

CONSTRUCTION  
MANAGEMENT

**EDGE**

# Chương 3 Quy hoạch tuyến tính



Tin học trong quản lý xây dựng

# Chương 3 Quy hoạch tuyến tính

- Các yêu cầu cho một bài toán QHTT
- Giải bài toán QHTT bằng phương pháp đồ thị
- Giải bài toán QHTT cực tiểu hàm mục tiêu
- Bài toán đối ngẫu
- Biến bổ sung, biến bù
- Phân tích cảm biến



Chương 3 Quy hoạch tuyến tính

# CÁC YÊU CẦU CHO MỘT BÀI TOÁN QHTT

©2010 của Đỗ Thị Xuân Lan , GVC. Ths.

# Các yêu cầu cho một bài toán QHTT

- Các bài toán quy hoạch tuyến tính đều tìm lời giải để cực đại hay cực tiểu hàm mục tiêu
- Các bài toán quy hoạch tuyến tính đều có các ràng buộc làm hạn chế khả năng cực đại hay cực tiểu hàm mục tiêu.
- Các bài toán quy hoạch tuyến tính luôn có nhiều khả năng để lựa chọn.
- Hàm mục tiêu và các ràng buộc của bài toán quy hoạch tuyến tính phải là hàm tuyến tính (hàm bậc nhất)



Chương 3 Quy hoạch tuyến tính

# GIẢI BÀI TOÁN QHTT BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ

©2010 của Đỗ Thị Xuân Lan , GVC. Ths.

# Giải bài toán QHTT bằng phương pháp đồ thị

- **Ví dụ.** Một lò gốm hàng ngày sản xuất hai loại mặt hàng cao cấp: bình bông (B) và đôn sứ (Đ), sản lượng bị giới hạn bởi nguyên liệu là đất sét trắng và số thợ lành nghề (tính theo giờ công lao động). Số đất sét trắng hàng ngày được cung cấp: 240kg. Số giờ công lao động lành nghề hàng ngày: 100 giờ. Để làm được một đôn sứ cần có 4 kg đất sét trắng và 2 giờ công lao động. Để làm được một bình bông thì cần phải có 3 kg đất sét trắng, 1 giờ công. Đơn giá bán một đôn sứ là 70.000 đồng, một bình bông là 50.000 đồng. Vậy mỗi ngày nên sản xuất bao nhiêu đôn sứ và bao nhiêu bình bông để doanh thu cao nhất?

# Giải bài toán QHTT bằng phương pháp đồ thị

Bài toán được tóm tắt như sau:

Tài nguyên	Nhu cầu để sản xuất một sản phẩm		Khả năng đáp ứng
	Đôn sứ ( $x_1$ )	Bình bông ( $x_2$ )	
Đất sét trắng	4	3	240
Giờ công	2	1	100
Giá bán (10.000 đ)	7	5	

# Giải bài toán QHTT bằng phương pháp đồ thị

- **Bước 1.** Đặt tên biến

Gọi  $x_1$  là số lượng đơn sứ sản xuất mỗi ngày

Gọi  $x_2$  là số lượng bình bông sản xuất mỗi ngày

- **Bước 2.** Xác định hàm mục tiêu

$$Z = 7x_1 + 5x_2 \square max$$

- **Bước 3.** Xác định các điều kiện ràng buộc

$$4x_1 + 3x_2 \leq 240 \text{ (kg đất sét)} \quad (1)$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 100 \text{ (giờ công)} \quad (2)$$

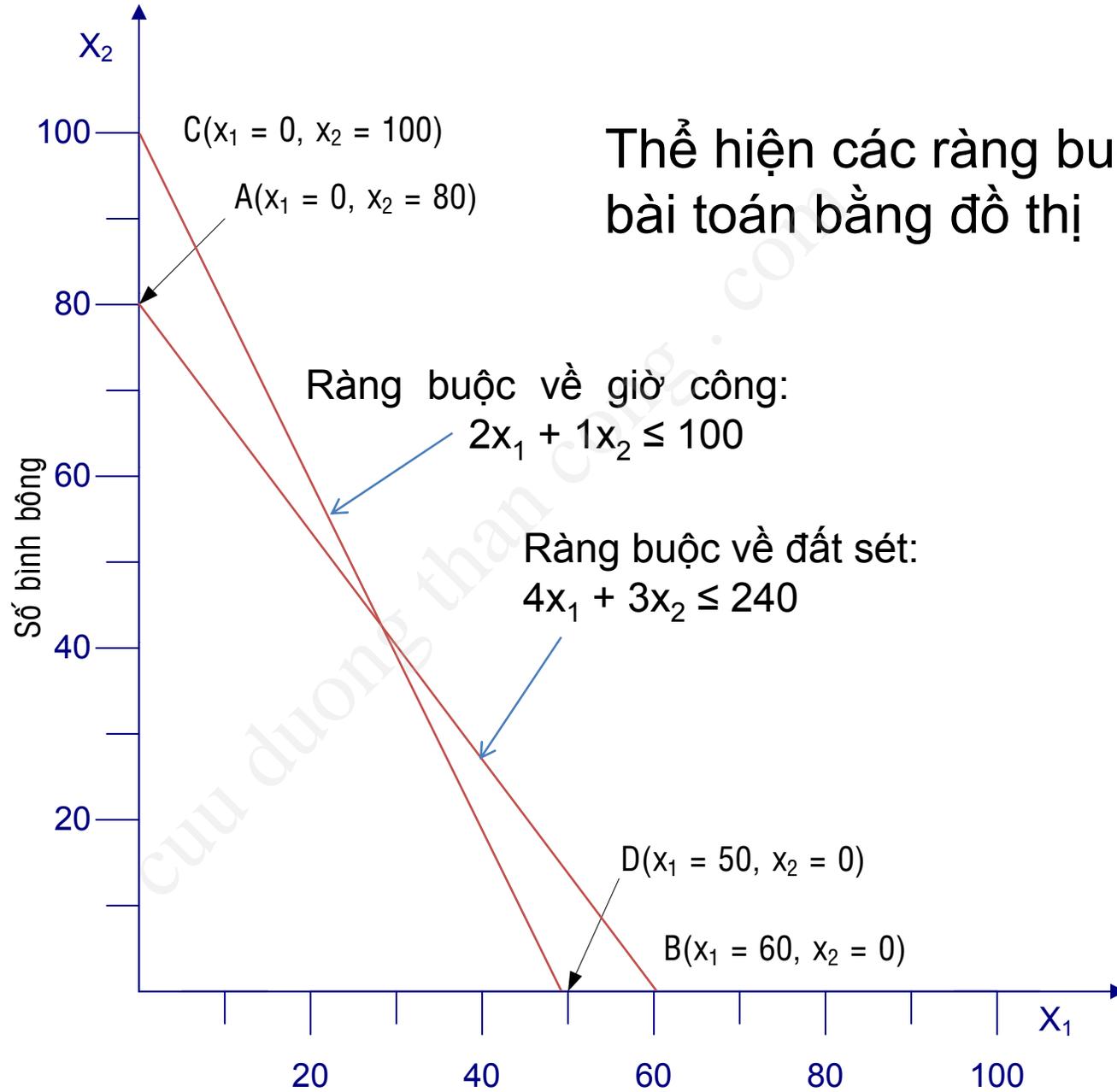
Điều kiện biên:

$$x_1 \geq 0$$

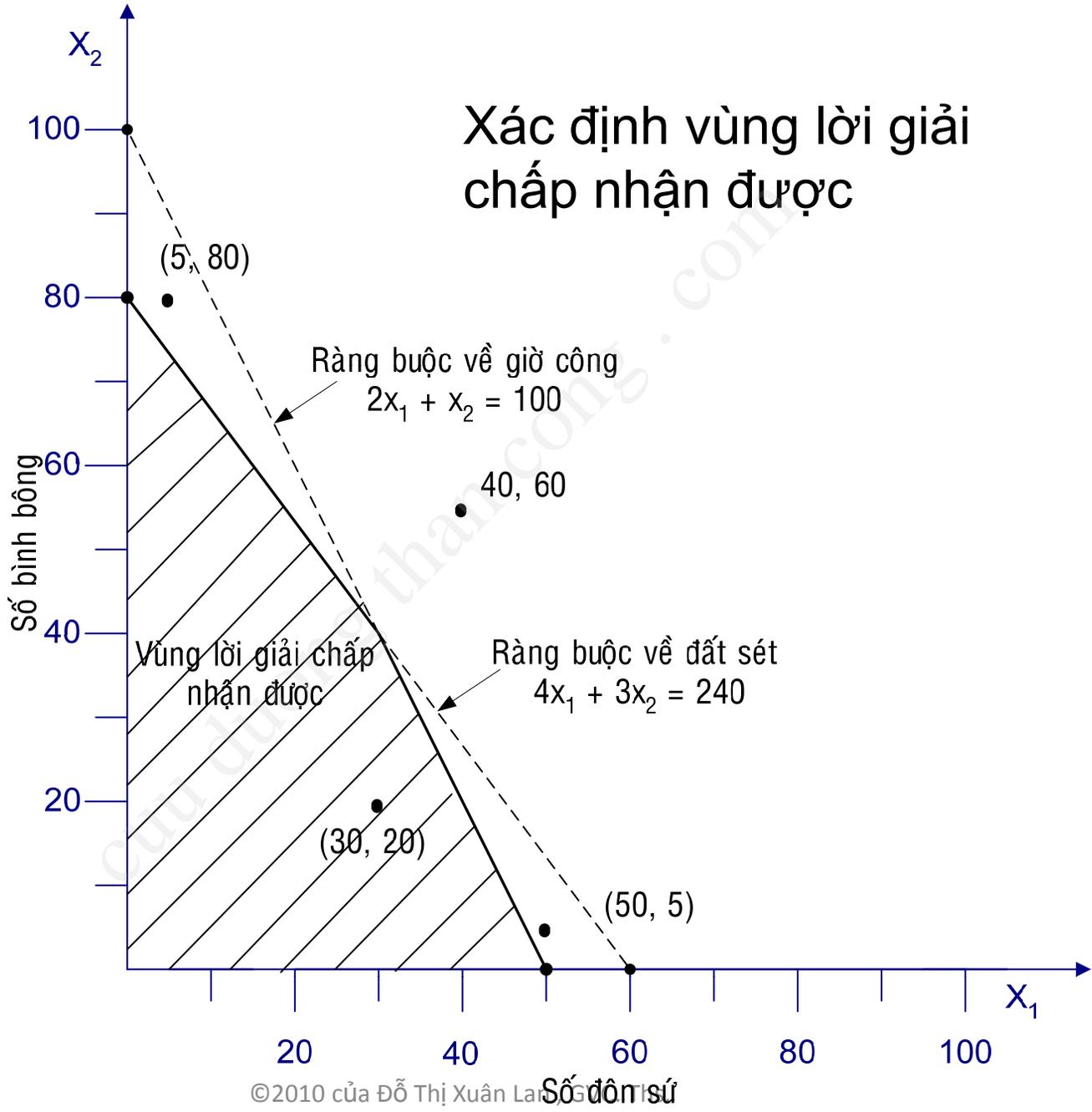
$$x_2 \geq 0$$

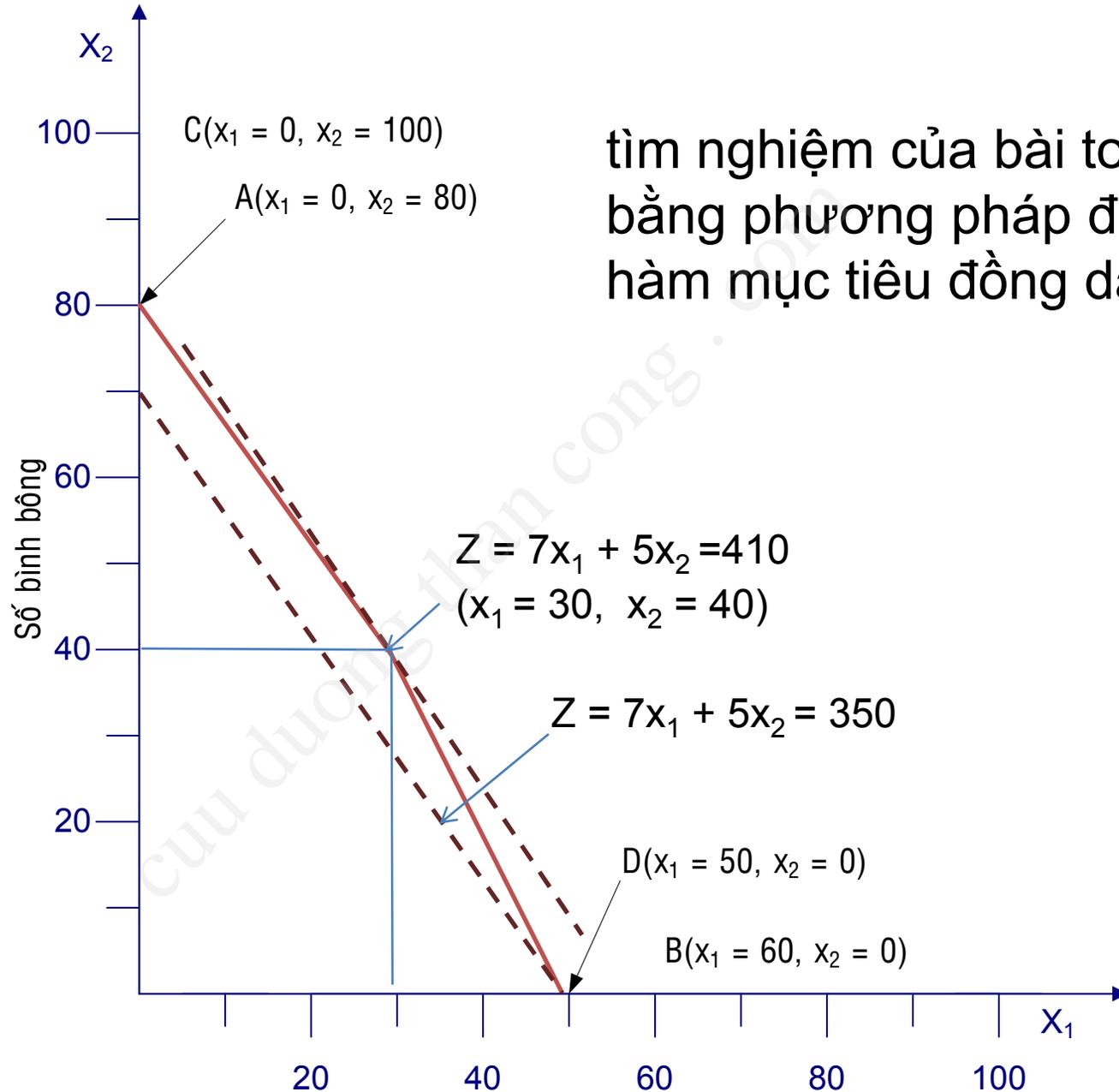
- **Bước 4.** Giải bằng phương pháp đồ thị

©2010 của Đỗ Thị Xuân Lan , GVC. Ths.

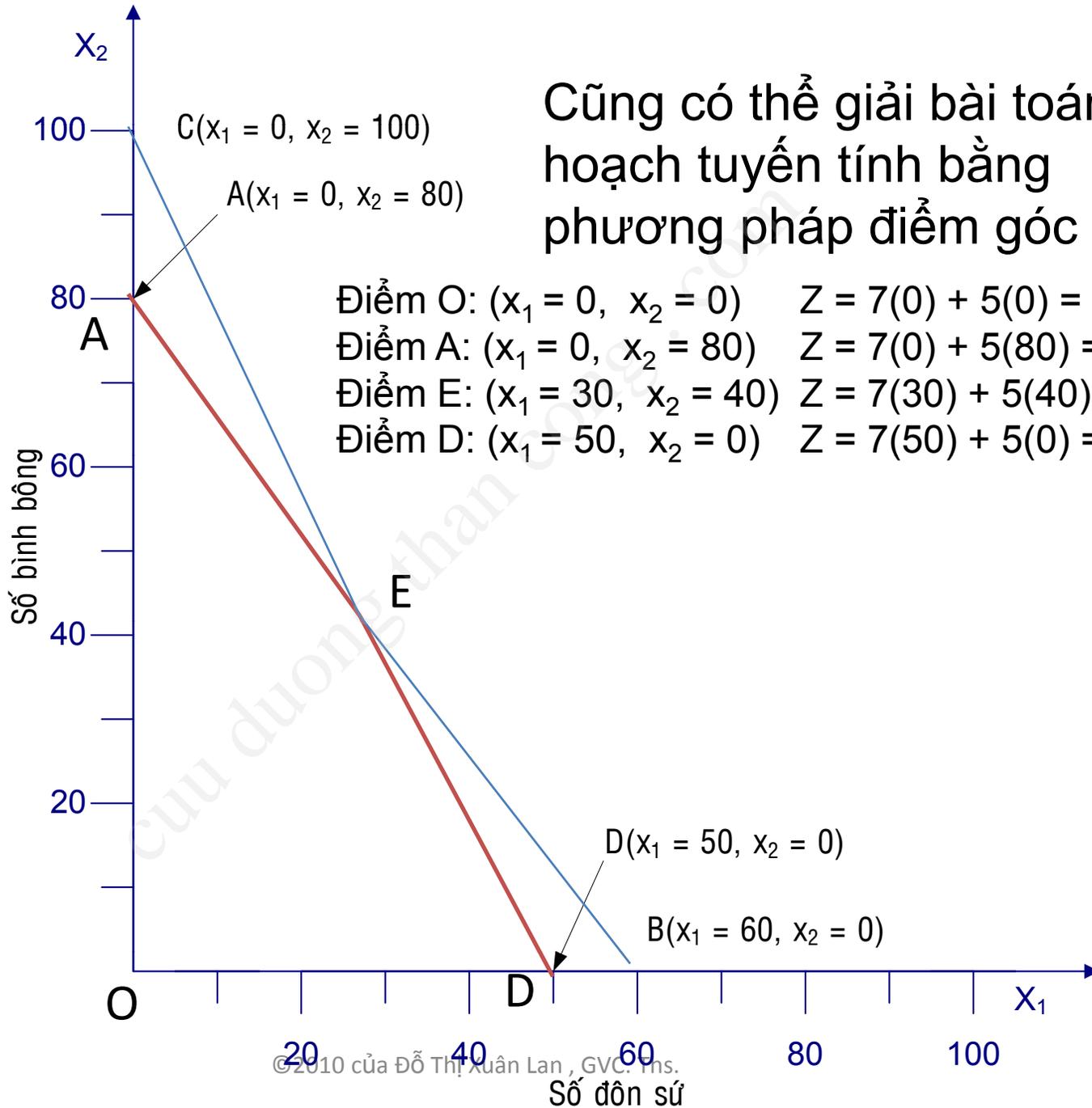


©2010 của Đỗ Thị Xuân Số 17/C. Trs.





tìm nghiệm của bài toán  
bằng phương pháp đường  
hàm mục tiêu đồng dạng





Chương 3 Quy hoạch tuyến tính

# GIẢI BÀI TOÁN CỰC TIỂU HÀM MỤC TIÊU

©2010 của Đỗ Thị Xuân Lan , GVC. Ths.

# Giải bài toán cực tiểu hàm mục tiêu

**Ví dụ.** Một nông dân cần mua phân bón cho mùa trồng trọt tới. Có 2 loại phân đóng gói 10 kg do hãng A và B sản xuất, với các thành phần đạm và lân trong phân của hãng A lần lượt là 3 và 7 kg, của B là 6 và 4 kg. Giá mua một gói phân của hãng A là 60.000 đồng, hãng B là 30.000 đồng. Người nông dân cần tối thiểu 16 kg đạm và 24 kg lân. Hỏi ông ta nên mua bao nhiêu gói của mỗi hãng để chi phí thấp nhất.

# Giải bài toán cực tiểu hàm mục tiêu

Bài toán được tóm tắt như sau:

Thành phần	Loại		Nhu cầu
	A ( $x_1$ )	B ( $x_2$ )	
Đạm (kg/gói)	3	6	16
Lân (kg/gói)	7	4	24
Giá mua (10.000 đồng)	6	3	

# Giải bài toán cực tiểu hàm mục tiêu

- **Bước 1.** Đặt tên biến

Gọi  $x_1$  là số gói phân loại A cần mua

Gọi  $x_2$  là số gói phân loại B cần mua

- **Bước 2.** Xác định hàm mục tiêu

$$Z = 6x_1 + 3x_2 \square \text{ min}$$

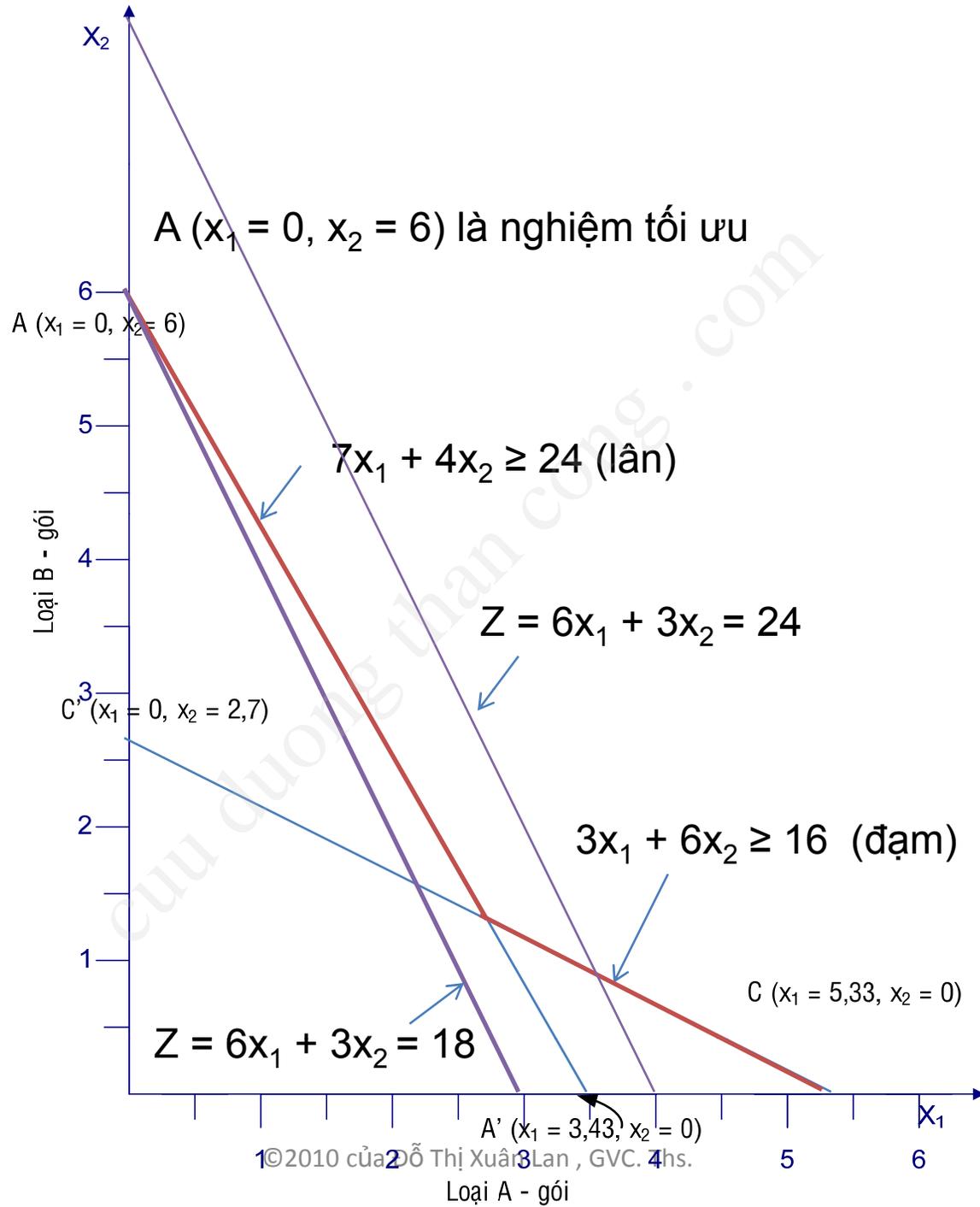
- **Bước 3.** Xác định các điều kiện ràng buộc

$$3x_1 + 6x_2 \geq 16 \text{ (nhu cầu về đạ)}m$$

$$7x_1 + 4x_2 \geq 24 \text{ (nhu cầu về lậ)}n$$

Điều kiện biên là:  $x_1, x_2 \geq 0$

- **Bước 4.** Giải bằng phương pháp đồ thị





Chương 3 Quy hoạch tuyến tính

# BÀI TOÁN ĐỐI NGẪU

©2010 của Đỗ Thị Xuân Lan , GVC. Ths.

# Bài toán đối ngẫu

- **Ví dụ.** Một xưởng mộc sản xuất bàn và tủ. Lượng sản phẩm sản xuất ra được phụ thuộc vào số công lao động và diện tích mặt bằng. Nhu cầu sử dụng tài nguyên để sản xuất ra tủ và bàn cũng như lượng tài nguyên tối đa cung cấp hàng ngày được trình bày trong bảng. Giá gia công 500.000 đ/tủ và 1.200.000 đ/bàn. Mỗi ngày nên sản xuất bao nhiêu tủ và bàn để có doanh thu lớn nhất.



Tài nguyên	Nhu cầu của		Lượng tài nguyên cung cấp hàng ngày
	Tủ	Bàn	
Lao động (công)	2	4	80
Mặt bằng (m <sup>2</sup> )	3	1	60

**Bước 1.** Đặt tên biến

Gọi  $x_1$  là số tủ nên đóng trong ngày

Gọi  $x_2$  là số bàn nên đóng trong ngày

**Bước 2.** Xác định hàm mục tiêu

$$Z = 50x_1 + 120x_2 \quad \square \quad \max \quad (10.000 \text{ đồng})$$

**Bước 3.** Xác định các điều kiện ràng buộc

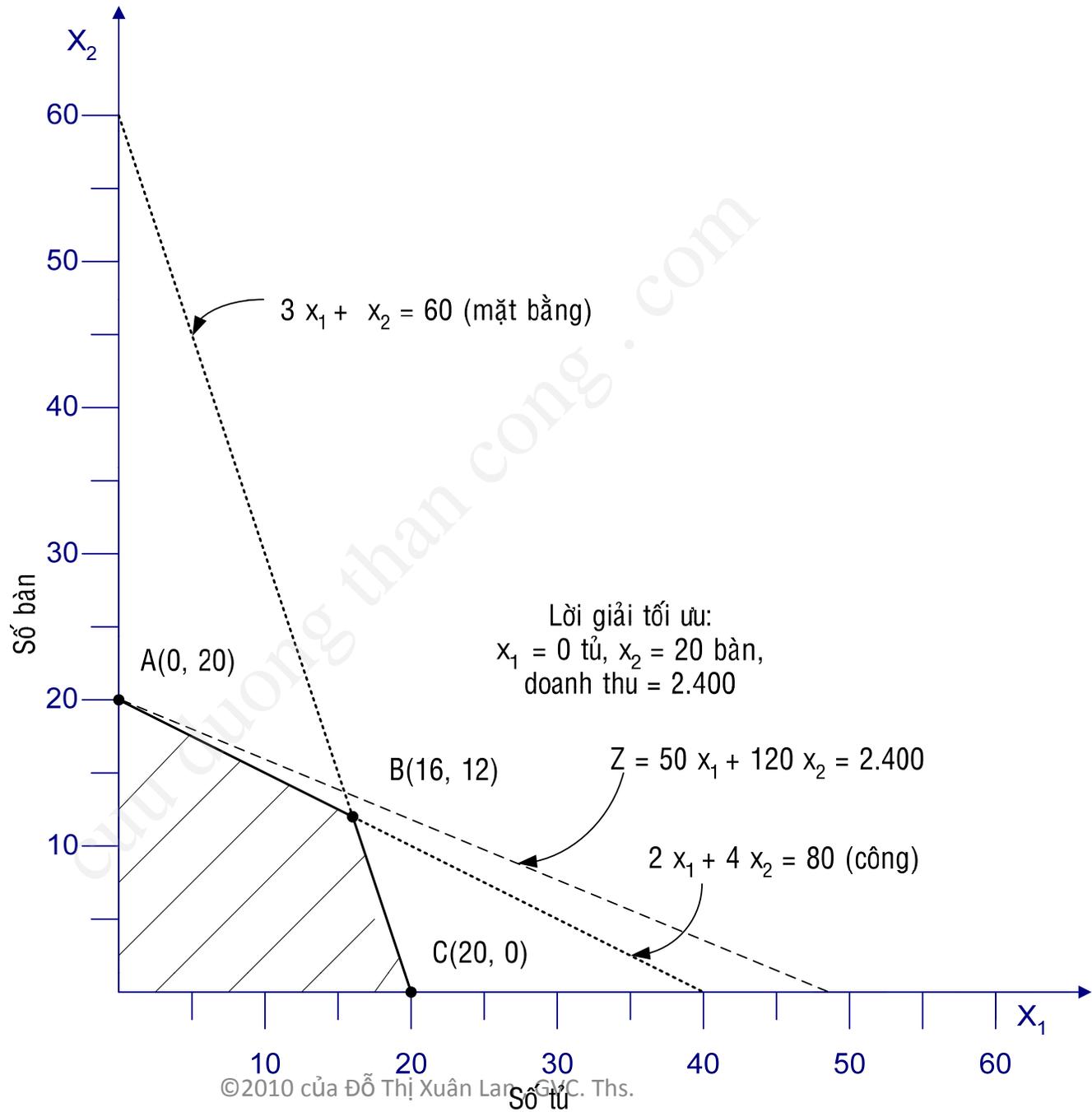
$$2x_1 + 4x_2 \leq 80 \quad (\text{Khả năng đáp ứng về công})$$

$$3x_1 + 1x_2 \leq 60 \quad (\text{Khả năng đáp ứng về mặt bằng})$$

Điều kiện biên là:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**Bước 4.** Giải bằng phương pháp đồ thị  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 20$ , nên sản xuất 20 bàn và không sản xuất tủ mỗi ngày để doanh thu cao nhất.



# Bài toán đối ngẫu

Do hai mặt hàng tủ và bàn bán không chạy nên người chủ xưởng sản xuất không định sản xuất chúng nữa mà cho một công ty sản xuất đồ gỗ đang có đơn hàng xuất khẩu thuê thợ và cho thuê mặt bằng. Người chủ xưởng phải đặt giá cho thuê một công thợ, và một mét vuông mặt bằng là bao nhiêu để tối thiểu cũng phải đạt được doanh thu như khi tự sản xuất.

# Bài toán đối ngẫu

- Gọi  $u_1$  là giá cho thuê một giờ công thợ (10.000 đồng)  
Gọi  $u_2$  là giá cho thuê một m<sup>2</sup> mặt bằng (10.000 đồng)
- Với điều kiện doanh thu cho thuê ít nhất cũng bằng với doanh thu khi tự sản xuất:

$2u_1 + 3u_2 \geq 50$  (doanh thu thuê tài nguyên để sản xuất 1 tủ)

$4u_1 + 1u_2 \geq 120$  (doanh thu cho thuê tài nguyên sản xuất 1 bàn)

- Để có thể thực hiện hợp đồng cho thuê, tổng tiền thuê phải có giá trị thấp nhất. Hàm mục tiêu của bài toán là:

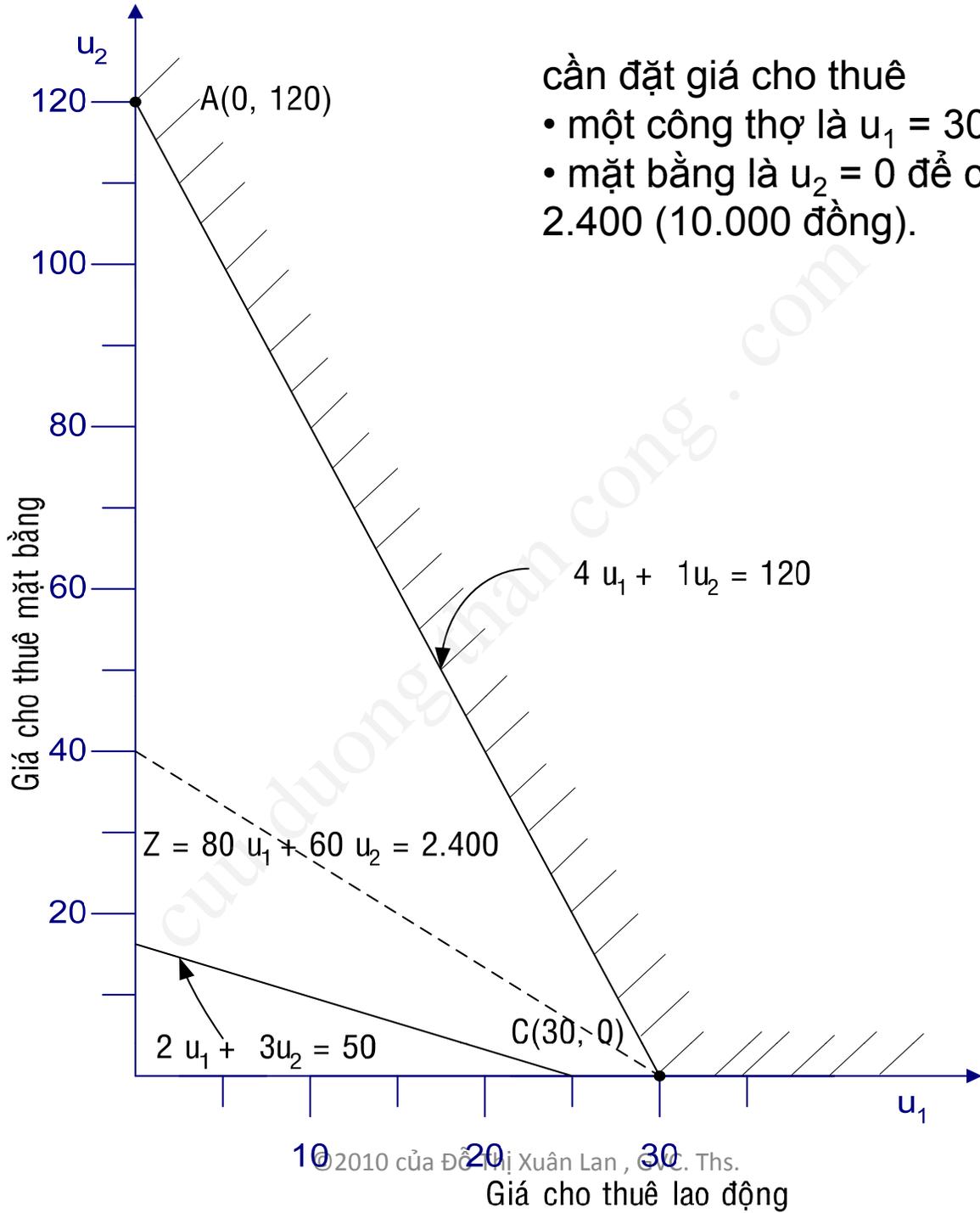
$$Z = 80 u_1 + 60 u_2 \square \min$$

- Điều kiện biên:

$$u_1 \geq 0$$

$$u_2 \geq 0$$

©2010 của Đỗ Thị Xuân Lan , GVC. Ths.



- cần đặt giá cho thuê
- một công thợ là  $u_1 = 30$  (10.000 đồng)
  - mặt bằng là  $u_2 = 0$  để có doanh thu là 2.400 (10.000 đồng).

# Bài toán đối ngẫu

## Bài toán ban đầu

$x_1$  là số tủ nên đóng trong ngày

$x_2$  là số bàn nên đóng trong ngày

Hàm mục tiêu:

$$Z = 50x_1 + 120x_2 \quad \square \quad \max$$

Các ràng buộc:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 80$$

$$3x_1 + 1x_2 \leq 60$$

Điều kiện biên là:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

## Bài toán đối ngẫu

$u_1$  là giá cho thuê một giờ công thợ

$u_2$  là giá cho thuê một m<sup>2</sup> mặt bằng

Hàm mục tiêu:

$$Z = 80u_1 + 60u_2 \quad \square \quad \min$$

Các ràng buộc:

$$2u_1 + 3u_2 \geq 50$$

$$4u_1 + 1u_2 \geq 120$$

Điều kiện biên:

$$u_1, u_2 \geq 0$$



Chương 3 Quy hoạch tuyến tính

# BIẾN BỔ SUNG, BIẾN BÙ

©2010 của Đỗ Thị Xuân Lan , GVC. Ths.

# Biến bổ sung, biến bù

Điểm A (0, 20) nghiệm của bài toán nằm trên ràng buộc công lao động □ cho thấy kế hoạch sản xuất bàn và tủ tối ưu sẽ tận dụng hết công lao động. Điểm A(0, 20) không nằm trên ràng buộc về mặt bằng □ cho thấy kế hoạch sản xuất bàn và tủ tối ưu không sử dụng hết mặt bằng

$2x_1 + 4x_2 \leq 80$  là ràng buộc tận dụng hết

$3x_1 + 1x_2 \leq 60$  là ràng buộc không tận dụng hết

# Biến bổ sung, biến bù

Đối với ràng buộc chưa tận dụng hết, chênh lệch giữa vế phải và vế trái (ký hiệu là  $s_i$ ) được gọi là *biến bổ sung* (với ràng buộc  $\leq$ ) hay *biến bù* (với ràng buộc  $\geq$ ).

# Biến bổ sung, biến bù

- Xét ràng buộc về công lao động:  
$$2x_1 + 4x_2 \leq 80 \quad (1)$$
$$2x_1 + 4x_2 + s_1 = 80$$
$$s_1 = 80 - 2(0) - 4(20)$$
$$s_1 = 0 \text{ (đã tận dụng hết công lao động)}$$
- Xét ràng buộc về mặt bằng:  
$$3x_1 + 1x_2 \leq 60$$
$$3x_1 + 1x_2 + s_2 = 60$$
$$s_2 = 60 - 3(0) - 1(20)$$
$$s_2 = 40 \text{ (còn } 40 \text{ m}^2 \text{ mặt bằng chưa tận dụng hết)}$$



Chương 3 Quy hoạch tuyến tính

# PHÂN TÍCH CẢM BIẾN.

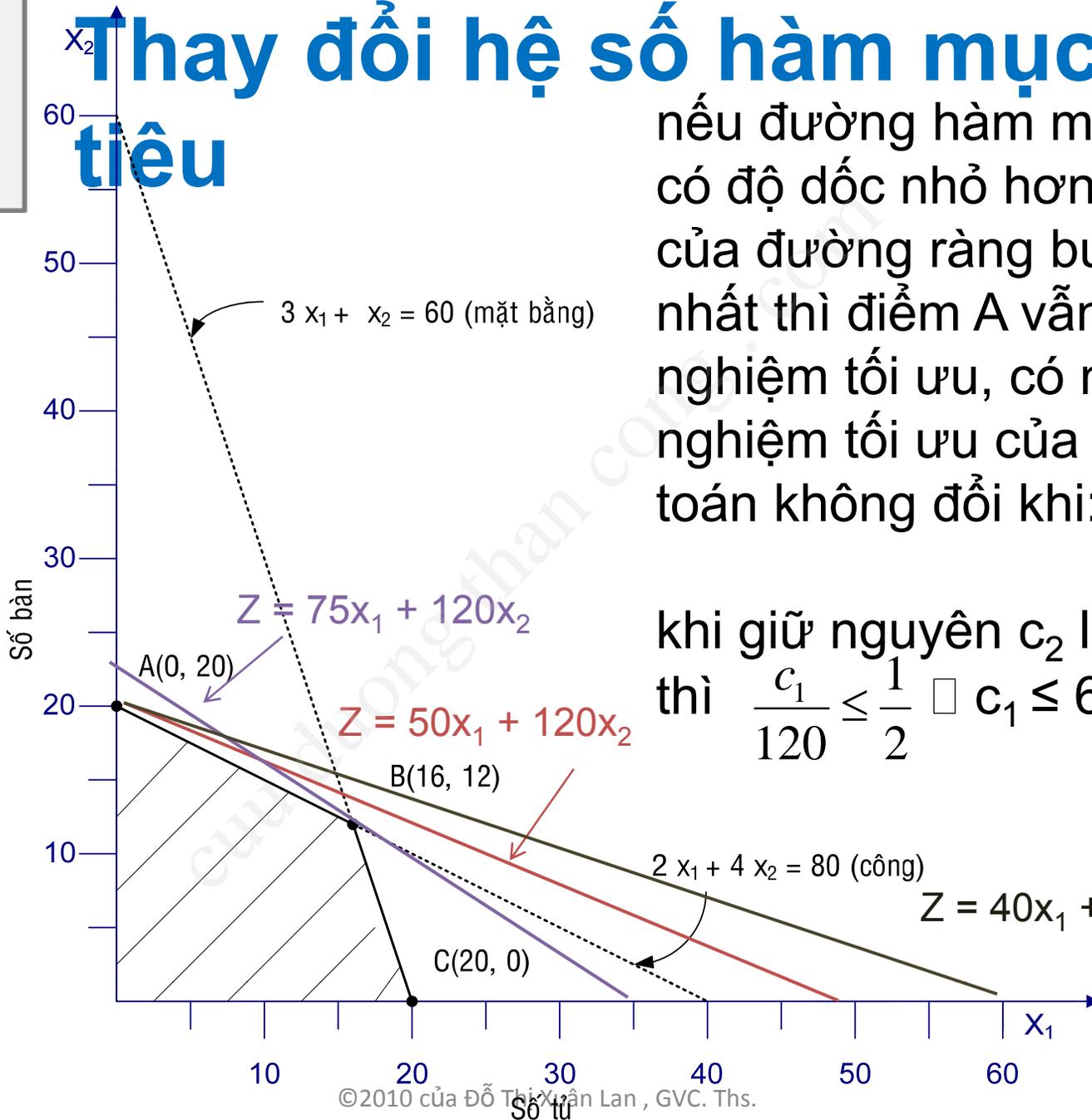
©2010 của Đỗ Thị Xuân Lan , GVC. Ths.

# Phân tích cảm biến.

- Bài toán quy hoạch tuyến tính ban đầu được giải trong điều kiện xác định sau đó tìm xu hướng thay đổi của nghiệm tối ưu khi dữ liệu của bài toán thay đổi gọi là phân tích cảm biến
- phân tích cảm biến khi có
  - sự thay đổi của hệ số hàm mục tiêu
  - sự thay đổi giá trị vế bên phải của ràng buộc

*(với điều kiện là chỉ thay đổi một thông số tại một thời điểm)*

# Thay đổi hệ số hàm mục tiêu



nếu đường hàm mục tiêu có độ dốc nhỏ hơn độ dốc của đường ràng buộc thứ nhất thì điểm A vẫn là nghiệm tối ưu, có nghĩa là nghiệm tối ưu của bài toán không đổi khi:  $\frac{c_1}{c_2} \leq \frac{1}{2}$

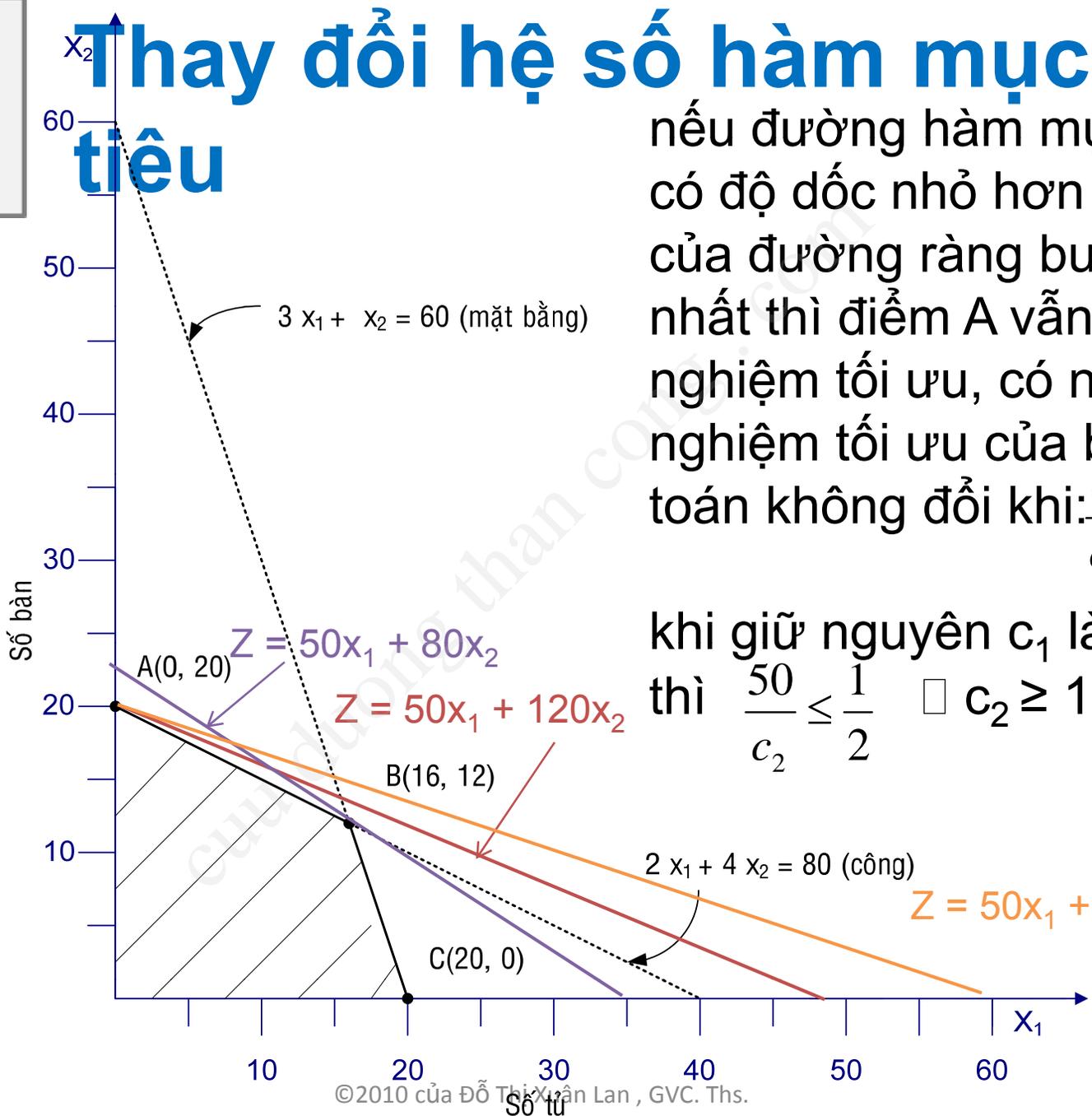
khi giữ nguyên  $c_2$  là 120. thì  $\frac{c_1}{120} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow c_1 \leq 60$

$$\frac{c_1}{120} \leq -\frac{1}{2}$$

CONSTRUCTION  
MANAGEMENT

**EDGE**

# Thay đổi hệ số hàm mục tiêu



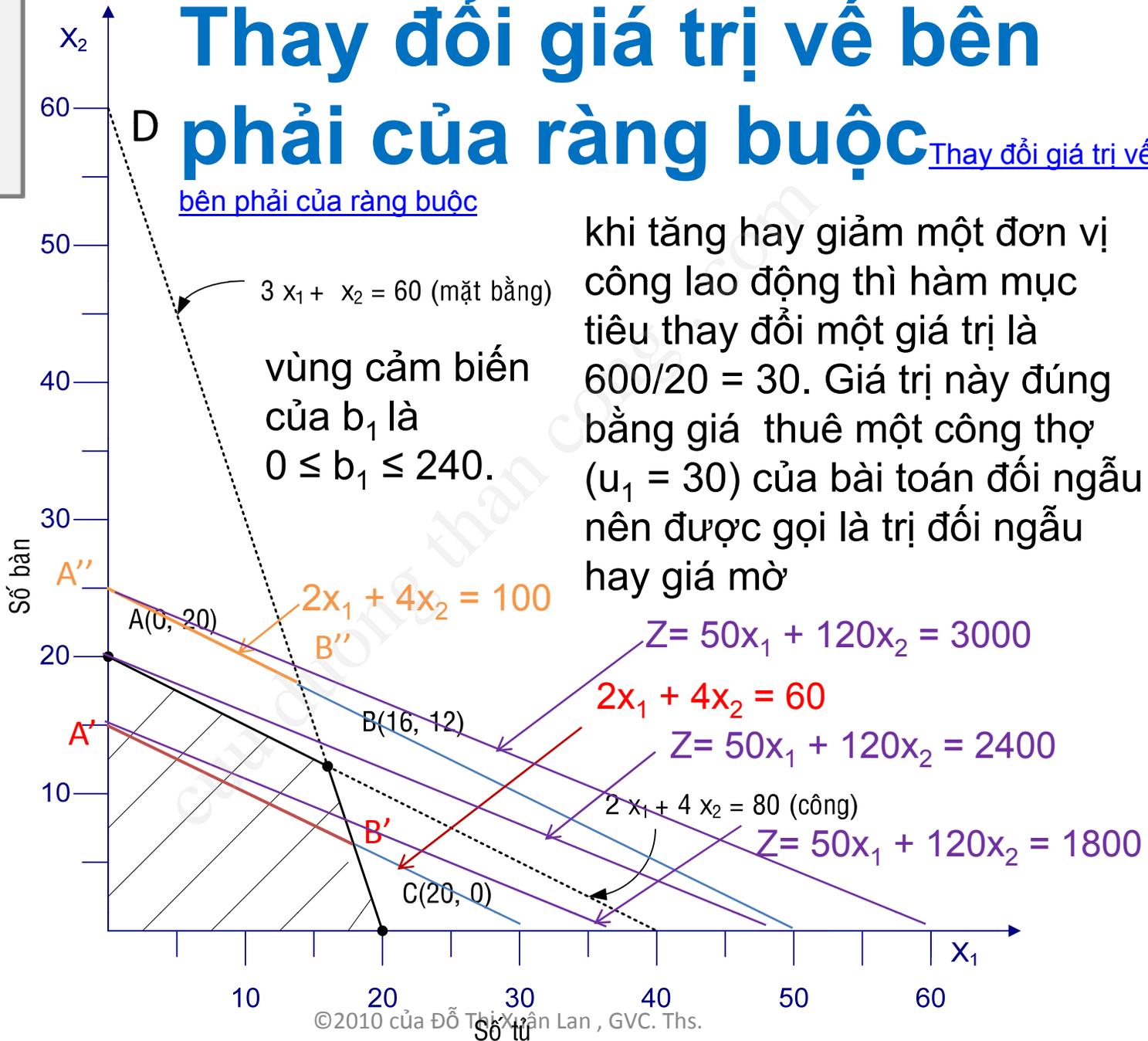
nếu đường hàm mục tiêu có độ dốc nhỏ hơn độ dốc của đường ràng buộc thứ nhất thì điểm A vẫn là nghiệm tối ưu, có nghĩa là nghiệm tối ưu của bài toán không đổi khi:  $\frac{c_1}{c_2} \leq \frac{1}{2}$

khi giữ nguyên  $c_1$  là 50. thì  $\frac{50}{c_2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow c_2 \geq 100$

# Thay đổi giá trị về bên phải của ràng buộc

Thay đổi giá trị về

bên phải của ràng buộc



khi tăng hay giảm một đơn vị công lao động thì hàm mục tiêu thay đổi một giá trị là  $600/20 = 30$ . Giá trị này đúng bằng giá thuê một công thợ ( $u_1 = 30$ ) của bài toán đối ngẫu nên được gọi là trị đối ngẫu hay giá mờ

# Thay đổi giá trị về bên phải của ràng buộc

- *Trị đối ngẫu  $u_i$*  chính là giá trị của tài nguyên thứ  $i$  (tương ứng với ràng buộc thứ  $i$ ) nhằm đảm bảo hàm mục tiêu của bài toán đối ngẫu đúng bằng giá trị hàm mục tiêu của bài toán ban đầu. Trị đối ngẫu  $u_i$  (hay còn gọi là giá mờ) là giá trị thay đổi của hàm mục tiêu khi tăng hay giảm một đơn vị giá trị về phải của ràng buộc.

# Thay đổi giá trị về bên phải của ràng buộc

- Nếu ký hiệu giá trị về phải của ràng buộc thứ  $i$  là  $b_i$ , vùng cảm biến của  $b_i$  là khoảng  $b_i$  có thể thay đổi mà trị đối ngẫu  $u_i$  không thay đổi. Nếu như giá trị  $b_i$  tăng vượt giới hạn trên hay giảm đến thấp hơn giới hạn dưới của vùng cảm biến thì có ít nhất một ràng buộc không phải là ràng buộc **tận dụng hết** trở thành *ràng buộc tận dụng hết* hay một ràng buộc **tận dụng hết** trở thành *ràng buộc không tận dụng hết* làm ảnh hưởng đến hàm mục tiêu và trị đối ngẫu

$U_i$ . [Thay đổi giá trị về bên phải của ràng buộc](#)

