1: Xác định m để vector $u=(5m-3;1-7m;3m-13)$ là một tổ hợp tuyến tính của các vector: $u_1=(-7;14;7)$, $u_2=(-9;19;11)$, $u_3=(-7;14;7)$.

A. $m=3$. **B.** $m\neq 3$. **C.** $m=-3$. **D.** $m\neq -3$.

2: Xác định m để vector $u=(7m-9,2m-3,21m-22)$ không là một tổ hợp tuyến tính của các vector: $u_1=(6,0,18)$; $u_2=(-7,-7,-14)$; $u_3=(2,0,6)$.

A. $m\neq -1$. **B.** Không có m. **C.** m tuỳ ý. **D.** $m=-1$.

3: Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$, cho hệ vector

$$U=\{u_1=(m;3;3),\ u_2=(m+2;m+9;5),\ u_3=(-1;-1;-1)\}$$

(với m là tham số). Giá trị của tham số m để hệ vector U là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$ là

A. $m\neq -4 \wedge m\neq 3$. **B.** $m=-4 \vee m=3$.

C. $m\neq 4 \wedge m\neq 3$. **D.** $m\neq -4 \wedge m\neq -3$.

4: Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$, cho biết ma trận chuyển từ cơ sở U sang cơ sở V là

$$P_{U\to V}=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -4 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

và tọa độ của vector x đối với cơ sở V là $[x]_V=(-1\ \ 0\ \ 6)^T$. Tọa độ của vector x đối với cơ sở U là

A. $[x]_U=(5\ \ -6\ \ -2)^T$. **B.** $[x]_U=(-5\ \ 2\ \ 8)^T$.

C. $[x]_U=(-5\ \ 6\ \ 2)^T$. **D.** $[x]_U=(5\ \ -2\ \ -8)^T$.

5: Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$ cho một cơ sở

$$U=\{u_1=(-2;-2;-1),u_2=(4;5;3),u_3=(3;-2;-4)\}$$

Tìm tọa độ của vector $x=(-4;-2;1)$ theo cơ sở U.

A. $[x]_U=(-17\ \ -8\ \ -2)^T$ **B.** $[x]_U=(17\ \ 8\ \ 2)^T$

C. $[x]_U=(16\ \ 10\ \ 1)^T$ **D.** $[x]_U=(-16\ \ -10\ \ -1)^T$

6: Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$, cho cơ sở $B=\{u_1=(1;0;1),u_2=(0;1;1),u_3=(0;0;1)\}$. Ma trận chuyển từ cơ sở chính tắc E_3 sang cơ sở B là:

A. $P_{E_3\to B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **B.** $P_{E_3\to B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

C. $P_{E_3\to B}=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$.

D. $P_{E_3\to B}=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$.

7: Tìm số chiều n của không gian con W của $\mathbb{R}^4$ sinh bởi các vector

$u_1=(1,2,3,4)$, $u_2=(0,2,6,0)$, $u_3=(0,0,1,0)$, $u_4=(0,2,4,4)$?

A. $n=1$
B. $n=2$
C. $n=3$
D. $n=4$

8: Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$, cho biết ma trận chuyển từ cơ sở U sang cơ sở V là $P_{U\to V}=\begin{pmatrix}1&-4&8\\1&-3&7\\0&0&1\end{pmatrix}$ và tọa độ của vector x đối với cơ sở U là $[x]_U=(6\quad 1\quad 0)^T$. Tọa độ của vector x đối với cơ sở V là

A. $[x]_V=(-14\quad -5\quad 0)^T$
B. $[x]_V=(2\quad 3\quad 0)^T$
C. $[x]_V=(14\quad 5\quad 0)^T$
D. $[x]_V=(-2\quad -3\quad 0)^T$

9: Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$, cho cơ sở $U=\{u_1=(-8,-1,-5);u_2=(-2,0,-1);u_3=(7,-3,0)\}$. Ma trận chuyển từ cơ sở chính tắc E_3 sang cơ sở U là

A. $P_{E_3\to U}=\begin{pmatrix}-8&-2&7\\-1&0&-3\\-5&-1&0\end{pmatrix}$.

B. $P_{E_3\to U}=\begin{pmatrix}-8&-1&-5\\-2&0&-1\\7&-3&0\end{pmatrix}$.

C. $P_{E_3\to U}=\begin{pmatrix}-3&-7&6\\15&35&-31\\1&2&-2\end{pmatrix}$.

D. $P_{E_3\to U}=\begin{pmatrix}-3&15&1\\-7&35&2\\6&-31&-2\end{pmatrix}$.

10: Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$, cho cơ sở

$$U=\{u_1=(-7,-6,-2);u_2=(-8,-5,1);u_3=(-5,-4,-1)\}.$$

Ma trận chuyển từ cơ sở U sang cơ sở chính tắc E_3 là

A. $P_{U\to E_3}=\begin{pmatrix}9&-13&7\\2&-3&2\\-16&23&-13\end{pmatrix}$.

B. $P_{U\to E_3}=\begin{pmatrix}-7&-8&-5\\-6&-5&-4\\-2&1&-1\end{pmatrix}$.

C. $P_{U\to E_3}=\begin{pmatrix}-7&-6&-2\\-8&-5&1\\-5&-4&-1\end{pmatrix}$.

D. $P_{U\to E_3}=\begin{pmatrix}9&2&-16\\-13&-3&23\\7&2&-13\end{pmatrix}$.

11: Trong không gian vector $\mathbb{R}^3$, cho hai cơ sở:

$$U=\{u_1=(0,4,-1);u_2=(1,4,-2);u_3=(-1,7,-1)\};$$
$$V=\{v_1=(-1,-7,2);v_2=(1,-8,0);v_3=(1,0,-1)\}.$$

Ma trận chuyển từ cơ sở U sang cơ sở V là

A. $P_{U\to V}=\begin{pmatrix}-9 & -14 & -1\\ 2 & 5 & 1\\ 3 & 4 & 0\end{pmatrix}$.

B. $P_{U\to V}=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 4 & 4 & 7\\ -1 & -2 & -1\end{pmatrix}$.

C. $P_{U\to V}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ -7 & -8 & 0\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}$.

D. $P_{U\to V}=\begin{pmatrix}-4 & -4 & -9\\ 3 & 3 & 7\\ -7 & -6 & -17\end{pmatrix}$.

12: Chỉ ra số chiều và một cơ sở của không gian con các nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x+5y+7z=0\\ 2x+10y+14z=0\\ -x-5y-7z=0\end{cases}.$$

A. 2 chiều và một cơ sở là $\{v=(-5,1,0),u=(-7,0,1)\}$

B. 1 chiều và một cơ sở là $\{v=(-5,1,0)\}$

C. 2 chiều và một cơ sở là $\{v=(-5,1,0),u=(10,-2,0)\}$

D. số chiều bằng 0

13: Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$f(x_1,x_2,x_3)=(-x_1+x_2+x_3,4x_1-4x_2-3x_3,2x_1-x_2+x_3)$$

Tìm ma trận của f trong cơ sở

$$U=\{u_1=(-2,-1,-2);u_2=(-9,-6,-5);u_3=(-6,-4,-3)\}.$$

A. $\begin{pmatrix}8 & 13 & 5\\ -7 & 6 & 11\\ 8 & -13 & -18\end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix}-2 & -9 & -6\\ -1 & -6 & -4\\ -2 & -5 & -3\end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix}-2 & 3 & 0\\ 5 & -6 & -2\\ -7 & 8 & 3\end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 4 & -4 & -3\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$

14: Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, biết $f(1,2)=(17,13)$ và $f(1,3)=(26,20)$. Ma trận biểu diễn của f trong cơ sở chính tắc là:

A. $\begin{pmatrix}-1 & 9\\ -1 & 7\end{pmatrix}$ **B.** $\begin{pmatrix}1 & 9\\ 1 & -7\end{pmatrix}$ **C.** $\begin{pmatrix}-1 & -9\\ -1 & -7\end{pmatrix}$ **D.** $\begin{pmatrix}-1 & -9\\ -1 & 7\end{pmatrix}$

15: Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$, biết

$$f(1,-1,-4)=(4,-1,8),\ f(0,0,-1)=(1,0,1),\ f(0,1,-7)=(2,-1,7)$$

Ma trận của f trong cơ sở chính tắc E_3 là:

A. $\begin{pmatrix}-5 & -5 & -1\\ -2 & -1 & 0\\ 4 & 0 & -1\end{pmatrix}$ **B.** $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1\\ -4 & -1 & -7\end{pmatrix}$ **C.** $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -11 & -7 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$ **D.** $\begin{pmatrix}4 & 1 & 2\\ -1 & 0 & -1\\ 8 & 1 & 7\end{pmatrix}$

16: Cho $B=\{(-1,1),(0,1)\}$ là một cơ sở của $\mathbb{R}^2$ và ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ có $[f]_B^B=\begin{pmatrix}1 & m\\ 3 & 4\end{pmatrix}$. Nếu

$[u]_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ thì $f(u)$ là:

A. $f(u) = (-m-1, m+8)$

B. $f(u) = (m+1, m+8)$

C. $f(u) = (-m-1, m-8)$

D. $f(u) = (m+1, m-8)$

17: Tính đa thức đặc trưng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$.

A. $P(\lambda) = -(\lambda+5)^2(\lambda-5)$

B. $P(\lambda) = -(\lambda-4)(\lambda+8)(\lambda+5)$

C. $P(\lambda) = -(\lambda-2)(\lambda+1)(\lambda-9)$

D. $P(\lambda) = -(\lambda-9)(\lambda-1)(\lambda-6)$

18: Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & 0 \end{pmatrix} (m \in \mathbb{R})$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. A không chéo hóa được khi và chỉ khi $m = 0$

B. A chéo hóa được với mọi m

C. A chéo hóa được khi và chỉ khi $m = 0$

D. A không có trị riêng

19: Giả sử A là ma trận vuông cấp 3 có ba vector riêng là $(1,2,1)$, $(1,0,1)$, $(1,0,0)$ lần lượt ứng với các trị riêng 2, 3 và 1. Đặt $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

B. $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

C. $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D. $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

20: Cho ma trận $P = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa ma trận A thành ma trận chéo $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Ma trận A là:

A. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

B. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 7 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

C. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

D. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

21: Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 3 & -8 & 8 \\ 0 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ có các trị riêng theo thứ tự là -3, -1, 3. Ma trận P làm chéo hóa A là:

A. $P=\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

B. $P=\begin{pmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

C. $P=\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -4 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

D. $P=\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

22: Xác định m để 3 vector sau độc lập tuyến tính: $u=(m+1,1,m+1), v=(1,1,1), w=(2,0,m+2)$.

A. $m \neq 1$ **B.** $m \neq -1$ **C.** $m \neq 0$ **D.** $m \neq 2$

23: Xác định m để 3 vector sau phụ thuộc tuyến tính:
$u=(m,1,3,4),\ v=(m,m,m+2,6), w=(2m,2,7,10)$.

A. Không có giá trị m **B.** $m=2$ **C.** $m=1$ **D.** m tùy ý

24: $x=(-1,4,1)$ là vector riêng của $A=\begin{pmatrix} -5 & 0 & -4 \\ 4 & -1 & 4 \\ 8 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng

A. $\lambda=-1$ **B.** $\lambda=0$ **C.** $\lambda=2$ **D.** $\lambda=1$

25: Các vector riêng ứng với trị riêng $\lambda=2$ của ma trận $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ là:

A. $u=(0,\alpha,\beta);\ \alpha,\beta \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

B. $u=(\alpha,\alpha,\alpha);\ \alpha \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

C. $u=(\alpha,\alpha,0);\ \alpha \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

D. $u=(\alpha,0,0);\ \alpha \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$