Câu 1. Ánh xạ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính từ $\mathbb{R}^3$ vào $\mathbb{R}^2$?

a) $f(x,y,z) = (2x - 3xy + 4z; x - 3y + z)$;

b) $f(x,y,z) = (2x - 3y + 4z; x - 3xy + z)$;

c) $f(x,y,z) = (2x - y + z + 1, x - 3y + z)$;

d) $f(x,y,z) = (2x - 3y + 4z; x - 3y + z)$.

Câu 2. Ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ma trận biểu diễn theo cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ với

$+ f(x,y,z) = (x - y + 4z; x - 3y + z; x)$

$+ f(x,y,z) = (x - y, y - z, -x + z)$

Câu 3. a. $f(x,y) = (x + 2y, x + 3y)$ có ma trận biểu diễn theo cặp cơ sở chính tắc B_0 của $\mathbb{R}^2$ và cơ sở $B = \{(0,1), (-1,0)\}$ là?

b. $f(x,y) = (x + 2y, x + 3y)$ có ma trận biểu diễn theo cặp cơ sở $B = \{(0,1), (-1,0)\}$ và cơ sở chính tắc B_0 của $\mathbb{R}^2$ là?

c. $f(x,y) = (x, 0)$. Ma trận của f đối với cơ sở $F = \{(1;2), (1;3)\}$ là ?

d. $f(x,y) = (0, x)$. Ma trận của f đối với cơ sở $F = \{(1;1), (1;0)\}$ là ?

e. $f(x,y,z) = (x - y, y - z, -x + z)$. Tìm ma trận của f đối với cơ sở $F = \{(1;1;0), (0;1;1), (1;0;1)\}$

Câu 4. a. ma trận của f đối với cơ sở $E = \{(1;0), (0;1)\}$ là $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Biểu thức của f?

b. ma trận biểu diễn của f theo cặp cơ sở $B = \{(1,1), (0,1)\}$ và cơ sở chính tắc B_0 là $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Biểu thức của f?

c.M.trận của f đối với cơ sở $F = \{(2;1), (1;1)\}$ là $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Biểu thức của f?

d.ma trận của f đối với cơ sở $F = \{(1;2), (3;4)\}$ là $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Biểu thức của f

e.ma trận biểu diễn của f đối với cơ sở chính tắc B_0 là $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$. Biểu thức của f ?

f. ma trận của f đối với cơ sở $F = \{(1;1;0), (0;1;1), (1;0;1)\}$ là $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Biểu thức của f ?

Câu 3.

a. ma trận biểu diễn của f theo cặp cơ sở $B = \{(2,0), (1,4)\}$ và cơ sở $V = \{(1,0,0), (0,-2,0), (0,0,-1)\}$ là $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$, và $[x]_B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Tìm $[f(x)]_V$?

b. ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ thỏa $f(2,0) = (1,1,1)$, $f(1,4) = (1,2,0)$ Cho $B = \{(2,0); (1,4)\}$ và $C = \{(1,2,-2), (-1,2,1), (1,-1,1)\}$.

i.Tính $[f]_B^C$ ii. Cho $[x]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$. Tìm $[f(x)]_C$

Câu 4. Tìm đa thức đặc trưng của ma trận:

a. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$. b. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

c. $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ d. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Câu 5. Tìm giá trị riêng λ của ma trận

a. $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ b. $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ c. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

d. $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ e. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Câu 6. Tìm các giá trị riêng của phép biến đổi tuyến tính với

a. $f(x,y,z)=(2x,y+4z,2y-z)$.

b. $f(x,y,z,t)=(x+4y+3z+4t,-y+2z+3t,2z+3t,-2t)$

(Hướng dẫn : Tìm ma trận biểu diễn *f* trong cơ sở chinh tắc, trị riêng của ma trận cũng là trị riêng của *f*)

Câu 7. Với giá trị nào của *m* thì vector

a. $u=(m,1)$ là vector riêng của ma trận $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

b. $u=(m,m)$ là vector riêng của ma trận $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

c. $u=(m,m,m)$ là vector riêng của $A=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

Câu 8. Với giá trị nào của m thì

a. $u=(m,1,0)$ là vector riêng của phép biến đổi tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ định bởi: $f(x,y,z)=(x+y+z,x+y+z,x+y+z)$.

b. $u=(m,0,m-1)$ là vector riêng của phép biến đổi tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ định bởi: $f(x,y,z)=(x+y,y+z,z)$.

(Hướng dẫn : làm giống câu 6)

Câu 9. Tìm các vector giá trị riêng ứng với trị riêng

a. $\lambda=-1$ của $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. b. $\lambda=2$ của $A=\begin{pmatrix} 27 & -5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

c. $\lambda=0$ của ma trận $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Câu 10

a. Véctơ $x=(2,-2)$ là véctơ riêng của $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng ?

b. Véctơ $x=(-2,2)$ là véctơ riêng của ma trận $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng

c. Véctơ $x=(7,7)$ là véctơ riêng của $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng

d. Véctơ $x=(2,4)$ là véctơ riêng của ma trận $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ứng với trị riêng

Câu 11. Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$. Ứng với trị riêng $\lambda=1$, ma trận A, B có bao nhiêu véctơ riêng độc lập tuyến tính?

Câu 12. Giả sử A là một ma trận vuông cấp 3 có 3 vector riêng là $(1,2,1);(1,0,1);(1,0,0)$ lần lượt ứng với các trị riêng là 1, 2, 3 và Đặt $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Khẳng định nào sau đúng ?

a) A được chéo hóa và $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

b) A được chéo hóa và $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

c) A được chéo hóa và $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) Các khẳng định trên đều đúng.

Câu 13. Giả sử A là một ma trận vuông cấp 3 có 3 vector riêng là $(2,2,1);(1,1,1);(2,0,0)$ lần lượt ứng với các trị riêng là 3, 2, 4 và Ma trận P nào sau đây thỏa đẳng thức $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

a) $P = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) P=$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

c) $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ d) P=$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Câu 14. Giả sử *A* là một ma trận vuông cấp 3 có đa thức đặc trưng là $\varphi(\lambda) = \lambda(\lambda-2)(\lambda-4)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) *A* chéo hóa được

b) *A* chéo hóa được khi và chỉ khi ứng với trị riêng 0, A có hai vector riêng độc lập tuyến tính.

c) *A* chéo hóa được khi và chỉ khi ứng với trị riêng 2, A có hai vector riêng độc lập tuyến tính.

d) *A* chéo hóa được khi và chỉ khi ứng với trị riêng 4, A có hai vector riêng độc lập tuyến tính.

Câu 15. Giả sử *A* là một ma trận vuông cấp 3 có đa thức đặc trưng là $\varphi(\lambda) = (\lambda-2)^2(\lambda-4)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

a) *A* không chéo hóa được vì *A* không có hai trị riêng phân biệt

b) *A* chéo hóa được khi và chỉ khi ứng với trị riêng 2, *A* có hai vector độc lập tuyến tính.

c) *A* chéo hóa được d) Các khẳng định trên đều sai.

Câu 16. Cho phép biến đổi tuyến tính $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ có ma trận biểu diễn A, trong đó A có đa thức đặc trưng là $\varphi(\lambda) = (\lambda-2)^2(\lambda-4)$. Hơn nữa, các vector riêng của A ứng với trị riêng 2 là $u = (0,\alpha,0)$, $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; các vector riêng của A ứng với trị riêng 4 là $u = (0,\alpha,\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) f không chéo hóa được vì f chỉ có hai trị riêng phân biệt.

b) f không chéo hóa được vì ứng với trị riêng 2, f chỉ có 1 vector ĐLTT.

c) f không chéo hóa được vì ứng với trị riêng 4, f chỉ có 1 vector ĐLTT.

d) f chéo hóa được.

Câu 17. Cho phép biến đổi tuyến tính $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ có ma trận biểu diễn A, trong đó A có đa thức đặc trưng là $\varphi(\lambda) = (\lambda-2)^2(\lambda-4)$. Hơn nữa, các vector riêng của f ứng với trị riêng 2 là $u = (0,\alpha,\beta)$, $\alpha^2+\beta^2>0$; các vector riêng của f ứng với trị riêng 4 là $u = (\alpha,\alpha,\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) f không chéo hóa được vì f chỉ có hai trị riêng phân biệt.

b) f không chéo hóa được vì ứng với trị riêng 2, f chỉ có một vector ĐLTT

c) f không chéo hóa được vì ứng với trị riêng 4, f chỉ có một vector ĐLTT

d) f chéo hóa được.

Câu 18. Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

a) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

b) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

c) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

d) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

Câu 19. Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

a) A không chéo hóa được.

b) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

c) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

d) A chéo hóa được và ma trận $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ làm chéo hóa A.

Câu 20.Cho ma trận $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ m & 0 \end{pmatrix}$ với $m\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đúng ?

a) A chéo hoá được khi và chỉ khi $m=0$

b) A không chéo hoá được khi và chỉ khi $m=0$

c) A chéo hóa được với mọi m

d) A chỉ có một trị riêng.

Câu 21. Cho dạng toàn phương $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+5x_2^2+5x_3^2+2x_1x_2+2x_2x_3+2x_1x_3$ Bằng phép biến đổi trực giao, và với cơ sở trực chuẩn

$$y_1=\left(\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right),y_2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}};0;-\frac{1}{\sqrt{2}}\right),y_3=\left(-\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{2}{\sqrt{6}};-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

dạng toàn phương này có thể đưa về dạng chính tắc là:

a) $g(y)=7y_1^2+4y_2^2+4y_3^2$

b) $g(y)=4y_1^2+7y_2^2+4y_3^2$

c) $g(y)=4y_1^2+7y_2^2+4y_3^2$

d) Cả ba a), b), c) đều đúng.

Câu 22. Cho dạng toàn phương $f(x_1,x_2,x_3)=10x_1^2+10x_2^2+10x_3^2+2x_1x_2+2x_2x_3+2x_1x_3$. Bằng phép biến đổi trực giao, và với cơ sở trực chuẩn

$$y_1=\left(\frac{1}{\sqrt{2}};0;\frac{-1}{\sqrt{2}}\right),\ y_2=\left(\frac{-1}{\sqrt{6}};\frac{2}{\sqrt{6}};\frac{-1}{\sqrt{6}}\right),\ y_3=\left(\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

dạng toàn phương này có thể đưa về dạng chính tắc là:

a) $g(y)=12y_1^2+9y_2^2+9y_3^2$

b) $g(y)=9y_1^2+9y_2^2+12y_3^2$

c) $g(y)=9y_1^2+12y_2^2+9y_3^2$

d) Cả ba a), b), c) đều đúng.

Câu 23. Cho dạng toàn phương $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2-4x_1x_2-4x_2x_3$. Bằng phép biến đổi trực giao hóa,dạng toàn phương này có thể đưa về dạng chính tắc là :

a. $g(y)=2y_1^2+y_2^2+5y_3^2$

b. $g(y)=-2y_1^2-y_2^2+5y_3^2$

c. $g(y)=2y_1^2-y_2^2-5y_3^2$

d. $g(y)=2y_1^2-y_2^2+5y_3^2$

Câu 24 Cho $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Đặt $B=A^7-2A^6-3A^5+2I_3$.Tính det(B)?

a.16

b.6

c.8

d.12