{\Delta}}{2\pi T}}_{f_{\Delta}} x(t)$$

$$\frac{\phi_{\Delta}}{2\pi T} = 15 \text{ Hz}$$

$$f_{c_1} = 200 \text{ kHz}$$

$$f_{\Delta} = 75 \text{ kHz}$$

$$\Rightarrow n = 75 \text{ kHz} / 15 \text{ Hz} = 5000$$

$$n f_{c_1} \cong 1000 \text{ MHz} \Rightarrow f_{LO} = 900 \text{ MHz}$$



Tóm tắt

- Đặc tính và phân loại điều chế góc?
- Thông số, biểu thức, dạng sóng, phổ, băng thông, công suất, SNR và sơ đồ điều chế/giải điều chế?
- Mối quan hệ giữa các loại điều chế?
- So sánh ưu nhược điểm của mỗi loại điều chế?
- Ứng dụng của mỗi loại điều chế?
- Hàm Bessel loại 1 dùng trong FM/PM?



Bài tập 1

- Cho tín hiệu đơn tần cần điều chế $x(t) = 0.8\cos 4\pi t$ (t:ms) và sóng mang $10\sin 20\pi t$ (t:ms).
- a) Tín hiệu $x(t)$ được điều chế tần số (FM) với độ di tần $f_{\Delta} = 2.5\text{KHz}$. Vẽ phổ biên độ (tần số dương) của tín hiệu sau điều chế.
- b) Tín hiệu $x(t)$ được điều chế pha (PM) với độ di pha $\varphi_{\Delta} = 2.5\text{rad}$. Xác định băng thông của tín hiệu sau điều chế.
- c) Thiết kế 1 sơ đồ nguyên lý của bộ điều chế FM với độ di tần f_{Δ} từ các bộ điều chế PM (độ di pha φ_{Δ}), bộ tạo sóng mang, bộ tích phân/vi phân, bộ khuếch đại và bộ cộng.
- d) Thiết kế 1 sơ đồ nguyên lý của bộ giải điều chế FM từ các bộ giải điều chế PM, bộ tích phân/vi phân, bộ khuếch đại và bộ cộng.

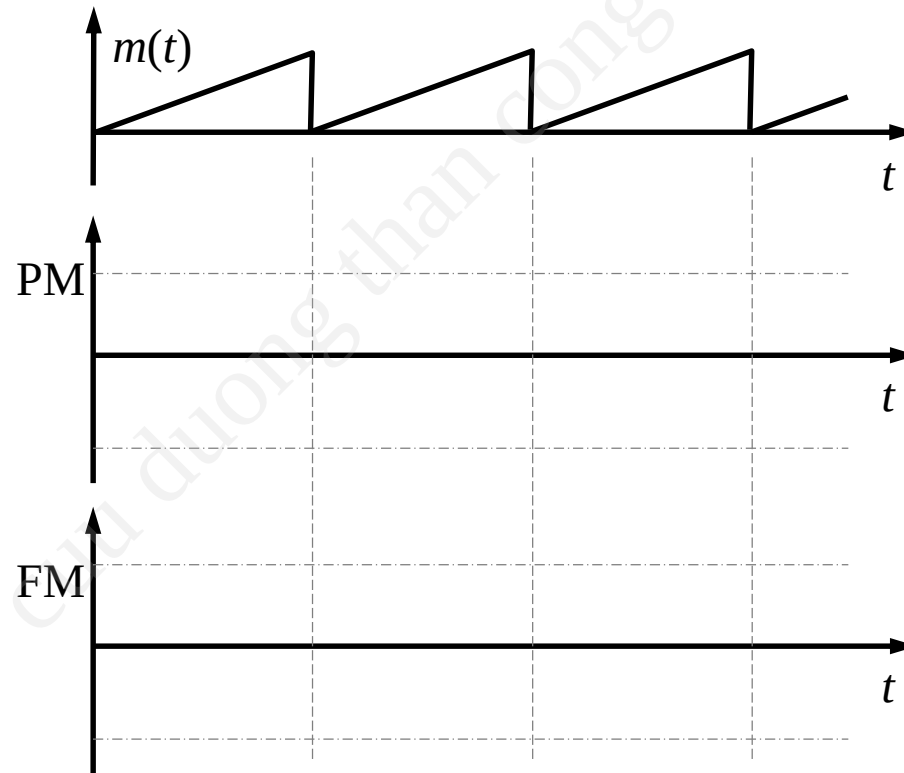


Bài tập 2

- Cho sóng mang có biểu thức $10\cos 10\pi t$ (t:ms).
- a) Cho tín hiệu sau điều chế tần số $x_{\text{FM}}(t) = 10\cos(10\pi t + 2\sin\pi t)$ (t:ms) với độ di tần $f_{\Delta} = 2\text{KHz}$. Xác định băng thông của tín hiệu sau điều chế và tính công suất của tín hiệu thông tin cần điều chế.
- b) Cho tín hiệu $x(t) = 0.5\sin 2\pi t$ (t:ms) được điều chế pha (PM) với độ di pha $\varphi_{\Delta} = 90^\circ$. Vẽ dạng sóng và ước lượng băng thông truyền theo tiêu chuẩn Carson của tín hiệu sau điều chế.

Bài tập 3

- Vẽ dạng sóng điều chế FM và PM cho tín hiệu sau:





Bài tập 4

- 5.1-1** Sketch and label $\phi(t)$ and $f(t)$ for PM and FM when $x(t) = A\Lambda(t/\tau)$. Take $\phi(-\infty) = 0$ in the FM case.
- 5.1-2** Do Prob. 5.1-1 with $x(t) = A\cos(\pi t/\tau)\Pi(t/2\tau)$.
- 5.1-3** Do Prob. 5.1-1 with $x(t) = \frac{4At}{t^2 - 16}$ for $t > 4$.



Bài tập 5

5.1-4* A *frequency-sweep generator* produces a sinusoidal output whose instantaneous frequency increases linearly from f_1 at $t = 0$ to f_2 at $t = T$. Write $\theta_c(t)$ for $0 \leq t \leq T$.



Bài tập 6

5.1-8

Tone modulation is applied simultaneously to a frequency modulator and a phase modulator and the two output spectra are identical. Describe how these two spectra will change when: (a) the tone amplitude is increased or decreased; (b) the tone frequency is increased or decreased; (c) the tone amplitude and frequency are increased or decreased in the same proportion.



Bài tập 7

- 5.1-9** Consider a tone-modulated FM or PM wave with $f_m = 10$ kHz, $\beta = 2.0$, $A_c = 100$, and $f_c = 30$ kHz. (a) Write an expression for $f(t)$. (b) Draw the line spectrum and show therefrom that $S_T < A_c^2/2$.
- 5.1-10*** Do Prob. 5.1-9 with $f_m = 20$ kHz and $f_c = 40$ kHz, in which case $S_T > A_c^2/2$.



Bài tập 8

- 5.1-11** Construct phasor diagrams for tone-modulated FM with $A_c = 10$ and $\beta = 0.5$ when $\omega_m t = 0, \pi/4$, and $\pi/2$. Calculate A and ϕ from each diagram and compare with the theoretical values.
- 5.1-12** Do Prob. 5.1-11 with $\beta = 1.0$.



Bài tập 9

- 5.1-13** A tone-modulated FM signal with $\beta = 1.0$ and $f_m = 100$ Hz is applied to an ideal BPF with $B = 250$ Hz centered at $f_c = 500$. Draw the line spectrum, phasor diagram, and envelope of the output signal.
- 5.1-14** Do Prob. 5.1-13 with $\beta = 5.0$.



Bài tập 10

- 5.2-1** A message has $W = 15$ kHz. Estimate the FM transmission bandwidth for $f_{\Delta} = 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50, 100,$ and 500 kHz.
- 5.2-2** Do Prob. 5.2-1 with $W = 5$ kHz.



Bài tập 11

5.2-7

An FM system with $f_{\Delta} = 30$ kHz has been designed for $W = 10$ kHz. Approximately what percentage of B_T is occupied when the modulating signal is a unit-amplitude tone at $f_m = 0.1, 1.0$, or 5.0 kHz? Repeat your calculations for a PM system with $\phi_{\Delta} = 3$ rad.



Bài tập 12

5.3–6

Design a wireless stereo speaker system using indirect FM. Assuming $W = 15$ kHz, $D = 5$, $f_{c1} = 500$ kHz, $f_c = 915$ MHz, and $\phi_{\Delta}/2\pi T < 20$, determine the number of triplers needed in your multiplier stage, and find the value of f_{LO} needed to design your system.



Bài tập 13

5.3–7

The audio portion of a television transmitter is an indirect FM system having $W = 10$ kHz, $D = 2.5$, and $f_c = 4.5$ MHz. Devise a block diagram of this system with $\phi_{\Delta}/2\pi T < 20$ Hz and $f_c = 200$ kHz. Use the shortest possible multiplier chain consisting of frequency triplers and doublers, and locate the down-converter such that no frequency exceeds 100 MHz.



Bài tập 14

5.3–8

A signal with $W = 4$ kHz is transmitted using indirect FM with $f_c = 1$ MHz and $f_\Delta = 12$ kHz. If $\phi_\Delta/2\pi T < 100$ and $f_{c1} = 10$ kHz, how many doublers will be needed to achieve the desired output parameters? Draw the block diagram of the system indicating the value and location of the local oscillator such that no frequency exceeds 10 MHz.



Bài tập 15

5.4-4

You are talking on your cordless phone, which uses amplitude modulation, when someone turns on a motorized appliance, causing static on the phone. You switch to your new FM cordless phone, and the call is clear. Explain.

cuu duong than cong .com