HUTECH
ĐẠI HỌC KỸ THUẬT CÔNG NGHỆ TP.HCM

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

ĐỀ THI MẪU
Môn thi: **Toán cao cấp 1**
Thời gian làm bài: **90 phút**
Thí sinh không dùng tài liệu.

1. Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$. Tính $\left(A^2\right)^T$.

   A. $\left(A^2\right)^T=\begin{bmatrix}-5 & -10\\ 15 & 10\end{bmatrix}$.
   B. $\left(A^2\right)^T=\begin{bmatrix}-5 & 15\\ -10 & 10\end{bmatrix}$.
   C. $\left(A^2\right)^T=\begin{bmatrix}-5 & 10\\ 15 & -10\end{bmatrix}$.
   D. $\left(A^2\right)^T=\begin{bmatrix}-5 & -10\\ -15 & 10\end{bmatrix}$.

2. Cho A là ma trận vuông cấp 4. Hãy tính det(2A).

   A. det(2A) = 2 det(A).
   B. det(2A) = 16det(A).
   C. det(2A) = 8det(A).
   D. det(2A) = 4det(A).

3. Tính định thức $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 0 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 5 & -7 & 2\\ 2 & -1 & 0 & 2\end{vmatrix}$.

   A. $\Delta=104$.
   B. $\Delta=-14$.
   C. $\Delta=34$.
   D. $\Delta=48$.

4. Tìm c và d sao cho ma trận $\mathrm{B}=\begin{pmatrix}\mathrm{c} & \mathrm{d}\\ \mathrm{d} & \mathrm{c}\end{pmatrix}$ có hạng là 2.

   A. $c^2 \neq d^2$.
   B. c = d.
   C. c ≠ d.
   D. 2c + d = 0.

5. Cho ba ma trận

$$M=\begin{pmatrix}3 & 6 & 0\\ 3 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 0\end{pmatrix},\ N=\begin{pmatrix}2 & 6 & 4\\ 3 & 2 & 6\\ 1 & 4 & 2\end{pmatrix},\ P=\begin{pmatrix}2 & 1 & -3\\ -1 & 2 & 2\\ 4 & -5 & 1\end{pmatrix}.$$

   Ma trận nào trong chúng là khả nghịch?

   A. P.
   B. N và P.
   C. M và P.
   D. M.

6. Phương trình $\begin{vmatrix}x & x & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 1 & 2\\ x & x & 2 & x\end{vmatrix}=0$ có nghiệm x là:

   A. 0.
   B. 0 và 4.
   C. 0, 1, và 4.
   D. 0, 1, 2, và 4.

7. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+2y-z+t-3u=1 \\ 3x+y+3z+2t=4 \\ x-3y+5z+6u=2 \end{cases}$ phụ thuộc vào bao nhiêu tham số?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

8. Tìm nghiệm của hệ phương trình tuyến tính $\begin{cases} x+3y+4z=2 \\ x+2y+3z=5 \\ 2x+7y+9z=3. \end{cases}$

A. Hệ vô nghiệm. B. $x=1;\ y=-1;\ z=1.$

C. $x=1-\alpha;\ y=-1-\alpha;\ z=1+\alpha;\ \forall\alpha.$ D. $x=-5;\ y=1;\ z=1.$

9. Cho *x, y* thỏa hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3y+z=-7 \\ x+4y+2z=-1 \\ x-4y=-5 \end{cases}$. Tính giá trị $t=x^2+y^2$.

A. *t* = 2. B. *t* = 1. C. *t* = 0. D. *t* = 4.

10. Xác định *a, b* để hệ phương trình $\begin{cases} x+2y+az=3 \\ 3x-y-az=2 \\ 2x+y+3z=b \end{cases}$ có vô số nghiệm.

A. $a=\dfrac{21}{2}$ và $b=3$. B. $a=\dfrac{21}{2}$ và $b\neq 3$.

C. $a=\dfrac{21}{2},\ \forall b$. D. $a\neq\dfrac{21}{2},\ \forall b$.

11. Tìm *m* để hệ $\begin{cases} 2x+y+5z-t=0 \\ 3x+2y+9z-2t=0 \\ 6x+3y+14z-mt=0 \end{cases}$ có duy nhất một nghiệm.

A. Không tồn tại *m* thỏa yêu cầu. B. $m=0$.

C. *m* tùy ý. D. $m\neq 3$.

12. Cho ma trận *M* vuông cấp 5. Điều kiện "hệ *MX*=0 chỉ có nghiệm tầm thường" KHÔNG tương đương với điều kiện nào dưới đây?

A. Hệ $(M^T)X=0$ chỉ có nghiệm tầm thường.

B. Hệ $MX=B$ có nghiệm duy nhất với mọi *B* là ma trận cấp 5×1.

C. Các véc-tơ là các dòng của *M* tạo thành một cơ sở của $\mathbb{R}^5$.

D. Định thức của *M* bằng 0.

13. Trong $\mathbb{R}^4$ cho các véc-tơ $v_1=(2, 1, 1, 1)$, $v_2=(2, 1, -1, 1)$, $v_3=(10, 5, -1, m)$. Với giá trị nào của m thì v_1, v_2, v_3 độc lập tuyến tính?

A. m≠0. B. m≠5. C. m tùy ý. D. Không có giá trị m nào.

14. Xét ba hệ véc-tơ

$$M = \{ (1,1,1,1) , (-1,0,2, -3), (3,3,1,0) \};$$

$$N = \{ (-2,4,1,1), (0,0,0,0), (3,1,7,3) \};$$

$$P = \{ (1,1,1,1) , (2,2,2,2) , (3,2,0,1)\}.$$

Có thể bổ sung một véc-tơ vào hệ nào để được cơ sở của $\mathbb{R}^4$?

A. Chỉ có hệ M. B. Cả 3 hệ M, N, P.

C. Hệ M và N. D. Chỉ có hệ N.

15. Tập hợp nào sau đây KHÔNG là không gian con của $\mathbb{R}^3$?

A. $\{(a,0,2a) \mid a \in \mathbb{R}\}$. B. $\{(a,-b,b+1) \mid a,b \in \mathbb{R}\}$.

C. $\{(a-b,\ a,\ a+b) \mid a,\ b \in \mathbb{R}\}$. D. $\{(a,b,0) \mid a,\ b \in \mathbb{R}\}$.

16. Trong không gian véc-tơ $\mathbb{P}_2[t]$ - là không gian các đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 2, cho cơ sở $S = \{ f_1(t) = t;\ f_2(t) = 1;\ f_3(t) = t^2 \}$, hãy tìm tọa độ của véc-tơ $f(t) = 2t^2 - 3t + 4$ theo cơ sở S.

A. $[\ f\ ]_S$= (-3,4,2). B. $[\ f\ ]_S$= (2,-3,4). C. $[\ f\ ]_S$= (4,-3,2). D. $[\ f\ ]_S$= (-3,2,4).

17. Trong không gian $\mathbb{R}^3$, cho các không gian con

$$L=\{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 = 3x_2\};$$

$$K =\{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}.$$

Tìm số chiều và một cơ sở của không gian $L \cap K$.

A. dim($L \cap K$) = 2, {(1,–3,0); (1,1,1)}.

B. dim($L \cap K$) = 1, {(3,1,–4)}.

C. dim($L \cap K$) = 0, không có cơ sở.

D. dim($L \cap K$) = 3, {(0,0,0); (1,1,1); (1,3,0)}.

18. Trong không gian véc-tơ $\mathbb{R}^4$ với tích vô hướng thông thường, cho không gian con:

$$W = \text{Span}\{u_1 =(1,-2,3,4),\ u_2 =(3,-5,7,8)\}.$$

Hãy tìm một cơ sở của không gian $W^{\perp}$.

A. {(3;1;0;-4), (1;-3;5;4)}. B. {(4;1;0;6), (2;-1;3;0), (1;-1;3;2)}.

C. {(1;2;1;0), (4;4;0;1)}. D. {(2;4;2;0), (5;6;1;2)}.

19. Trong không gian vectơ $\mathbb{R}^2$ với tích vô hướng thông thường, trực chuẩn hóa Gram-Schmidt hệ vectơ $\{u_1= (1,-2),\ u_2 = (2,0)\}$ cho ta một hệ trực chuẩn là

A. $\{v_1= \frac{\sqrt{5}}{5}(1,-2),\ v_2 = (1,0)\}$. B. $\{v_1= \frac{\sqrt{5}}{5}(1,-2),\ v_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}(2,1)\}$.

C. $\{v_1= \frac{\sqrt{5}}{5}(-1,2),\ v_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}(2,0)\}$. D. $\{v_1= \frac{\sqrt{5}}{5}(-1,2),\ v_2 = (2,1)\}$.

20. Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ xác định bởi $f(x,y)=(0,x)$. Ma trận của f đối với cơ sở $F=\{(1;1),(1;0)\}$ là

A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}^T$.

21. Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, ma trận của f đối với cơ sở $F=\{(2;1),(1;1)\}$ là $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
Biểu thức của f là

A. $f(x,y)=(5y,3y)$. B. $f(x,y)=(5x,3y)$.

C. $f(x,y)=(3y,5x)$. D. $f(x,y)=(4y,3y)$.

22. Cho ánh xạ tuyến tính $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+x_3, 2x_1+3x_2+4x_3, 3x_1+5x_2+5x_3)$.
Một cơ sở Ker$T$ là:

A. (-5,2,1). B. (5,-2,1). C. (5,2,-1). D. (5,2,1).

23. Cho ánh xạ tuyến tính $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,
$T(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+x_3, 2x_1+3x_2+4x_3, 3x_1+5x_2+5x_3)$.

Một cơ sở và số chiều của ImT là:

A. {(1,2,3) ; (2,3,5)} và dim(ImT)=2. B. {(1,2,3)} và dim(ImT)=1.

C. {(2,3,5)} và dim(ImT)=1. D. {(1,2,3), (3,6,9)} và dim(ImT)=2.

24. Cho ánh xạ tuyến tính $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, biết $T(1,0,0)=(1,2); T(1,1,0)=(1,1); T(1,1,1)=(2,3)$. Hãy tính T(1,2,3).

A. $T(1,2,3)=(4,6)$. B. $T(1,2,3)=(-4,6)$.

C. $T(1,2,3)=(4,-6)$. D. $T(1,2,3)=(-4,-6)$.

25. Tìm tất cả các véc-tơ riêng ứng với trị riêng $\lambda=3$ của ma trận $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

A. $v=(\alpha,\alpha), \alpha \neq 0$. B. $v=(\alpha,\alpha), \forall \alpha$.

C. $v=(-\alpha,\alpha), \alpha \neq 0$. D. $v=(-\alpha,\alpha), \forall \alpha$.

26. Cho ma trận $A=\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào sau đây SAI?

A. Tồn tại véc-tơ v$\in \mathbb{R}^2$ sao cho Av = -2v.

B. Tồn tại véc-tơ v$\in \mathbb{R}^2$, v$\neq$ (0,0) sao cho Av = -3v.

C. Có vô số véc-tơ v$\in \mathbb{R}^2$ sao cho Av = 2v.

D. Tồn tại véc-tơ v$\in \mathbb{R}^2$, v$\neq$ (0,0) sao cho Av = -2v.

27. Cho ma trận A = $\begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 0 \end{bmatrix}, (m \in \mathbb{R})$, trên trường số thực. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

A. Ma trận A chéo hóa được khi và chỉ khi m=0.

B. Ma trận A không chéo hóa được khi và chỉ khi m=0.

C. Ma trận A chéo hóa được với mọi m.

D. Ma trận A không có giá trị riêng .

28. Ma trận biểu diễn dạng toàn $Q(X) = 2x_1^2 + 6x_1x_2 + x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3$ là

A. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

B. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1/2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

C. $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1/2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

D. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

29. Cho dạng toàn phương f(x_1,x_2) = - x_1^2 + 6x_1x_2 + m x_2^2 . Tìm m để f(x_1,x_2) xác định âm.

A. m > 9. B. m ≥ 8. C. m < -9. D. Không có giá trị m nào.

30. Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. Dạng toàn phương xác định âm khi và chỉ khi ma trận của nó có tất cả các giá trị riêng đều âm.

B. Dạng toàn phương xác định dương nếu tất cả các định thức con chính của ma trận của nó đan dấu.

C. Dạng toàn phương xác định dương nếu tất cả các định thức con chính của ma trận của nó đều dương.

D. Dạng toàn phương xác định âm khi và chỉ khi các hệ số của nó trong dạng chính tắc đều âm.

HẾT