

ĐHBK Tp HCM-Khoa Đ-ĐT
BMĐT
GVPT: Hồ Trung Mỹ
Môn học: Dụng cụ bán dẫn

Chương 3

Các hiện tượng vận chuyển hạt dẫn

Nội dung

1. Sự trôi hạt dẫn
2. Sự khuếch tán hạt dẫn
3. Các quá trình sinh và tái hợp
4. Phương trình liên tục

Giới thiệu

- Trong chương này, chúng ta khảo sát các hiện tượng vận chuyển khác nhau trong các dụng cụ bán dẫn.
- Các quá trình vận chuyển bao gồm trôi, khuếch tán, tái hợp, sinh, phát xạ nhiệt ion, tunnel [đường hầm], và ion hóa va chạm. Chúng ta xét các chuyển động của hạt dẫn (electron và lỗ) trong bán dẫn dưới ảnh hưởng của điện trường và gradient nồng độ hạt dẫn.
- Chúng ta cũng bàn về các khái niệm điều kiện không cân bằng mà ở đó tích số nồng độ hạt dẫn np khác với giá trị cân bằng của nó là n_i^2 .
- Tiếp theo xét điều kiện trở lại trạng thái cân bằng thông qua các quá trình sinh-tái hợp.
- Sau đó chúng tôi tìm được các phương trình cơ bản cho việc vận hành dụng cụ bán dẫn, bao gồm các phương trình mật độ dòng điện hiện tại và phương trình liên tục

3

3.1 Sự trôi hạt dẫn

4

3.1.1 Độ linh động

- Ta xét một mẫu bán dẫn loại N với nồng độ donor đều trong điều kiện cân bằng nhiệt.
- Dưới trạng thái cân bằng nhiệt, nhiệt năng trung bình của một điện tử ở dải dẫn có thể được lấy từ các định lý cân bằng vùng năng lượng, $1/2 kT$ năng lượng cho mỗi bậc tự do, với k là hằng số Boltzmann's và T là nhiệt độ tuyệt đối. Điện tử trong bán dẫn có 3 bậc tự do (trong không gian). Do đó động năng của điện tử được cho bởi

$$\frac{1}{2} m_n v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT, \quad (1)$$

với m_n là khối lượng hiệu dụng của điện tử và v_{th} là vận tốc nhiệt trung bình. Ở nhiệt độ phòng ($300^\circ K$), $v_{th} \sim 10^7 cm/s$ với Si và GaAs.

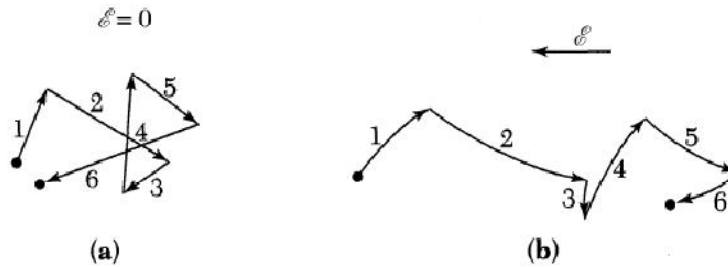
5

3.1.1 Độ linh động (2)

- Do nhiệt, điện tử chuyển động nhanh theo mọi hướng.
- Chuyển động nhiệt của mỗi điện tử có thể được xem như sự nối tiếp của tán xạ ngẫu nhiên từ các va chạm với các nguyên tử trong mạng, các nguyên tử tạp chất, và các trung tâm tán xạ khác (xem minh họa ở hình 1a). Chuyển động ngẫu nhiên của các điện tử dẫn đến sự dịch chuyển của điện tử là zero trong 1 khoảng thời gian đủ dài.
- Khoảng cách trung bình giữa các va chạm đgl **đường đi tự do trung bình (mean free path)**, và thời gian trung bình giữa các va chạm đgl **thời gian tự do trung bình (average free time) τ_C** .
- Giá trị tiêu biểu cho **đường đi tự do trung bình** là $10^{-5} cm$ và $\tau_C \sim 1 ps = 10^{-12} s$.

6

3.1.1 Độ linh động (3)



Hình 1. Đường đi của điện tử trong bán dẫn

(a) Chuyển động nhiệt ngẫu nhiên

(b) Chuyển động kết hợp do nhiệt và điện trường E .

3.1.1 Độ linh động (4)

- Khi áp đặt 1 điện trường nhỏ E vào mẫu bán dẫn, mỗi điện tử sẽ bị tác động 1 lực $F = -qE$ và được gia tốc theo chiều ngược chiều E trong lúc có các va chạm.
- Do đó, thành phần vận tốc thêm vào sẽ được xấp chồng với chuyển động nhiệt của điện tử. Thành phần được thêm vào này đgl **vận tốc trôi (drift velocity)**.
- Khi đó độ dịch chuyển của điện tử là khác zero và hướng ngược E (xem hình 1b).
- Ta có thể tính được vận tốc trôi v_n bằng cách cho cân bằng momentum (lực x thời gian) áp đặt vào điện tử trong lúc di chuyển tự do giữa các va chạm với momentum có được bởi điện tử trong cùng khoảng thời gian. Đẳng thức này đúng vì ở trạng thái xác lập, tất cả các momentum có được giữa các va chạm sẽ bị mất đi trong mạng.
- Momentum áp đặt vào điện tử là $-qE\tau_C$ và momentum có được là $m_n v_n$.

3.1.1 Độ linh động (5) – Vận tốc trôi

- Ta có:

$$-q\mathcal{E}\tau_c = m_n v_n \quad (2)$$

$$v_n = -\left(\frac{q\tau_c}{m_n}\right)\mathcal{E} \quad (2a)$$

- Thành phần thừa số trong (2a) đgl độ linh động điện tử (*electron mobility*) μ_n (đơn vị là cm^2/Vs)

$$\mu_n \equiv \frac{q\tau_c}{m_n}. \quad (3)$$

$v_n = -\mu_n \mathcal{E}.$

(4)

3.1.1 Độ linh động (6) – Vận tốc trôi

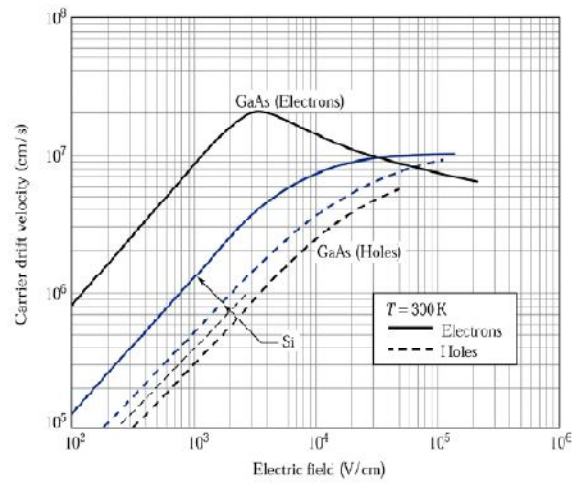
- Độ linh động là tham số quan trọng đối với sự vận chuyển hạt dẫn bởi vì nó mô tả làm cách nào chuyển động của 1 điện tử bị ảnh hưởng bởi điện trường áp đặt E.
- Với lỗ trong dải hóa trị, ta cũng có biểu thức tương tự cho vận tốc trôi của lỗ v_p và độ linh động của lỗ μ_p .

$v_p = \mu_p \mathcal{E},$

(5)

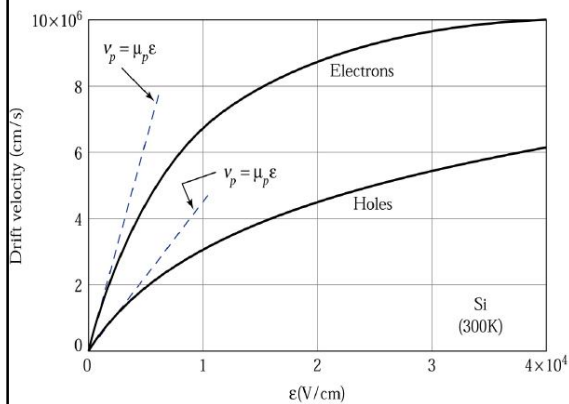
- Trong (5) không có dấu âm vì lỗ trôi cùng chiều với điện trường E.

3.1.1 Độ linh động (7) – Vận tốc trôi



11

High field effects: Velocity saturation



- Velocity saturation
- Ohm's law is not valid!

Drift velocity versus electric field in Si.

12

3.1.1 Độ linh động (8) – Tán xạ

- Độ linh động liên hệ trực tiếp với thời gian tự do trung bình giữa 2 va chạm, mà nó được xác định bởi các cơ chế tán xạ khác nhau.
- Các cơ chế tán xạ quan trọng nhất là **tán xạ mạng tinh thể (lattice scattering)** và **tán xạ tạp chất (impurity scattering)**.
- Tán xạ mạng tinh thể là do những dao động nhiệt của các nguyên tử mạng ở bất kỳ nhiệt độ nào $> 0K$. Do những dao động này, năng lượng có thể được chuyển giữa những hạt dẫn và mạng.

13

3.1.1 Độ linh động (9) – Tán xạ

- Vì những dao động mạng tăng khi nhiệt độ tăng, ảnh hưởng của tán xạ mạng sẽ tăng ở nhiệt độ cao. Kết quả là độ linh động sẽ bị giảm. Với phân tích lý thuyết chứng tỏ rằng độ linh động bị giảm theo $T^{-3/2}$.
- Tán xạ tạp chất xảy ra khi hạt dẫn điện tương tác với các tạp chất (donor hay acceptor). Các hạt dẫn điện sẽ bị lệch do tương tác Coulomb giữa 2 điện tích.
- Xác suất của tán xạ tạp chất phụ thuộc vào nồng độ tổng cộng của tạp chất (tổng các ion dương và âm). Tán xạ tạp chất ít ảnh hưởng khi nhiệt độ cao hơn. Các tính toán lý thuyết cho thấy tán xạ tạp chất tỉ lệ với $T^{3/2}/N_T$ với N_T là nồng độ tổng cộng của tạp chất.
- Xác suất của 1 va chạm có thể được biểu diễn theo thời gian tự do trung bình

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_{c, \text{lattice}}} + \frac{1}{\tau_{c, \text{impurity}}}, \quad (6)$$

3.1.1 Độ linh động (10) – Tán xạ

- Xác suất của 1 va chạm thì tỉ lệ với $1/\tau_C$.
Độ linh động có thể được mô tả bởi

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_L} + \frac{1}{\mu_I} \quad (6a)$$

với μ_L độ linh động do ảnh hưởng của tán xạ mạng và μ_I là độ linh động do ảnh hưởng của nồng độ tạp chất

15

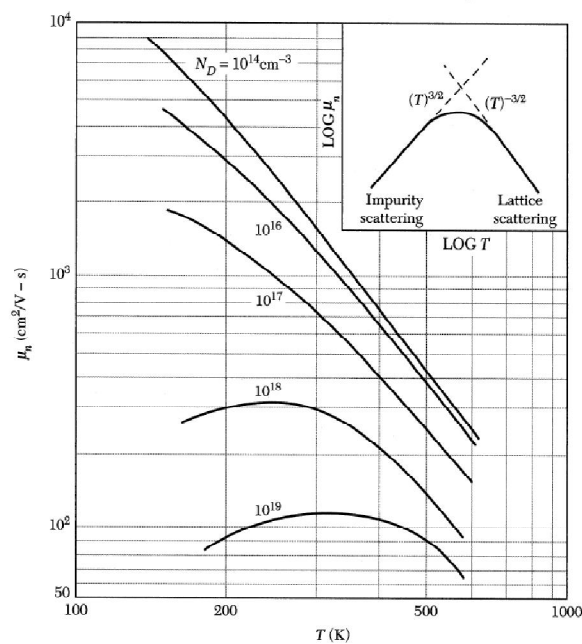


Fig. 2 Electron mobility in silicon versus temperature for various donor concentrations. Insert shows the theoretical temperature dependence of electron mobility.³

16

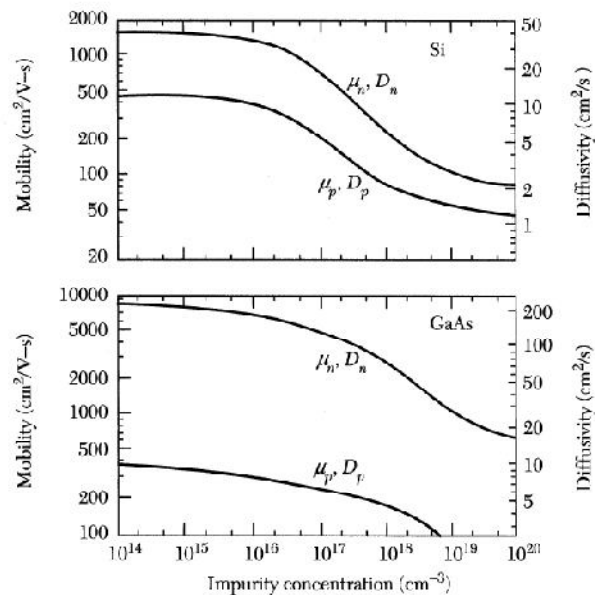


Fig. 3 Mobilities and diffusivities in Si and GaAs at 300 K as a function of impurity concentration.⁵

3.1.2 Điện trở suất

- Ta xét sự dẫn điện trong vật liệu bán dẫn thuần.
- Áp đặt điện trường vào bán dẫn làm cho có sự nghiêng trong các dải năng lượng. Nghiêng của dải năng lượng đgl uốn cong dải (band bending). Các tiếp xúc được xem là Ohm (tiếp xúc lý tưởng). Ta sẽ xét các tiếp xúc trong phần diode.

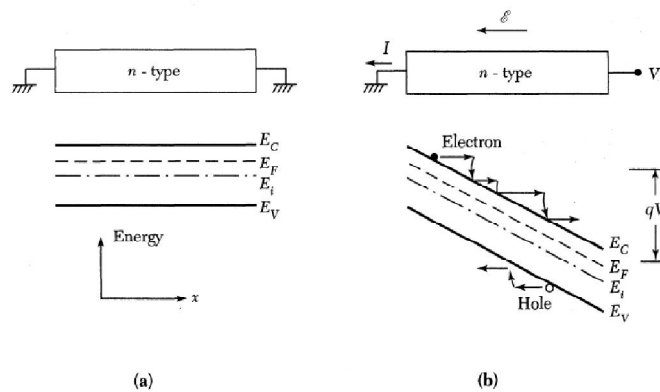


Fig. 4 Conduction process in an *n*-type semiconductor (a) at thermal equilibrium and (b) under a biasing condition.

3.1.2 Điện trở suất (2)

- Khi đưa điện trường E vào bán dẫn thì mỗi điện tử sẽ chịu một lực $-qE$ và lực này bằng thế năng của điện tử

$$-q\mathcal{E} = -(\text{gradient of electron potential energy}) = -\frac{dE_C}{dx}. \quad (7)$$

- Đáy của dải dẫn E_C tương ứng với thế năng của điện tử. Vì ta quan tâm đến gradient của thế năng, ta có thể dùng bất cứ phần nào trong giản đồ dải năng lượng mà song song với E_C (TD: E_F , E_i hoặc E_V). Để tiện lợi ta dùng mức Fermi nội tại E_i bởi vì ta sẽ dùng nó trong xét chuyển tiếp p-n. Do đó từ (7) ta có

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \frac{dE_C}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx}. \quad (8)$$

19

3.1.2 Điện trở suất (3) – Thế tĩnh điện

- Ta có thể định nghĩa đại lượng liên hệ Ψ là **thế tĩnh điện**:

$$\mathcal{E} \equiv -\frac{d\Psi}{dx}. \quad (9)$$

- So sánh các phương trình 8 và 9:

$$\Psi = -\frac{E_i}{q}, \quad (10)$$

cho ta thấy quan hệ giữa thế tĩnh điện và thế năng của điện tử. Với bán dẫn thuần (Hình 4b), thế năng và E_i giảm tuyến tính theo khoảng cách, như vậy điện trường là hằng số theo hướng x âm. Độ lớn của nó bằng điện áp đưa vào chia cho cùng chiều dài.

20

3.1.2 Điện trở suất (4)

- Điện tử trong dải dẫn di chuyển về bên phải như trong hình 4b. Động năng tương ứng với khoảng cách từ cạnh dải (TD: E_C với điện tử). Khi điện tử va chạm, nó mất 1 phần hay toàn bộ động năng vào mạng tinh thể và rơi xuống vị trí cân bằng nhiệt. Sau khi điện tử mất 1 phần hay toàn bộ động năng, nó lại bắt đầu chuyển sang phải và quá trình này được lặp lại nhiều lần. Sự dẫn điện của lỗ thì cũng tương tự nhưng theo hướng ngược lại.
- Sự vận chuyển của các hạt dẫn dưới tác động của điện trường tạo ra dòng điện trôi (drift current). Xét mẫu bán dẫn ở Hình 5 có diện tích mặt cắt ngang A , chiều dài L và nồng độ điện tử n . Khi đó mật độ dòng điện tử J_n là:

$$J_n = \frac{I_n}{A} = \sum_{i=1}^n (-qv_i) = -qn v_n = qn \mu_n \mathcal{E}, \quad (11)$$

3.1.2 Điện trở suất (5)

- và mật độ dòng lỗ J_p là:

$$J_p = qp v_p = qp \mu_p \mathcal{E}. \quad (12)$$

- Như vậy dòng tổng cộng là:

$$J = J_n + J_p = (qn \mu_n + qp \mu_p) \mathcal{E}. \quad (13)$$

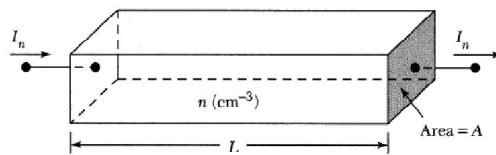
với thành phần trong dấu ngoặc là điện dẫn suất:

$$\sigma = q(n \mu_n + p \mu_p). \quad (14)$$

và điện trở suất tương ứng là:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q(n \mu_n + p \mu_p)}. \quad (15)$$

Hình 5



3.1.2 Điện trở suất (6)

- Với bán dẫn ngoại lai thì điện trở suất phần lớn phụ thuộc vào nồng độ tạp chất, thí dụ với bán dẫn loại N (vì $n \gg p$) có:

$$\rho = \frac{1}{qn\mu_n} \quad (15a)$$

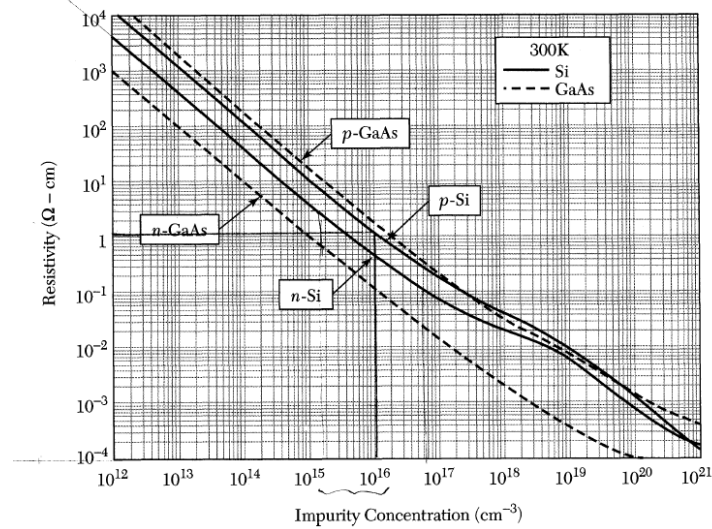
và bán dẫn loại P (vì $p \gg n$)

$$\rho = \frac{1}{qp\mu_p} \quad (15b)$$

23

3.1.2 Điện trở suất (7)

- Ảnh hưởng của nồng độ tạp chất lên điện trở suất:



24

3.1.3 Hiệu ứng Hall

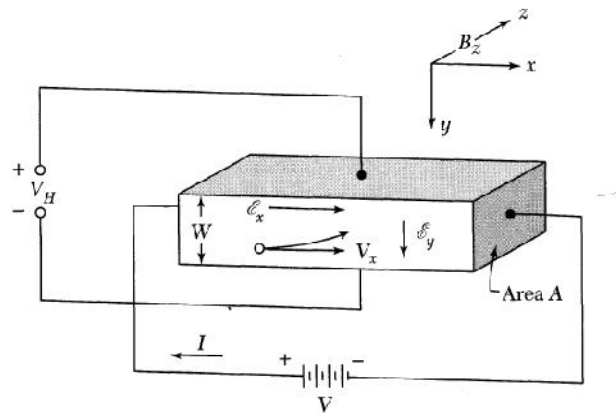
- Nồng độ hạt dẫn có thể khác với nồng độ tạp chất, bởi vì mật độ tạp chất được ion hóa phụ thuộc vào nhiệt độ và mức năng lượng tạp chất. Để đo nồng độ hạt dẫn trực tiếp, người ta thường dùng hiệu ứng Hall. Hiệu ứng này cũng cho biết loại hạt dẫn là điện tử hay lỗ.
- Hình 8 cho thấy điện trường được áp đặt vào theo trục x và từ trường được áp đặt vào theo trục z. Xét mẫu bán dẫn loại P. Lực Lorentz $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ($= qv_x B_z$) do từ trường sẽ tạo nên 1 lực trung bình hướng lên tác động vào các lỗ chạy theo trục x. Dòng điện hướng lên gây ra sự tích lũy các lỗ ở phần trên của mẫu làm sinh ra điện trường E_y hướng xuống. Vì không có dòng điện dọc theo trục y ở chế độ xác lập, điện trường dọc theo trục y cân bằng đúng lực Lorentz; nghĩa là

$$q\mathcal{E}_y = qv_x B_z, \quad (17)$$

hoặc

$$\mathcal{E}_y = v_x B_z. \quad (18) \quad 25$$

3.1.3 Hiệu ứng Hall (2)



Hình 8. Đo nồng độ hạt dẫn bằng hiệu ứng Hall

3.1.3 Hiệu ứng Hall (3)

- Một khi thoả (18), không có lực tác động vào các lỗ trôi theo hướng x.
- Sự thành lập điện trường được gọi là hiệu ứng Hall. Điện trường E_y được gọi là trường Hall, và điện áp V_H được gọi là điện áp Hall.
- Dùng phương trình (12) cho vận tốc trôi của lỗ, ta có thể viết lại E_y dưới dạng sau:

$$\mathcal{E}_y = \left(\frac{J_p}{qp} \right) B_z = R_H J_p B_z, \quad (19)$$

với

$$R_H \equiv \frac{1}{qp}. \quad (20)$$

- Trường Hall tỉ lệ với tích của mật độ dòng điện và từ trường. Hằng số tỉ lệ R_H là hệ số Hall. Ta có kết quả tương tự với bán dẫn loại N, ngoại trừ hệ số Hall âm:

$$R_H = -\frac{1}{qn}. \quad (21)$$

- Đo điện áp Hall với dòng và từ trường cho trước, ta tính được nồng độ lỗ

$$p = \frac{1}{qR_H} = \frac{J_p B_z}{q \mathcal{E}_y} = \frac{(I/A) B_z}{q(V_H/W)} = \frac{I B_z W}{q V_H A}, \quad (22)$$

với tất cả các đại lượng bên vế phải đều có thể đo được. Như vậy nồng độ hạt dẫn và loại hạt dẫn có thể có được trực tiếp từ phép đo Hall.

27

3.1.3 Hiệu ứng Hall (4) – Thí dụ

► EXAMPLE 3

A sample of Si is doped with 10^{16} phosphorus atoms/cm³. Find the Hall voltage in a sample with $W = 500 \mu\text{m}$, $A = 2.5 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$, $I = 1 \text{ mA}$, and $B_z = 10^{-4} \text{ Wb/cm}^2$.

SOLUTION The Hall coefficient is

$$R_H = -\frac{1}{qn} = -\frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{16}} = -625 \text{ cm}^3/\text{C}.$$

The Hall voltage is

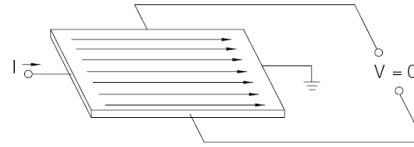
$$\begin{aligned} V_H &= \mathcal{E}_y W = \left(R_H \frac{I}{A} B_z \right) W \\ &= \left(-625 \cdot \frac{10^{-3}}{2.5 \times 10^{-3}} \cdot 10^{-4} \right) 500 \times 10^{-4} \\ &= -1.25 \text{ mV}. \end{aligned}$$

28

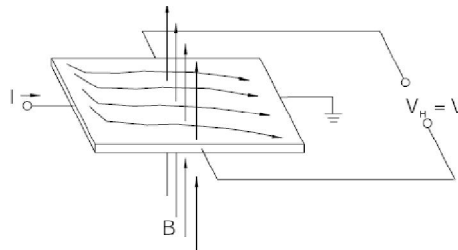
Hall-effect sensors

When a current-carrying conductor is placed into a magnetic field, a voltage will be generated perpendicular to both the current and the field. This principle is known as the Hall effect.

The figure shows a thin sheet of semiconducting material (Hall element) through which a current is passed. The output connections are perpendicular to the direction of current. When no magnetic field is present, current distribution is uniform and no potential difference is seen across the output.

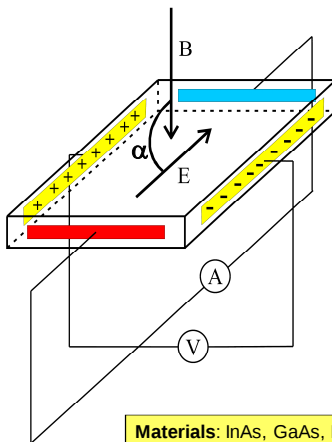


When a perpendicular magnetic field is present, a Lorentz force is exerted on the current. This force disturbs the current distribution, resulting in a potential difference (voltage) across the output. This voltage is the Hall voltage (V_H). Its value is directly related to the magnetic field (B) and the current (I).



Hall effect sensors can be applied in many types of sensing devices. If the quantity (parameter) to be sensed incorporates or can incorporate a magnetic field, a Hall sensor will perform the task

Hall probe - principal scheme of operation



Lorentz force: $F = q(E + v \times B)$

$$V = h I B \sin(\alpha)$$

V - measured voltage
 h - constant that depends on geometry, temperature, ...
 I - current driven through semiconductor
 α - angle between B and E

Materials: InAs, GaAs, InSb (bulk semiconductor, thin film, crystals)

Typical sensitivity: 1-1000 mV/T

Maximum temperature: typically 100°C

Dynamic range: typically ± 10 T

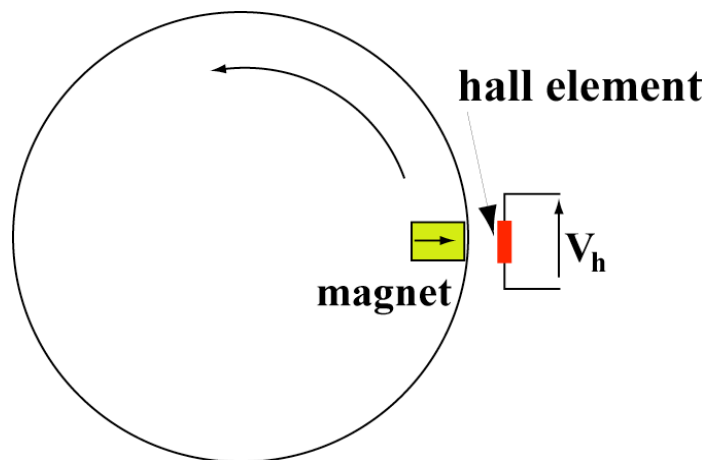
Size: active area $\sim 100\mu\text{m}$, sensor ~ 1 mm

Hall effect sensors - applications

- Example is shown in the following figure where the rpm of a shaft is sensed.
- Many variations of this basic configuration: for example,
 - measurement of angular displacement.
 - Sensing of gears (electronic ignition)
 - Multiple sensors can sense direction as well

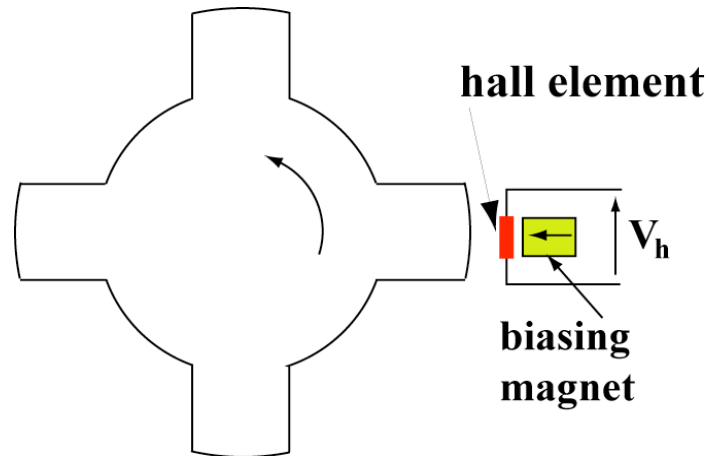
31

Hall element as a rotation sensor



32

Electronic ignition



33

Hall effect sensors - applications

- Example: measuring power
- The magnetic field through the hall element is proportional to the current being measured
- The current is proportional to voltage being measured
- The Hall voltage is proportional to product of current and voltage - power

34

3.2 Sự khuếch tán hạt dẫn

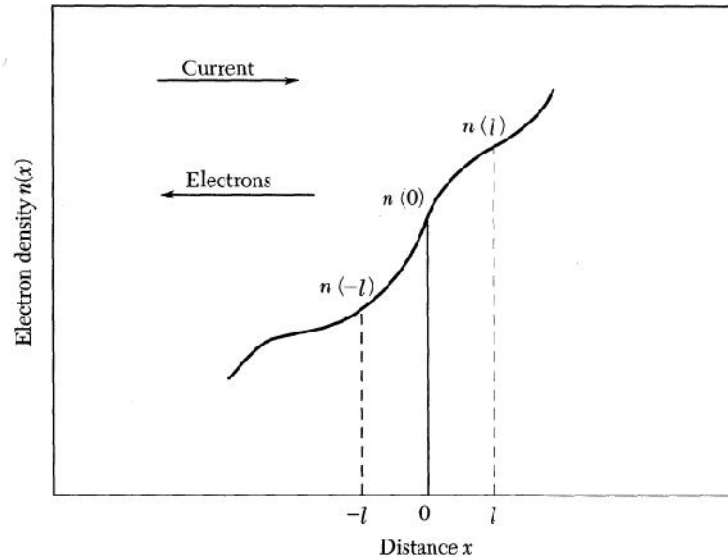
35

3.2.1 Quá trình khuếch tán

- Trong phần trước, ta đã xét dòng điện trôi, nghĩa là sự vận chuyển của các hạt dẫn khi có điện trường được áp đặt vào. Một thành phần dòng điện quan trọng khác có thể tồn tại nếu có sự thay đổi nồng độ hạt dẫn theo không gian trong vật liệu bán dẫn. Các hạt dẫn có khuynh hướng chuyển động từ miền có nồng độ cao sang miền có nồng độ thấp. Thành phần dòng điện này được gọi là **dòng điện khuếch tán (diffusion current)**.
- Để hiểu quá trình khuếch tán, ta giả sử mật độ điện tử thay đổi theo hướng x như trong Hình 9. Bán dẫn ở nhiệt độ đều, để nhiệt năng trung bình của điện tử không thay đổi theo x , chỉ có mật độ $n(x)$ thay đổi.
- Xét số điện tử đi qua mặt phẳng ở $x = 0$ trên đơn vị thời gian và đơn vị diện tích. Do nhiệt độ hữu hạn, các điện tử có chuyển động nhiệt ngẫu nhiên với vận tốc nhiệt v_{th} và đường đi tự do trung bình l (chú ý là $l = v_{th}\tau_C$, với τ_C là thời gian tự do trung bình.)

36

3.2.1 Quá trình khuếch tán (2)



Hình 9. Nồng độ hạt dẫn với khoảng cách; l đường đi tự do trung bình. Hướng của điện tử và dòng điện được chỉ bởi các mũi tên

37

3.2.1 Quá trình khuếch tán (3)

- Tốc độ trung bình của luồng điện tử trên đơn vị diện tích F_1 của các điện tử đi qua mặt phẳng $x = 0$ từ bên trái là:

$$F_1 = \frac{\frac{1}{2} n(-l) \cdot l}{\tau_e} = \frac{1}{2} n(-l) \cdot v_{th}. \quad (23)$$

- Tương tự, tốc độ trung bình của luồng điện tử trên đơn vị diện tích F_2 của các điện tử ở $x=l$ đi qua mặt phẳng $x = 0$ từ bên phải là:

$$F_2 = \frac{1}{2} n(l) \cdot v_{th}. \quad (24)$$

- Tốc độ của các hạt dẫn từ trái sang phải là:

$$F = F_1 - F_2 = \frac{1}{2} v_{th} [n(-l) - n(l)]. \quad (25)$$

38

3.2.1 Quá trình khuếch tán (4)

- Xấp xỉ các mật độ tại $x=\pm l$, bằng 2 số hạng đầu của khai triển Taylor, ta có

$$F = \frac{1}{2} v_{th} \left\{ \left[n(0) - l \frac{dn}{dx} \right] - \left[n(0) + l \frac{dn}{dx} \right] \right\}$$

$$= -v_{th} l \frac{dn}{dx} \equiv -D_n \frac{dn}{dx}, \quad (26)$$

với D_n được gọi là **hệ số khuếch tán (diffusion coefficient)** hay cũng được gọi là **độ khuếch tán (diffusion coefficient)**. Bởi vì mỗi điện tử mang điện tích $-q$, luồng hạt dẫn làm sinh ra dòng điện

$$J_n = -qF = qD_n \frac{dn}{dx}. \quad (27)$$

- Dòng khuếch tán tỉ lệ với đạo hàm theo không gian của mật độ điện tử. Dòng khuếch tán có được từ chuyển động nhiệt ngẫu nhiên của các hạt dẫn trong bán dẫn có gradient nồng độ.

39

3.2.1 Quá trình khuếch tán (5)-TD

► EXAMPLE 4

Assume that, in an n -type semiconductor at $T = 300$ K, the electron concentration varies linearly from 1×10^{18} to $7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ over a distance of 0.1 cm. Calculate the diffusion current density if the electron diffusion coefficient is $D_n = 22.5 \text{ cm}^2/\text{s}$.

SOLUTION The diffusion current density is given by

$$J_{n, \text{diff}} = qD_n \frac{dn}{dx} \approx qD_n \frac{\Delta n}{\Delta x}$$

$$= (1.6 \times 10^{-19})(22.5) \left(\frac{1 \times 10^{18} - 7 \times 10^{17}}{0.1} \right) = 10.8 \text{ A/cm}^2.$$

40

3.2.2 Quan hệ Einstein

- Phương trình (27) có thể được viết lại theo dạng hữu dụng hơn dùng định lý cân bằng năng lượng với trường hợp 1 chiều. Ta có thể viết

$$\frac{1}{2} m_n v_{th}^2 = \frac{1}{2} kT. \quad (28)$$

- Từ các phương trình 3, 26, và 28 và dùng quan hệ $l = v_{th} \tau_c$, ta có

$$D_n = v_{th} l = v_{th} (v_{th} \tau_c) = v_{th}^2 \left(\frac{\mu_n m_n}{q} \right) = \left(\frac{kT}{m_n} \right) \left(\frac{\mu_n m_n}{q} \right), \quad (29)$$

hoặc

$$D_n = \left(\frac{kT}{q} \right) \mu_n. \quad (30)$$

- Phương trình (30) được gọi là quan hệ Einstein. Nó liên hệ 2 hằng số quan trọng (độ khuếch tán và độ linh động) mà chúng đặc trưng vận chuyển của hạt dẫn do khuếch tán và trôi trong bán dẫn. Quan hệ Einstein cũng áp dụng cho D_p và μ_p .

41

3.2.2 Quan hệ Einstein (2)

► EXAMPLE 5

Minority carriers (holes) are injected into a homogeneous n -type semiconductor sample at one point. An electric field of 50 V/cm is applied across the sample, and the field moves these minority carriers a distance of 1 cm in 100 μ s. Find the drift velocity and the diffusivity of the minority carriers.

SOLUTION

$$v_p = \frac{1 \text{ cm}}{100 \times 10^{-6} \text{ s}} = 10^4 \text{ cm/s};$$

$$\mu_p = \frac{v_p}{\mathcal{E}} = \frac{10^4}{50} = 200 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s};$$

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = 0.0259 \times 200 = 5.18 \text{ cm}^2/\text{s}.$$

42

❖ Einstein Relation

Einstein relation relates the mobility with diffusion;

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} \quad \text{and} \quad \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q} \quad \text{for electrons and holes}$$

Constant value at a fixed temperature

$$\frac{\text{cm}^2/\text{sec}}{\text{cm}^2/\text{V} - \text{sec}} = \text{volt} \quad \frac{kT}{q} = \frac{(J/K)(K)}{C} = \text{volt}$$

$$\frac{kT}{q} = 25 \text{ mV} \quad \text{at room temperature}$$

43

3.2.3 Các phương trình mật độ dòng điện

- Khi có thêm điện trường trong bán dẫn có gradient nồng độ, sẽ có cả hai dòng trôi và dòng khuếch tán. Mật độ dòng điện tổng cộng ở bất cứ điểm nào là tổng của các thành phần trôi và khuếch tán:

$$J_n = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_n \frac{dn}{dx}, \quad (31)$$

- với $\mathcal{E}$ là điện trường theo hướng x .
- Ta cũng có biểu thức tương tự cho dòng lỗ:

$$J_p = q\mu_p p \mathcal{E} - qD_p \frac{dp}{dx}. \quad (32)$$

- Ta sử dụng dấu âm trong phương trình (32) vì với gradient lỗ dương, các lỗ sẽ khuếch tán theo hướng x âm.
- Ta có mật độ dòng điện tổng cộng:

$$J_{\text{cond}} = J_n + J_p. \quad (33)$$

- Ba biểu thức (31 → 33) tạo thành các phương trình mật độ dòng điện. Các phương trình này quan trọng cho việc phân tích các hoạt động của dụng cụ dưới điện trường thấp. Tuy nhiên với điện trường đủ cao, các số hạng đại diện cho vận chuyển trôi sẽ được thay thế bằng vận tốc bão hòa v_s .

3.5 Current Density Equation

The electric field and the diffusion of carriers have an influence on the Fermi level. Therefore, we can express the current density as a function of the Fermi level:

$$\begin{aligned}
 J_p &= J_{pF} + J_{pD} \\
 &= q\mu_p p F - qD_p \frac{dp}{dx} \\
 &= q\mu_p p \left(\frac{1}{q} \cdot \frac{dE_i}{dx} \right) - kT\mu_p \frac{dp}{dx}
 \end{aligned}$$

Electric field expressed in terms of the intrinsic energy level

$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p$ Einstein relation

$$p = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right)$$

Boltzman distribution

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p}{kT} \cdot \left(\frac{dE_i}{dx} - \frac{dE_F}{dx} \right)$$

Derivative of the carrier concentration

45

3.5 Current Density Equation

$$\begin{aligned}
 J_p &= q\mu_p p \left(\frac{1}{q} \cdot \frac{dE_i}{dx} \right) - kT\mu_p \frac{dp}{dx} \\
 J_p &= \mu_p p \frac{dE_i}{dx} - p\mu_p \left(\frac{dE_i}{dx} - \frac{dE_F}{dx} \right)
 \end{aligned}$$

$\frac{dp}{dx} = \frac{p}{kT} \cdot \left(\frac{dE_i}{dx} - \frac{dE_F}{dx} \right)$

$$J_p = p\mu_p \frac{dE_F}{dx}$$

Hole current density equation

$$J_n = n\mu_n \frac{dE_F}{dx}$$

Electron current density equation

46

3.6 Thermal equilibrium processes

A semiconductor sample or an electronic device is in thermal equilibrium if the Fermi level throughout the entire sample is constant. As a consequence the overall current flow through sample is zero.

$$J_p = p\mu_p \frac{dE_F}{dx} = 0 \quad J_n = n\mu_n \frac{dE_F}{dx} = 0 \quad \text{Thermal equilibrium}$$

This means that the current flow for each position in the sample is zero. Therefore, the electron and the hole current has to be zero. This can only be achieved if the drift current is equal to the diffusion current. This means that the current caused by the electric field is compensated by the current caused by the carrier gradient.

$$j_n = 0 \quad j_n^{drift} = -j_n^{diff} \quad \text{The drift current is equal to the diffusion current for electrons in thermal equilibrium}$$

$$j_p = 0 \quad j_p^{drift} = -j_p^{diff} \quad \text{The drift current is equal to the diffusion current for holes in thermal equilibrium}$$

47

3.7 Non-thermal equilibrium processes

In **thermal equilibrium** the product of the electron and hole concentration is equal to the square of the intrinsic carrier concentration ($n \cdot p = n_i^2$). If additional carriers are introduced in the semiconductor the thermal equilibrium is disturbed and the product of the electron and hole concentration is larger than the square of the intrinsic carrier concentration ($n \cdot p > n_i^2$). The semiconductor is now in **non-thermal equilibrium**.

Additional carriers can be introduced by the **injection of carriers** via contacts (carrier injection) or the **generation of carriers** via light exposure of the semiconductor. For example forward biasing of a diode leads to the injection of carriers. Additional carriers can be generated by illuminating a sample with light. For example the absorbed light leads to the generation of additional carriers in a photodiode.

During device operation an electric field is applied to the semiconductor device which leads for example to the injection of charge. Subsequently the device is in **non-thermal equilibrium**. The **thermal equilibrium** of a semiconductor can be **restored** by the **recombination** of the introduced carriers.

48

3.3 Các quá trình sinh và tái hợp

49

Các quá trình sinh và tái hợp

- Ở điều kiện cân bằng nhiệt, quan hệ $pn = n_i^2$ thoả. Nếu có thêm hạt dẫn dôi ra trong bán dẫn để $pn > n_i^2$, ta có trạng thái không cân bằng. Quá trình tạo thêm các hạt dẫn thừa được gọi là **bơm hạt dẫn (carrier injection)**. Phần lớn các dụng cụ bán dẫn hoạt động bằng cách tạo ra các hạt dẫn thêm vào các giá trị cân bằng nhiệt. Ta có thể thêm hạt dẫn thừa bằng kích thích quang hoặc phân cực thuận chuyển tiếp p-n.
- Bất cứ khi nào điều cân bằng nhiệt bị ảnh hưởng (nghĩa là pn khác n_i^2), sẽ tồn tại các quá trình hồi phục về trạng thái cân bằng nhiệt (nghĩa là $pn = n_i^2$). Trong trường hợp bơm các hạt dẫn thừa, cơ chế hồi phục về cân bằng nhiệt là tái hợp các hạt dẫn thiểu số được bơm vào với các hạt dẫn đa số. Tùy theo bản chất của quá trình tái hợp, năng lượng giải phóng từ quá trình tái hợp có thể bức xạ ra photon hoặc tiêu tán nhiệt trong mạng tinh thể. Khi có phát xạ photon, người ta gọi đó là **tái hợp có bức xạ (radiative recombination)**, ngược lại thì gọi là **tái hợp không có bức xạ (nonradiative recombination)**.
- Các hiện tượng tái hợp có thể chia ra làm các quá trình trực tiếp và gián tiếp. Tái hợp trực tiếp cũng còn được gọi là tái hợp từ dải đến dải (band-to-band recombination), thông thường tái hợp này có nhiều trong các bán dẫn khe năng lượng trực tiếp như GaAs, trái lại tái hợp gián tiếp qua các trung tâm tái hợp khe năng lượng trong các bán dẫn khe năng lượng gián tiếp như Si.

50

Radiative and Nonradiative Recombination

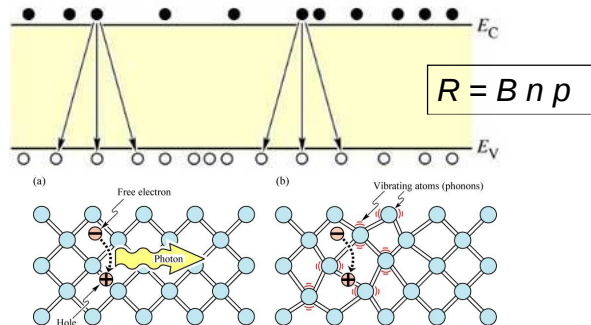


Fig. 2.3. (a) Radiative recombination of an electron-hole pair accompanied by the emission of a photon with energy $h\nu \approx E_g$. (b) In non-radiative recombination events, the energy released during the electron-hole recombination is converted to phonons (adopted from Shockley, 1950).

E. F. Schottky
Light Emitting Diodes (Cambridge Univ. Press)
www.lightemittingdiodes.org

- Recombination rate is proportional to the product of the concentrations of electrons and holes, i.e. $R = B n p$, where B = bimolecular recombination coefficient, n = electron concentration, p = hole concentration
- Non-radiative recombination creates heat instead of light

51

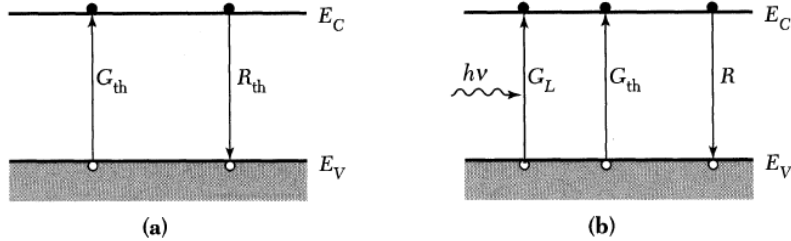
51

3.3.1 Sự tái hợp trực tiếp

- Xét bán dẫn khe năng lượng trực tiếp ở điều kiện cân bằng nhiệt.
- Sự dao động nhiệt liên tục của các nguyên tử trong mạng tinh thể làm cho 1 số liên kết giữa các nguyên tử sẽ bị phá vỡ. Khi 1 liên kết bị phá vỡ thì sẽ sinh ra một cặp điện tử-lỗ. Theo giản đồ năng lượng, nhiệt năng làm cho một điện tử hóa trị chuyển lên dải dẫn, để lại lỗ [trống] ở dải hóa trị. Quá trình này được gọi là sinh hạt dẫn và được biểu diễn bằng tốc độ sinh G_{th} (số cặp điện tử-lỗ được sinh ra trong 1 giây trên 1 cm^3) trong hình 10a.
- Khi điện tử chuyển từ dải dẫn về dải hóa trị thì sẽ mất đi 1 cặp điện tử-lỗ. Quá trình này được gọi là tái hợp; nó được biểu diễn bằng tốc độ tái hợp R_{th} trong hình 10a. Dưới các điều kiện cân bằng nhiệt, tốc độ sinh G_{th} phải bằng tốc độ tái hợp R_{th} để các nồng độ hạt dẫn giữ không đổi và vẫn duy trì điều kiện $pn=n_i^2$.

52

3.3.1 Sự tái hợp trực tiếp (2)



Hình 10. Sự sinh và tái hợp trực tiếp của các cặp điện tử-lỗ:
a) ở điều kiện cân bằng nhiệt
b) dưới điều kiện được chiếu sáng

53

3.3.1 Sự tái hợp trực tiếp (3)

- Khi có các hạt dẫn thừa được thêm vào bán dẫn khe năng lượng trực tiếp, xác suất để các điện tử và lỗ tái hợp trực tiếp sẽ cao, bởi vì đáy của dải dẫn và đỉnh dải hóa trị thẳng hàng và không cần thêm momentum để chuyển tiếp qua khe năng lượng. Tốc độ tái hợp trực tiếp R sẽ tỉ lệ với số điện tử khả dụng trong dải dẫn và số lỗ khả dụng trong dải hóa trị; nghĩa là,

$$R = \beta np, \quad (34)$$

với β là hằng số tỉ lệ. Như đã bàn trước đây, ở điều kiện cân bằng nhiệt, tốc độ tái hợp phải được cân bằng bởi tốc độ sinh. Do đó, với bán dẫn loại N, ta có

$$G_{th} = R_{th} = \beta n_{no} p_{no}. \quad (35)$$

- Trong ký hiệu này, đối với nồng độ hạt dẫn: chỉ số thứ nhất chỉ loại bán dẫn và chỉ số thứ hai "o" chỉ đại lượng khi ở điều kiện cân bằng nhiệt. (TD: n_{no} chỉ nồng độ điện tử ở bán dẫn loại N ở điều kiện cân bằng nhiệt).
- Khi ta chiếu sáng vào bán dẫn để tạo ra các cặp điện tử-lỗ với tốc độ G_L (hình 10b), các nồng độ hạt dẫn ở trên các giá trị cân bằng của chúng. Tốc độ tái hợp và sinh lúc này là

$$R = \beta n_n p_n = \beta (n_{no} + \Delta n)(p_{no} + \Delta p), \quad (36)$$

với n và p là những nồng

$$G = G_L + G_{th}, \quad (37)$$

$$\Delta n = n_n - n_{no} \quad (38a)$$

$$\Delta p = p_n - p_{no}, \quad (38b)$$

và $n = p$ giữ cho trung hòa điện tích trên bán dẫn.

54

3.3.1 Sự tái hợp trực tiếp (4)

- Tốc độ thay đổi nồng độ lỗ được cho bởi

$$\frac{dp_n}{dt} = G - R = G_L + G_{th} - R. \quad (39)$$

- Ở trạng thái xác lập, $dp_n/dt = 0$. Từ phương trình (39), ta có

$$G_L = R - G_{th} \equiv U, \quad (40)$$

- với U là tốc độ tái hợp. Thay các phương trình (35) và (36) vào phương trình (40) cho

$$U = \beta(n_{no} + p_{no} + \Delta p)\Delta p. \quad (41)$$

- Đối với bơm mức thấp p, $p_{no} \ll n_{no}$, phương trình (41) được đơn giản thành

$$U \approx \beta n_{no} \Delta p = \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p}, \quad (42)$$

- Do đó, tốc độ tái hợp tỉ lệ với nồng độ hạt dẫn thiểu số thừa. Hiển nhiên, $U=0$ ở điều kiện cân bằng nhiệt. Hằng số tỉ lệ $1/\beta n_{no}$ được gọi là thời gian sống τ của các hạt dẫn thiểu số thừa, hoặc

$$U \equiv \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p},$$

$$\text{với } \tau_p \equiv \frac{1}{\beta n_{no}}.$$

55

3.3.1 Sự tái hợp trực tiếp (5)

Thời gian sống

- Ý nghĩa vật lý của thời gian sống có thể được minh họa tốt nhất bằng đáp ứng quá độ của dụng cụ sau khi lấy nguồn sáng đi một cách đột ngột. Xét mẫu bán dẫn loại N như trong hình 11a, nó được chiếu ánh sáng vào và có các cặp điện tử-lỗ được sinh ra trong suốt mẫu bán dẫn với tốc độ sinh G_L . Biểu thức phụ thuộc thời gian được cho bởi phương trình (39). Ở trạng thái xác lập, từ các phương trình 40 và 43:

$$G_L = U = \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p} \quad (45)$$

hoặc

$$p_n = p_{no} + \tau_p G_L. \quad (45a)$$

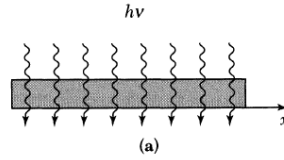
- Nếu ở thời điểm bất kỳ, thí dụ $t=0$, ánh sáng đột ngột bị tắt, các điều kiện biên là $p_n(t=0) = p_{no} + \tau_p G_L$, được cho bởi phương trình (45a) và $p_n(t \rightarrow \infty) = p_{no}$. Biểu thức phụ thuộc thời gian của phương trình (39) trở thành

$$\frac{dp_n}{dt} = G_{th} - R = -U = -\frac{p_n - p_{no}}{\tau_p} \quad (46)$$

- và nghiệm của nó là

$$p_n(t) = p_{no} + \tau_p G_L \exp(-t/\tau_p). \quad (47) \quad 56$$

3.3.1 Sự tái hợp trực tiếp (6) – Thời gian sống

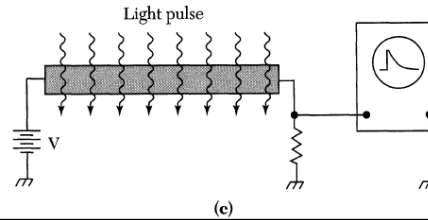
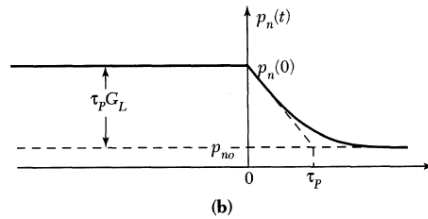


Hình 11. Sự suy giảm của các hạt dẫn được kích thích bằng ánh sáng.

(a) Mẫu bán dẫn loại N dưới chiếu ánh sáng không đổi.

(b) Sự suy giảm của các hạt dẫn thiểu số (lỗ) theo thời gian.

(c) Sơ đồ đo thời gian sống của hạt dẫn thiểu số.



57

3.3.1 Sự tái hợp trực tiếp (7) – Thời gian sống

- Hình 11b cho thấy sự thay đổi của p_n theo thời gian. Các hạt dẫn thiểu số tái hợp với các hạt dẫn đa số và suy giảm theo hàm mũ với thời hằng τ_p , mà tương ứng với thời gian sống được định nghĩa trong phương trình (44).
- Trường hợp này minh họa ý tưởng chính của việc đo thời gian sống hạt dẫn bằng cách dùng phương pháp quang dẫn. Hình 11c minh họa cách thiết lập sơ đồ đo. Những hạt dẫn thừa (được sinh ra đều khắp trong mẫu bán dẫn bởi xung ánh sáng) làm gia tăng tức thời độ dẫn điện. Sự gia tăng độ dẫn điện làm cho sụt áp trên mẫu giảm xuống khi có dòng điện không đổi chạy qua. Sự suy giảm độ dẫn điện có thể được quan sát trên dao động ký và ta đo được thời gian sống của các hạt dẫn thiểu số thừa.

► EXAMPLE 6

A Si sample with $n_{no} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ is illuminated with light and 10^{13} electron-hole pairs/cm³ are created every microsecond. If $\tau_n = \tau_p = 2 \mu\text{s}$, find the change in the minority carrier concentration.

SOLUTION Before illumination

$$p_{no} = n_i^2 / n_{no} = (9.65 \times 10^9)^2 / 10^{14} \approx 9.31 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}.$$

After illumination

$$p_n = p_{no} + \tau_p G_L = 9.31 \times 10^5 + 2 \times 10^{-6} \times \frac{10^{13}}{1 \times 10^{-6}} \approx 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}.$$

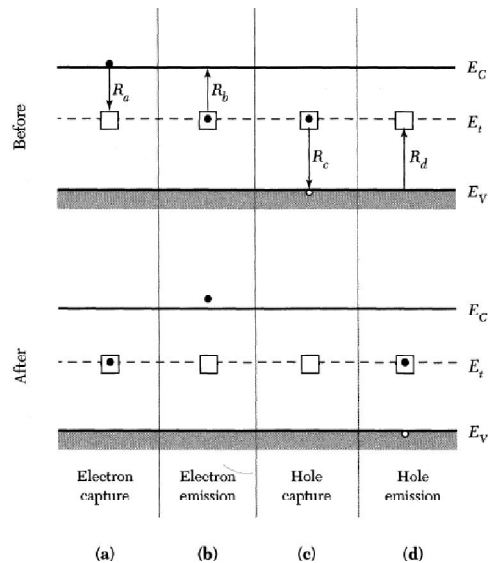
◀ 58

3.3.2 Sự tái hợp gián tiếp

- Với các bán dẫn khe năng lượng gián tiếp như Si, quá trình tái hợp trực tiếp thì không thể xảy ra, bởi vì các điện tử ở đáy dải dẫn có momentum khác không so với các lỗ ở đỉnh dải hóa trị.
- Sự chuyển tiếp trực tiếp mà bảo tồn cả năng lượng và momentum thì không thể không có tương tác đồng thời với mạng tinh thể. Do đó quá trình tái hợp chính trong những bán dẫn như vậy là chuyển tiếp gián tiếp qua các trạng thái năng lượng được cục bộ hóa trong khe năng lượng dải cấm. Những trạng thái hoạt động như những cục đá tạm dừng giữa dải dẫn và dải hóa trị.
- Hình 12 cho thấy nhiều chuyển tiếp khác nhau xảy ra trong các quá trình tái hợp qua các trạng thái mức trung gian (cũng được gọi là các trung tâm tái hợp). Ta minh họa trạng thái thay đổi của trung tâm trước khi và sau khi mỗi một trong bốn chuyển tiếp xảy ra. Các mũi tên trong hình vẽ chỉ chuyển tiếp của điện tử trong 1 quá trình cụ thể. Minh họa này cũng dùng cho trường hợp của 1 trung tâm tái hợp với mức năng lượng trung hòa khi không bị chiếm bởi điện tử và âm khi bị chiếm bởi điện tử.

59

3.3.2 Sự tái hợp gián tiếp (2)



Hình 12. Các quá trình sinh-tái hợp gián tiếp ở điều kiện cân bằng nhiệt.

60

3.3.2 Sự tái hợp gián tiếp (3)

- Trong tái hợp gián tiếp, suy ra tốc độ tái hợp thì phức tạp hơn (xem phụ lục I), tốc độ tái hợp được tính theo

$$U = \frac{v_{th} \sigma_n \sigma_p N_t (p_n n_n - n_i^2)}{\sigma_p [p_n + n_i e^{(E_i - E_t)/kT}] + \sigma_n [n_n + n_i e^{(E_t - E_i)/kT}]}, \quad (48)$$

- với v_{th} là vận tốc nhiệt của các hạt dẫn (phương trình 1), và σ_n là phần ngang bắt được của các điện tử. Đại lượng σ_n mô tả sự công hiệu của trung tâm bắt điện tử là số đo cho biết điện tử tới gần trung tâm bao nhiêu sẽ bị bắt. σ_p là phần ngang bắt được của các lỗ.
- Ta có thể đơn giản hóa biểu thức của U theo E_t bằng cách giả thiết $\sigma_n = \sigma_p = \sigma_0$. Khi đó phương trình 48 trở thành

$$U = v_{th} \sigma_0 N_t \frac{(p_n n_n - n_i^2)}{p_n + n_n + 2n_i \cosh\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right)}. \quad (49)$$

- Dưới điều kiện bơm thấp trong bán dẫn loại N để $n_n \gg p_n$, tốc độ tái hợp có thể được viết lại như sau

$$U \approx v_{th} \sigma_0 N_t \frac{p_n - p_{no}}{1 + \left(\frac{2n_i}{n_{no}}\right) \cosh\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right)} = \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p}. \quad (50)$$

- Tốc độ tái hợp với tái hợp gián tiếp được cho bởi cùng biểu thức trong phương trình 43; tuy nhiên. τ_p phụ thuộc vào những vị trí của các trung tâm tái hợp. 61

3.3.3 Sự tái hợp bề mặt

- Hình 13 cho thấy các liên kết ở bề mặt bán dẫn. Do sự bất liên tục đột ngột của cấu trúc mạng tinh thể ở bề mặt, một số lớn các trạng thái năng lượng bị cục bộ hóa hoặc có thể có các trung tâm sinh-tái hợp ở miền bề mặt. Những trạng thái năng lượng này, được gọi là những trạng thái bề mặt (surface states), có thể làm tăng nhiều tốc độ tái hợp ở bề mặt. Sự tái hợp bề mặt tương tự với những gì đã xét ở những trung tâm bên trong. Tổng số các hạt dẫn tái hợp ở bề mặt trên 1 đơn vị diện tích trong 1 giây có thể được biểu diễn với dạng tương tự phương trình 48. Với điều kiện bơm thấp, và với trường hợp giới hạn ở đó nồng độ điện tử ở bề mặt chủ yếu bằng nồng độ hạt dẫn đa số ở phần khối, tổng số hạt dẫn tái hợp ở bề mặt trên 1 đơn vị diện tích trong 1 giây có thể được đơn giản hóa thành

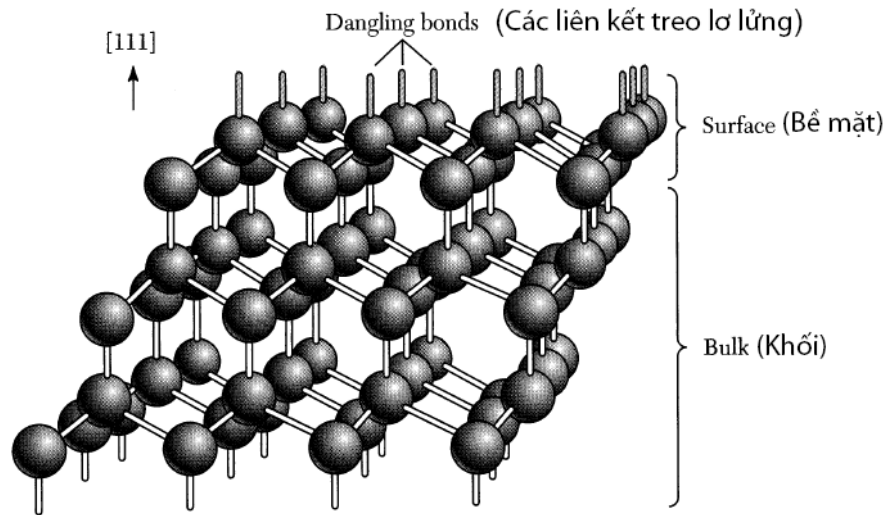
$$U_s \cong v_{th} \sigma_p N_{st} (p_s - p_{no}), \quad (51)$$

với p_s chỉ nồng độ lỗ ở bề mặt, và N_{st} là mật độ trung tâm tái hợp trên 1 đơn vị diện tích trong miền bề mặt. Vì tích số $v_{th} \tau_p N_{st}$ có thứ nguyên là cm³/giây, nó được gọi là vận tốc tái hợp bề mặt bơm thấp S_{lr} :

$$S_{lr} \equiv v_{th} \sigma_p N_{st}. \quad (52)$$

62

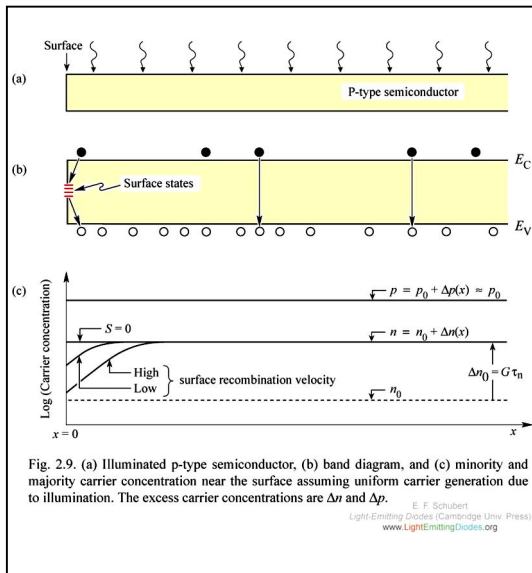
3.3.3 Sự tái hợp bề mặt (2)



Hình 13. Sơ đồ các liên kết ở bề mặt bán dẫn sạch. Những liên kết này đẳng hướng (anisotropic) và khác với các liên kết trong miền khối.

63

Surface Recombination



$$\frac{\partial \Delta n(x,t)}{\partial t} = G - R + \frac{1}{e} \frac{\partial J_n}{\partial x}$$

$$J_n = e D_n \frac{\partial \Delta n(x,t)}{\partial x}$$

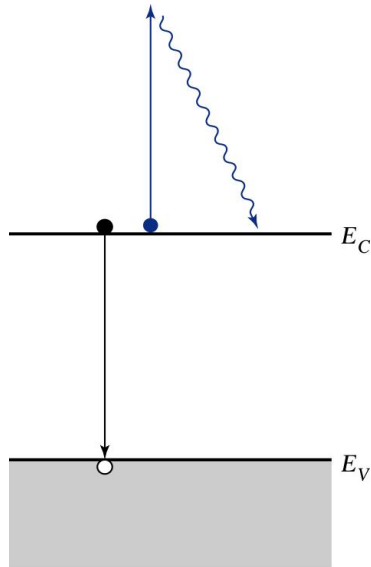
$$\frac{\partial \Delta n(x,t)}{\partial t} = G - \frac{\Delta n(x,t)}{\tau_n} + D_n \frac{\partial^2 \Delta n(x,t)}{\partial x^2}$$

$$e D_n \frac{\partial \Delta n(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = e [S] \Delta n(x,t) \Big|_{x=0}$$

$$n(x) = n_0 + \Delta n(x) = n_0 + \Delta n_{\infty} \left[1 - \frac{\tau_n S \exp(-x/L_n)}{L_n + \tau_n S} \right]$$

64

3.3.4 Sự tái hợp Auger



- Sự tái hợp cặp điện tử-lỗ
 - Truyền năng lượng hoặc momentum đến hạt thứ ba (điện tử hay lỗ)
- Thí dụ
 - Tái hợp trực tiếp giải phóng năng lượng
 - Điện tử thứ hai trong dải dẫn hấp thu năng lượng và trở thành điện tử có năng lượng
 - Điện tử này mất năng lượng vào mạng tinh thể bởi các sự kiện tán xạ
- Quan trọng khi pha tạp chất nhiều hoặc ở mức bơm cao (high injection level)

$$R_{Aug} = Bn^2p \text{ hoặc } Bnp^2$$

với hằng số B phụ thuộc nhiều vào nhiệt độ
- Quá trình Auger liên quan với 3 hạt₆₅

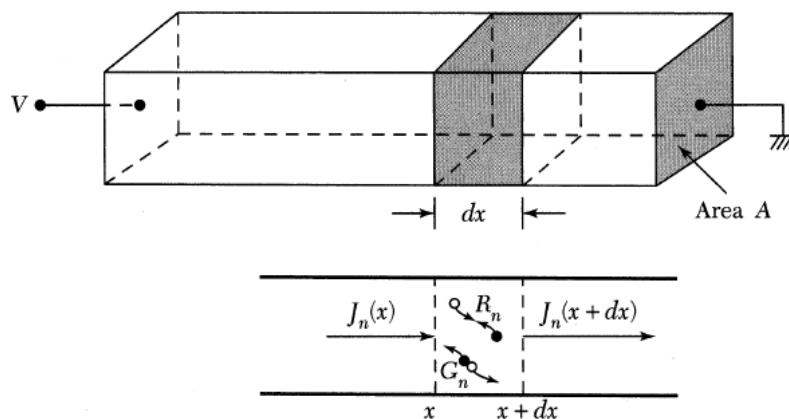
3.4 Phương trình liên tục

Phương trình liên tục (2)

- Trong những phần trước ta đã xét các hiệu ứng riêng biệt như trôi do điện trường, khuếch tán do gradient nồng độ, và tái hợp các hạt dẫn qua các trung tâm tái hợp ở các mức trung gian. Bây giờ ta xét toàn bộ hiệu ứng khi trôi, khuếch tán, và tái hợp xảy ra đồng thời trong vật liệu bán dẫn. Phương trình cho thấy tất cả các hiệu ứng này được gọi là **phương trình liên tục (continuity equation)**.
- Để suy ra phương trình liên tục 1 chiều cho điện tử, ta xét một miếng mỏng rất nhỏ với độ dày dx tại x (Hình 15). Số điện tử trong miếng mỏng có thể tăng do dòng điện chạy vào miếng mỏng và sinh hạt dẫn trong miếng mỏng. Tốc độ tăng toàn bộ của điện tử là tổng đại số của 4 thành phần: số điện tử đi vào miếng mỏng tại x , trừ với số điện tử đi ra tại $x + dx$, cộng với tốc độ điện tử được sinh ra, trừ với tốc độ điện tử bị tái hợp trong miếng mỏng.
- Hai thành phần đầu được tìm ra bằng cách chia các dòng điện tại mỗi bên của miếng mỏng bởi điện tích của điện tử. Tốc độ sinh và tái hợp được ký hiệu bằng G_n và R_n .

67

Phương trình liên tục (3)



Hình 15. Luồng dòng điện và các quá trình sinh-tái hợp trong một miếng rất mỏng có độ dày dx

68

Phương trình liên tục (4)

- Tốc độ tổng cộng của sự thay đổi số điện tử trong miếng mỏng là

$$\frac{\partial n}{\partial t} A dx = \left[\frac{J_n(x) A}{-q} - \frac{J_n(x + dx) A}{-q} \right] + (G_n - R_n) A dx, \quad (54)$$

với A là tiết diện ngang và A dx là thể tích của miếng mỏng. Khai triển Taylor cho dòng điện ở x + dx cho

$$J_n(x + dx) = J_n(x) + \frac{\partial J_n}{\partial x} dx + \dots \quad (55)$$

- Như vậy ta có được phương trình liên tục cho điện tử:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} + (G_n - R_n). \quad (56)$$

- Tương tự, ta có thể suy ra phương trình liên tục cho lỗ, ngoại trừ dấu của số hạng thứ nhất ở vế phải phương trình 56 bị đổi dấu do điện tích dương với lỗ:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} + (G_p - R_p). \quad (57)$$

69

Phương trình liên tục (4)

- Ta có thể thay thế các biểu thức dòng điện từ các phương trình 31 và 32 và các biểu thức tái hợp từ phương trình 43 vào các phương trình 56 và 57. Trong trường hợp 1 chiều dưới điều kiện mức bơm thấp, phương trình liên tục cho các hạt dẫn thiểu số là

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = n_p \mu_n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + \mu_n \mathcal{E} \frac{\partial n_p}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}, \quad (58)$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -p_n \mu_p \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} - \mu_p \mathcal{E} \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}. \quad (59)$$

- Ngoài các phương trình liên tục, phương trình Poisson

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho_s}{\epsilon_s} \quad (60)$$

phải được thỏa, với s là hằng số điện môi bán dẫn và s là mật độ điện tích không gian là tổng đại số của mật hạt dẫn và các nồng độ tạp chất bị ion hóa, $q(p - n + ND^+ - NA^-)$.

- Về nguyên tắc, các phương trình từ 58 đến 60 cùng với những điều kiện biên thích hợp cho nghiệm duy nhất. Bởi vì độ phức tạp về đại số của bộ phương trình này, trong phần lớn các trường hợp các phương trình được đơn giản hóa bằng các xấp xỉ vật lý để đạt được nghiệm dễ hơn.

70

In addition to the continuity equations, Poisson's equation

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho_s}{\epsilon_s} \quad (60)$$

must be satisfied, where ϵ_s is the semiconductor dielectric permittivity and ρ_s is the space charge density given by the algebraic sum of the charge carrier densities and the ionized impurity concentrations, $q(p - n + N_D^+ - N_A^-)$.

In principle, Eqs. 58 through 60 together with appropriate boundary conditions have a unique solution. Because of the algebraic complexity of this set of equations, in most cases the equations are simplified with physical approximations before a solution is attempted. We solve the continuity equations for three important cases.

3.4.1 Steady-State Injection from One Side

Figure 16a shows an n -type semiconductor where excess carriers are injected from one side as a result of illumination. It is assumed that light penetration is negligibly small (i.e., the assumptions of zero field and zero generation for $x > 0$). At steady state there is a

71

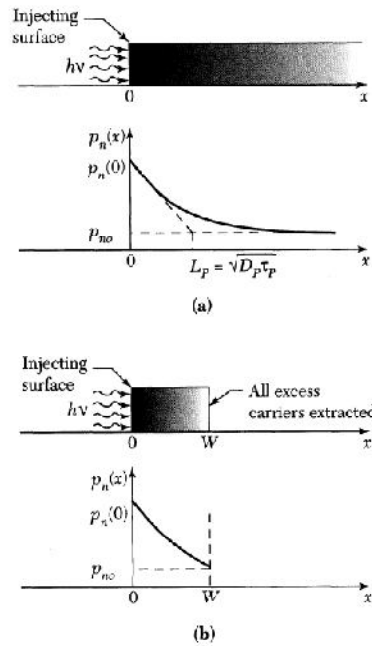


Fig. 16 Steady-state carrier injection from one side. (a) Semiinfinite sample. (b) Sample with thickness W .

72

concentration gradient near the surface. From Eq. 59 the differential equation for the minority carriers inside the semiconductor is

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = 0 = D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p}. \quad (61)$$

The boundary conditions are $p_n(x=0) = p_n(0) = \text{constant value}$ and $p_n(x \rightarrow \infty) = p_{no}$. The solution of $p_n(x)$ is

$$p_n(x) = p_{no} + [p_n(0) - p_{no}]e^{-x/L_p}. \quad (62)$$

The length L_p is equal to $\sqrt{D_p \tau_p}$ and is called the *diffusion length*. Figure 16a shows the variation of the minority carrier density, which decays with a characteristic length given by L_p .

If we change the second boundary condition as shown in Fig. 16b so that all excess carriers at $x = W$ are extracted, that is, $p_n(W) = p_{no}$, then we obtain a new solution for Eq. 61:

$$p_n(x) = p_{no} + [p_n(0) - p_{no}] \frac{\sinh\left(\frac{W-x}{L_p}\right)}{\sinh(W/L_p)}. \quad (63)$$

The current density at $x = W$ is given by the diffusion current expression, Eq. 32 with $\mathcal{E} = 0$:

$$J_p = -qD_p \left. \frac{\partial p_n}{\partial x} \right|_w = q[p_n(0) - p_{no}] \frac{D_p}{L_p} \frac{1}{\sinh(W/L_p)}. \quad (64) \quad 73$$

3.4.2 Minority Carriers at the Surface

When surface recombination is introduced at one end of a semiconductor sample under illumination (Fig. 17), the hole current density flowing into the surface from the bulk of

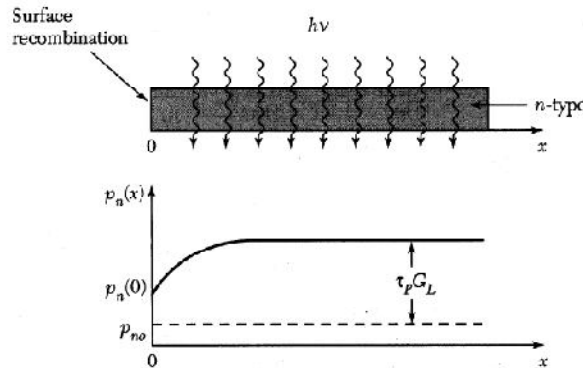


Fig. 17 Surface recombination at $x = 0$. The minority carrier distribution near the surface is affected by the surface recombination velocity.⁶

the semiconductor is given by qU_s . In this example, it is assumed that the sample is uniformly illuminated with uniform generation of carriers. The surface recombination leads to a lower carrier concentration at the surface. This gradient of hole concentration yields a diffusion current density that is equal to the surface recombination current. Therefore, the boundary condition at $x = 0$ is

$$qD_p \left. \frac{dp_n}{dx} \right|_{x=0} = qU_s = qS_{tr}[p_n(0) - p_{n0}]. \quad (65)$$

The boundary condition at $x = \infty$ is given by Eq. 45a. At steady state the differential equation is

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = 0 = D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_L - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}. \quad (66)$$

The solution of the equation, subject to the boundary conditions above, is⁶

$$p_n(x) = p_{n0} + \tau_p G_L \left(1 - \frac{\tau_p S_{tr} e^{-x/L_p}}{L_p + \tau_p S_{tr}} \right). \quad (67)$$

A plot of this equation for a finite S_{tr} is shown in Fig. 17. When $S_{tr} \rightarrow 0$, then $p_n(x) \rightarrow p_{n0} + \tau_p G_L$, as obtained previously (Eq. 45a). When $S_{tr} \rightarrow \infty$, then

$$p_n(x) = p_{n0} + \tau_p G_L (1 - e^{-x/L_p}). \quad (68)$$

From Eq. 68 we can see that at the surface the minority carrier density approaches its thermal equilibrium value p_{n0} .

Tóm tắt các phương trình bán dẫn

$$j_n = q\mu_n nE + qD_n \cdot \frac{dn}{dx} = \mu_n n \frac{dE_F^n}{dx}$$

Current density for electrons

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \cdot \frac{dj_n}{dx} + G - R$$

Continuity equation for electrons

$$j_p = q\mu_p pE - qD_p \cdot \frac{dp}{dx} = \mu_p p \frac{dE_F^p}{dx}$$

Current density for holes

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{dj_p}{dx} + G - R$$

Continuity equation for holes

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_s} \rho_s$$

Poisson equation