HCMUTE

FLUID DYNAMICS

Hung-Son Dang Ph.D.

CHƯƠNG 4
ĐỘNG LỰC HỌC LƯU CHẤT

OUTLINES

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.6. Phương trình Bernoulli của dòng chất lỏng thực, chảy ổn định

* Điều kiện mở rộng phương trình: dòng chảy đều hoặc biến đổi chậm có áp suất phân bố theo quy luật thủy tĩnh $z + \frac{p}{\gamma} = const$.

Mục đích của việc mở rộng phương trình đó là *trung bình hóa năng lượng đơn vị trên toàn dòng chảy*, cụ thể là:

- Tính tổng cơ năng của toàn dòng.
- Chia tổng cơ năng của toàn dòng cho lưu lượng trọng lượng của toàn dòng ta sẽ được năng lượng đơn vị trung bình của toàn dòng.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.6. Phương trình Bernoulli của dòng chất lỏng thực, chảy ổn định

Ta sẽ làm như sau:

Bước 1: Tính tổng cơ năng của toàn dòng:

Nhân 2 vế của phương trình Bernoulli của dòng nguyên tố với dG = γdQ và tích phân trên toàn mặt cắt:

$$\int_{S1}\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{{u_1}^2}{2g}\right)\gamma dQ = \int_{S2}\left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{{u_2}^2}{2g} + h'_{w12}\right)\gamma dQ$$

Ta có 3 dạng tích phân sau:

. $I_1 = \int_S (z + \frac{p}{\gamma})\gamma dQ$ – tổng thế năng của toàn dòng;

Ta tính được dễ dàng vì $z + \frac{p}{\gamma}$ = const theo điều kiện lập pt.

Suy ra: $I_1 = \int_S (z + \frac{p}{\gamma})\gamma dQ = (z + \frac{p}{\gamma})\gamma Q$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.6. Phương trình Bernoulli của dòng chất lỏng thực, chảy ổn định

. $I_3 = \int h'_{w12}\ \gamma dQ$ - biểu thị tổng tổn thất năng lượng đơn vị của toàn dòng chảy từ (1-1) đến (2-2).

Gọi h_{w12} - là tổn thất năng lượng đơn vị trung bình trong toàn dòng chảy, ta có:

$$I_3 = \int h'_{w12}\ \gamma dQ = h_{w12}\gamma Q$$

. $I_2 = \int_S \frac{u^2}{2g} \gamma dQ$ - biểu thị tổng động năng của toàn dòng tính theo quy luật phân bố vận tốc thực u, ký hiệu $E^u_{đn}$:

$$E^u_{đn} = \int_S \frac{u^2}{2g} \gamma dQ = \int_S \frac{u^2}{2g} \gamma u dS = \frac{\gamma}{2g} \int_S u^3\, dS$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.6. Phương trình Bernoulli của dòng chất lỏng thực, chảy ổn định

Việc tính tích phân này phức tạp vì ta chưa biết quy luật phân bố vận tốc u. Để đơn giản ta thay u bằng vận tốc trung bình v.

Gọi $E_{đn}^{v} = \frac{\gamma}{2g}\int_S v^3\, dS$ - tổng động năng của toàn dòng tính theo vận tốc trung bình mặt cắt ướt v. Giá trị này ta luôn tính được vì v không phụ thuộc S. Ta được:

$$E_{đn}^{v} = \frac{\gamma}{2g}\int_S v^3\, dS = \frac{\gamma}{2g} v^3 \int_S dS = \frac{\gamma}{2g} v^3 S = \frac{v^2}{2g}\gamma Q$$

Vì sự phân bố u và v trong toàn dòng chảy khác nhau nên $E_{đn}^{u} \neq E_{đn}^{v}$. Muốn thay $E_{đn}^{u}$ bằng $E_{đn}^{v}$ ta phải xét đến sự chênh lệch.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.6. Phương trình Bernoulli của dòng chất lỏng thực, chảy ổn định

Vậy ta đặt: $E^{u}_{đn} = \alpha\, E^{v}_{đn}$

Hay: $I_2 = \int_S \frac{u^2}{2g} \gamma dQ = \alpha \frac{v^2}{2g} \gamma Q$

α - hệ số hiệu chỉnh sự phân bố vận tốc không đều trong tính toán động năng, gọi tắt là *hệ số hiệu chỉnh động năng*.

$\alpha = 2$ - vận tốc phân bố theo quy luật parabole (chảy tầng)

$\alpha \approx 1$ - vận tốc phân bố theo quy luật logarit (chảy rối)

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.6. Phương trình Bernoulli của dòng chất lỏng thực, chảy ổn định

Biểu thức α có dạng: $\alpha = \frac{E^{u}_{đn}}{E^{v}_{đn}} = \frac{\frac{\gamma}{2g}\int_S u^3\, dS}{\frac{\gamma}{2g} v^3 S}$

Hay: $\alpha = \frac{1}{S}\int_S \left(\frac{u}{v}\right)^3 dS$

Bước 2: Thay vào phương trình và chia cho lưu lượng trọng lượng của toàn dòng G = γQ ta được *phương trình Bernoulli của toàn dòng chất lỏng thực chuyển động ổn định.*

$$\mathbf{z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^{\,2}}{2g} + h_{w12}}$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định

a, phương pháp giải toán:

Những bài toán kỹ thuật liên quan đến vận tốc, lưu lượng, áp suất, năng lượng trong các dòng chảy và các máy thủy lực, nếu phù hợp với điều kiện lập phương trình Bernoully của dòng ổn định đều có thể dùng phương trình đó để giải.

Khi vận dụng phương trình Bernoully cần chú ý đến các điều kiện lập phương trình như sau:

- Dòng chảy phải ổn định
- Dòng phải chảy đều hoặc là dòng biến đổi chậm
- Chất lỏng không nén được
- Lực khối tác dụng vào chất lỏng chỉ có trọng lực.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định

a, phương pháp giải toán:

* Trình tự giải bài toán:

- Chọn mặt cắt viết phương trình: nên chọn qua những mặt cắt hoặc những điểm tại đó có các yếu tố cần thiết hoặc cần tìm.

- Chọn điểm viết phương trình: trong mặt cắt đã chọn, chọn điểm nào cũng được, nhưng nên chọn sao cho việc viết phương trình được đơn giản, giảm bớt các ẩn số không cần thiết.

- Chọn mặt chuẩn: chú ý làm đơn giản phương trình, nên tránh những trị số âm cho độ cao hình học z và $z + \frac{p}{\gamma}$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định

a, phương pháp giải toán:

Nói chung việc chọn mặt cắt, chọn điểm, chọn mặt chuẩn phải kết hợp với nhau để giảm các ẩn số không cần thiết, tốt nhất còn lại một ẩn số. Nếu còn hai ẩn số trở lên thì phải kết hợp với phương trình liên tục.

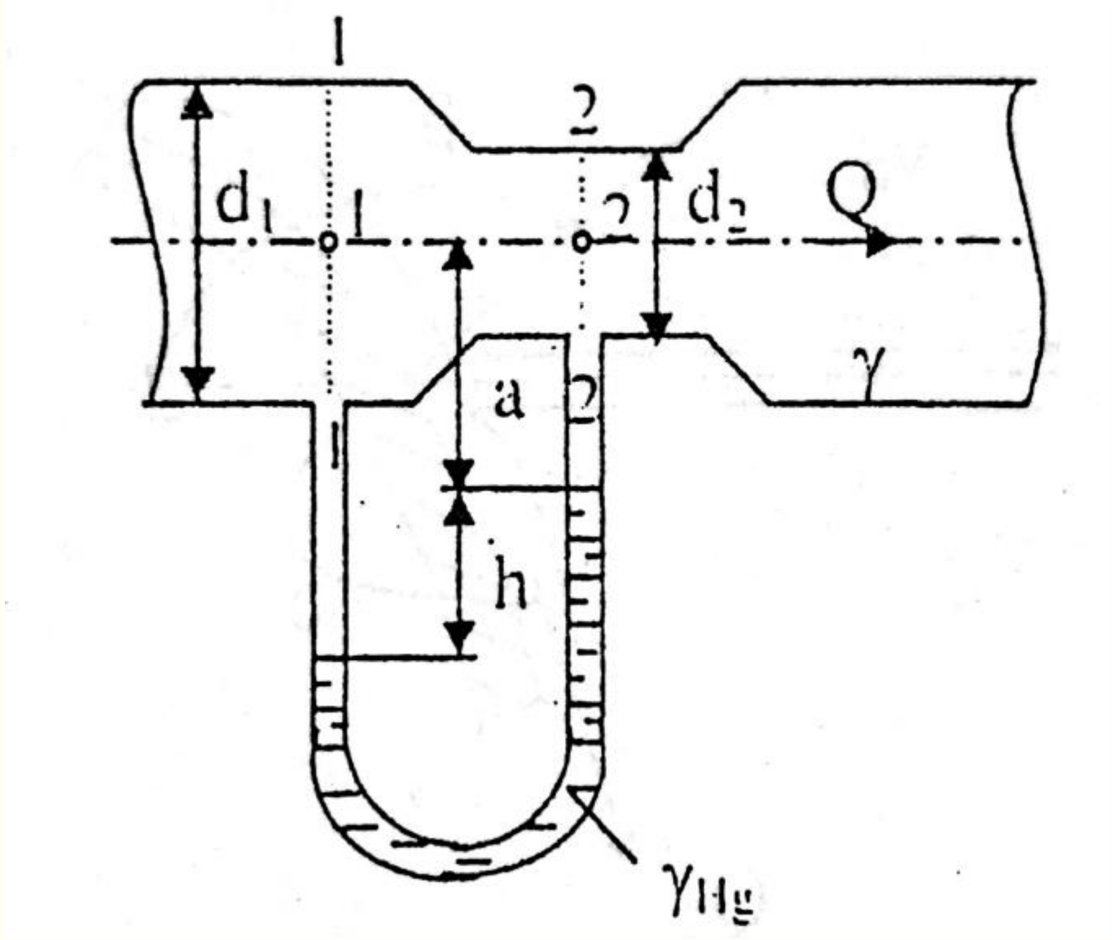
- Áp suất p có thể tính theo áp suất tuyệt đối hoặc áp suất dư, nhưng hai vế của phương trình *phải cùng một loại*. Trong những bài toán liên quan đến hiện tượng chân không, phải dùng áp suất tuyệt đối.

- Trị số của hệ số hiệu chỉnh động năng α tại các mặt cắt thường khác nhau. Cần kiểm tra trạng thái dòng chảy trước khi viết phương trình.

- Cần chú ý viết phương trình xuôi theo chiều dòng chảy chiều dòng chảy vì tổn thất năng lượng h_w là đại lượng luôn dương.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định
b, một số bài toán ứng dụng:



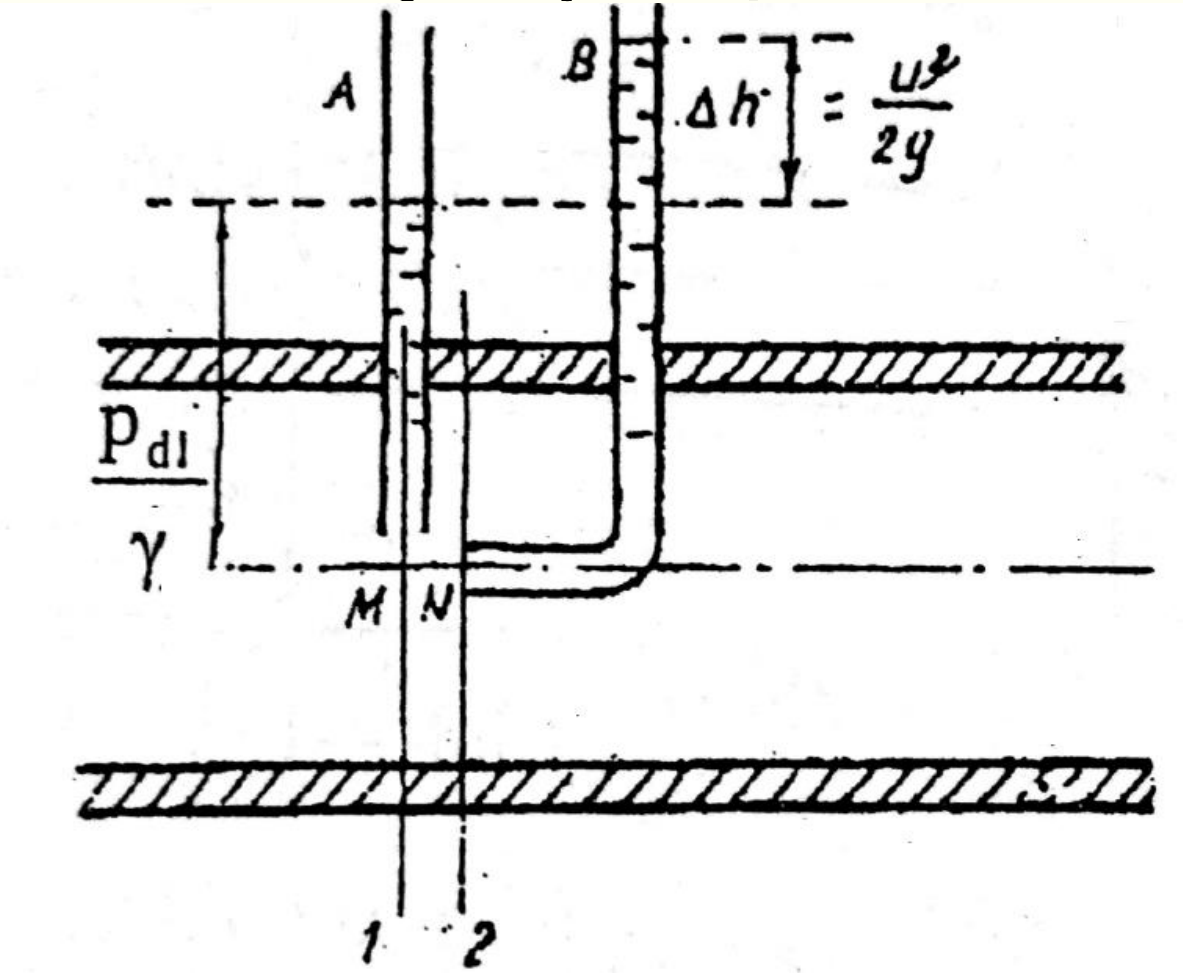
Hình 4.2 Lưu lượng kế Ventury

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định

b, một số bài toán ứng dụng:

Hình 4.3 Ống Pi-tô



4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định
b, một số bài toán ứng dụng:

*** Lưu lượng kế kiểu Venturi**:

Lưu lượng kế Venturi, còn gọi là ống Venturi gồm một đoạn ống hình côn thu hẹp và một đoạn ống hình côn mở rộng ghép lại với nhau.

Trên đoạn ống cần đo lưu lượng, ta lắp ông Venturi. Tại hai đầu đoạn ống hình côn thu hẹp có lắp ống đo áp. Đường kính tại 2 mặt cắt ấy là D và d (đã biết). Khi chất lỏng chảy qua ống Venturi, do hình dạng dòng chảy bị thay đổi, vận tốc tại 2 mặt cắt lớn và bé sẽ khác nhau gây ra độ chênh áp suất $\Delta h = \frac{\Delta p}{\gamma}$ trong các ống đo áp.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định
b, một số bài toán ứng dụng:

*** Lưu lượng kế kiểu Venturi**:

Lưu lượng chảy qua ống tính theo công thức:

$$Q = k\sqrt{\frac{\Delta p}{\gamma}} = k\sqrt{\Delta h}$$

Với $K = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{(\frac{D}{d})^4 - 1}}$

Ta sẽ chứng minh công thức trên: Viết phương trình Bernoully cho m/c 1-1 và 2-2. Mặt chuẩn trùng với trục ống. Nếu bỏ qua h_w ta có:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 {v_1}^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v^2{}_2}{2g}$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định
b, một số bài toán ứng dụng:

*** Lưu lượng kế kiểu Venturi**:

Cho $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ và chuyển vế các số hạng, ta có:

$$\frac{v_2{}^2 - v_1{}^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \Delta h$$

Theo phương trình liên tục:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Suy ra:

$$v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} = v_1 \frac{D^2}{d^2}$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.7. Vận dụng phương trình Bernoulli của dòng chảy ổn định
b, một số bài toán ứng dụng:

*** Lưu lượng kế kiểu Venturi**:

Thay vào phương trình trên, ta có: $\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{v^2{}_1(\frac{D^4}{d^4} - 1)}{2g}$

Hay $v_1 = \sqrt{\frac{2g}{\frac{D^4}{d^4} - 1}}\sqrt{\frac{\Delta p}{\gamma}}$ Lúc đó lưu lượng Q sẽ là:

$$Q = v_1 S_1 = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{\frac{D^4}{d^4} - 1}}\sqrt{\frac{\Delta p}{\gamma}}$$

Hay: $Q = k\sqrt{\frac{\Delta p}{\gamma}} = k\sqrt{\Delta h}$

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

Trong cơ lý thuyết ta đã có định lý biến thiên động lượng đối với hệ vật rắn:

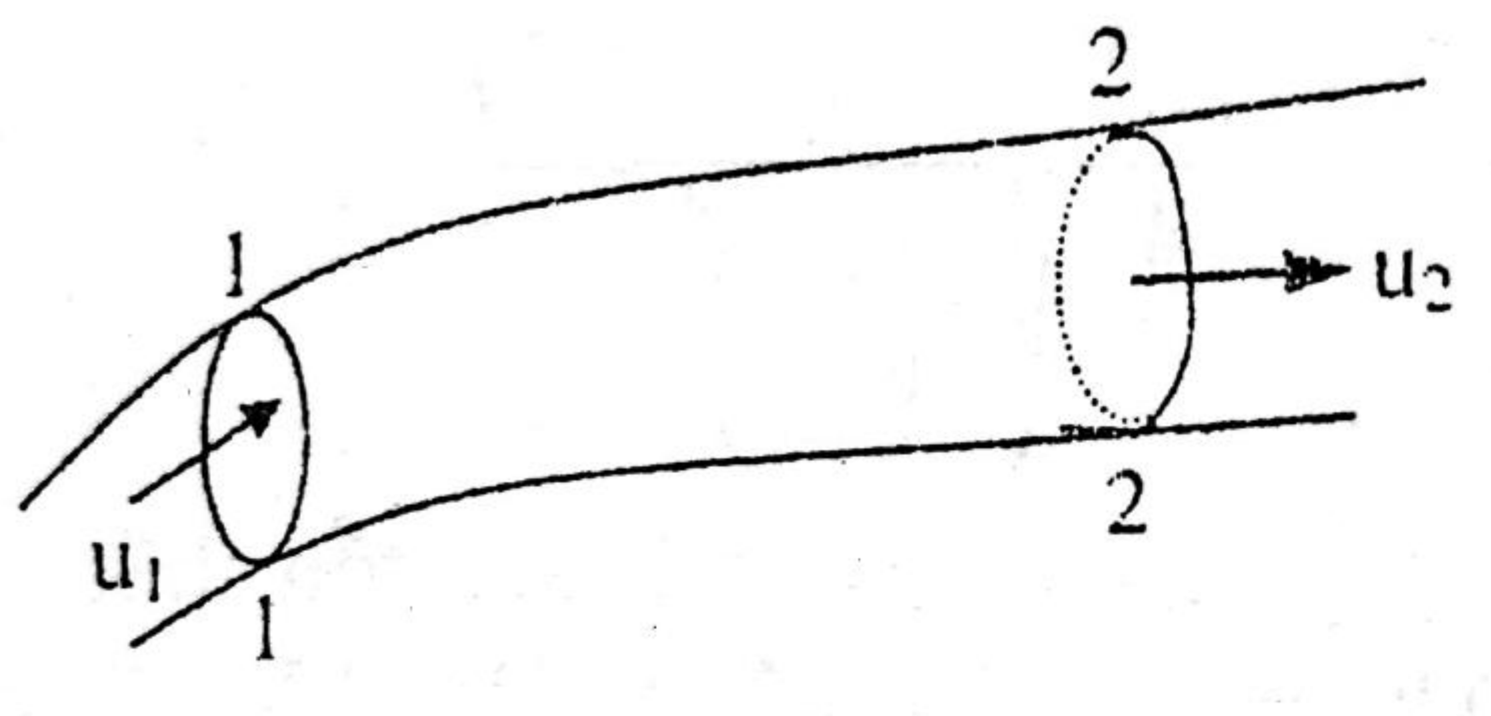
$$\frac{d}{dt}(m\vec{u}) = \frac{d\vec{K}}{dt} = \sum\vec{F}$$

Việc vận dụng các định lý này vào nghiên cứu các bài toán thủy khí động lực rất thuận tiện là không phải xét đến nội lực của chất lỏng (lực nhớt).

Phương trình động lượng là phương trình cơ bản của thủy lực học và thủy khí động lực học nói chung và rất quan trọng. Những bài toán không thể giải được bằng phương trình Bernoully thì phải dùng đến phương trình động lượng.

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng
a, phương trình động lượng với nguyên tố dòng chảy ổn định



Hình 4.4 Biến thiên động lượng của lưu chất

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

a, phương trình động lượng với nguyên tố dòng chảy ổn định

Xét một dòng nguyên tố chất lỏng trong đó ta khảo sát khối chất lỏng trong đoạn A_1A_2, giới hạn trong 2 mặt cắt:

- mặt cắt (1-1) có diện tích dS_1 vận tốc u_1;
- mặt cắt (2-2) có diện tích dS_2 vận tốc u_2

Ta xét biến thiên động lượng của khối chất lỏng trong khoảng thời gian dt:

- Giả sử tại thời điểm t khối chất lỏng ở vị trí A_1A_2;
- Tại thời điểm t + dt khối chất lỏng di chuyển đến B_1B_2.

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

a, phương trình động lượng với nguyên tố dòng chảy ổn định

Vậy động lượng đã biến thiên.

Ta có thể coi như sự biến thiên động lượng của khối chất lỏng trong đoạn A_1A_2 sau khi nó di chuyển đến B_1B_2 là sự biến thiên động lượng của khối chất lỏng A_1B_1 sau khi di chuyển đến A_2B_2.

Ta có:

$$d\vec{K} = \vec{K}_{B_1B_2} - \vec{K}_{A_1A_2} = \vec{K}_{A_2B_2} - \vec{K}_{B_1A_1}$$

Mà: $\vec{K}_{A_2B_2} = m_{A_2B_2}\vec{u}_2 = \rho dQ_2 dt\,\vec{u}_2$

$\vec{K}_{A_1B_1} = m_{A_1B_1}\vec{u}_1 = \rho dQ_1 dt\,\vec{u}_1$

Trong đó: $m_{A_1B_1} = m_{A_2B_2} = \rho dQdt$

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

a, phương trình động lượng với nguyên tố dòng chảy ổn định

Vậy: $d\vec{K} = d(m\vec{u}) = \rho dQdt(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$

Hay: $\frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{d(m\vec{u})}{dt} = \rho dQ(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$

Kết hợp và ta được:

$$\rho dQ(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) = \sum\vec{F}$$

Trong đó: $\sum\vec{F}$ - là tổng vector ngoại lực tác dụng lên khối chất lỏng đang xét, gồm:

- Lực khối (trọng lực) đại diện bởi vector chính $\vec{F}_m$.
- Lực bề mặt đại diện bởi vector chính $\vec{F}_s$ gồm 2 thành phần:

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

a, phương trình động lượng với nguyên tố dòng chảy ổn định

. $\vec{F}_{sp}$: lực bề mặt do áp suất tạo ra.

. $\vec{F}_{st}$: lực bề mặt do thành rắn tác dụng lên dòng chảy.

Vậy, ta có:

$$\rho dQ(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) = \vec{F}_m + \vec{F}_{sp} + \vec{F}_{st}$$

Hay là: $\vec{F}_m + \vec{F}_{sp} + \vec{F}_{st} + \rho dQ\vec{u}_1 + (-\rho dQ\vec{u}_2) = 0$

Phương trình này là phương trình động lượng hay phương trình Euler 1 đối với dòng nguyên tố chảy ổn định.

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

a, phương trình động lượng với nguyên tố dòng chảy ổn định

** Ý nghĩa thủy động:*

$\rho dQ\vec{u}_1$ - động lượng lưu lượng vào;

$\rho dQ\vec{u}_2$ - động lượng lưu lượng ra; được gọi chung là các *xung lượng thủy động.*

Vậy: *Khối chất lỏng trong một dòng nguyên tố chảy ổn định được cân bằng dưới tác dụng của ngoại lực và các xung lượng thủy động.*

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

b, Mở rộng phương trình động lượng với toàn dòng

Ta xét khối chất lỏng chảy qua 2 mặt cắt A_1và A_2.

Ta đã có động lượng lưu lượng của dòng nguyên tố là:

$$\rho dQ\vec{u} = \rho u^2 dS$$

Mở rộng ra cho toàn dòng chảy có mặt cắt S và vận tốc trung bình mặt cắt ướt là v, động lượng của toàn dòng là:

$K_S{}^u = \rho\int_S u^2\, dS$ – Tổng động lượng của toàn dòng tính theo quy luật phân bố vận tốc thực u.

Do $\vec{u}$ phân bố trong mặt cắt không đều nên động lượng các dòng nguyên tố cũng phân bố không đều.

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

b, Mở rộng phương trình động lượng với toàn dòng

Để đơn giản, ta lập luận như sau: Nếu tính động lượng lưu lượng của toàn dòng chảy theo vận tốc trung bình v, ta được:

$K_S^v = \rho\int_S v^2\, dS = \rho v^2 S = \rho.Q.\vec{v}$ - Tổng động lượng của toàn dòng tính theo vận tốc trung bình mặt cắt ướt v.

Giữa 2 giá trị K_S^u và K_S^v có sự chênh lệch, do đó ta có:

$$K_S^u = \beta K_S^v$$

Hay: $\rho\int_S u^2\, dS = \beta\, \rho v^2 S$

Vậy: $\beta = \dfrac{\int_S \rho.u^2.dS}{\rho v^2 S} = \dfrac{1}{S}\int_S \left(\dfrac{u}{v}\right)^2 dS$

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.1. Phương trình biến thiên động lượng

b, Mở rộng phương trình động lượng với toàn dòng

β - hệ số hiệu chỉnh phân bố vận tốc không đều khi tính động lượng, hay *hệ số hiệu chỉnh động lượng*. (trị số phụ thuộc quy luật phân bố dòng chảy).

$\beta = \frac{4}{3}$ - khi vận tốc phân bố theo quy luật parabol (chảy tầng);

$\beta \approx 1$ - khi vận tốc phân bố theo quy luật lôgarit (chảy rối).

Ta có động lượng của toàn dòng:

$$K_S{}^u = \beta K_S{}^v = \beta\ \rho Q\ \vec{v}$$

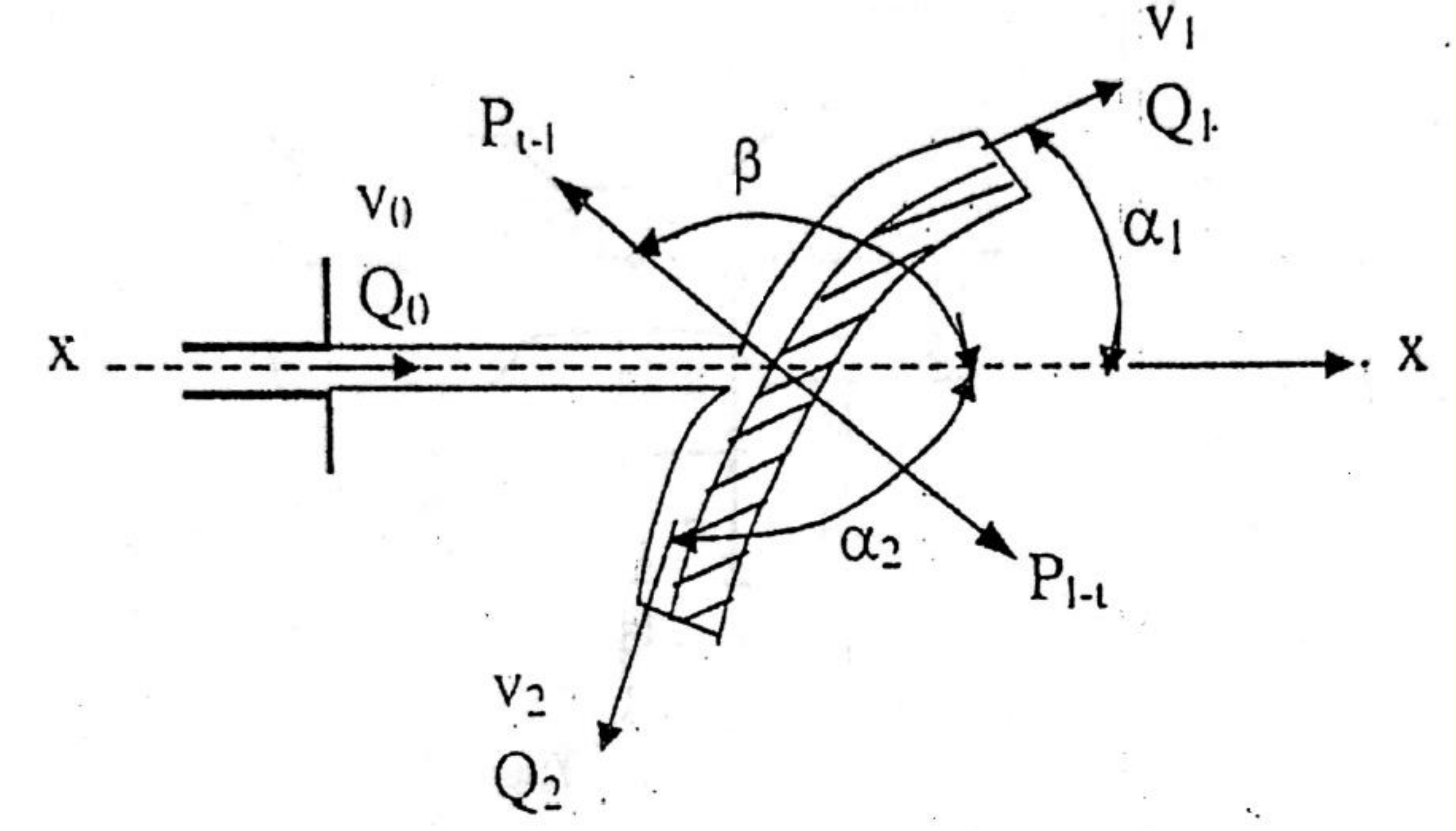
Thay vào hai dạng trên, ta có phương trình động lượng cho toàn dòng chất lỏng chảy ổn định là:

$$\rho Q(\beta_2\vec{v}_2 - \beta_1\vec{v}_1) = \sum\vec{F}$$

$$\vec{F}_m + \vec{F}_{sp} + \vec{F}_{st} + \rho Q\beta_1\vec{v}_1 + (-\ \rho Q\beta_2\vec{v}_2) = 0$$

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.2. Ứng dụng phương trình động lượng giải bài toán dòng tia



Hình 4.5 Dòng tia vòi trụ tròn phun vào vật rắn cố định

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.2. Ứng dụng phương trình động lượng giải bài toán dòng tia

a. Lực tác dụng của dòng tia lên vật chắn có phương bất kỳ:

Xét dòng tia tự do được phun từ một vòi hình trụ tròn phun theo phương ngang vào một vật chắn rắn cố định. Khi gặp vật chắn, dòng tia phân ra hai nhánh chảy dọc theo vật chắn. Dòng tia tác dụng lên vật chắn một lực $\vec{P}$, ngược lại dòng tia chịu một phản lực $\vec{R}$ của vật chắn.

Ta xác định phản lực $\vec{R}$, từ đó tìm $\vec{P}$.

Áp dụng phương trình động lượng với $\beta_1 = \beta_2 = 1$ cho khối chất lỏng giữa các mặt cắt 0-0, 1-1, 2-2, chiếu lên phương n-n, bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực, ta có:

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.2. Ứng dụng phương trình động lượng giải bài toán dòng tia

a. Lực tác dụng của dòng tia lên vật chắn có phương bất kỳ:

$\vec{F}_m + \vec{F}_{sp} + \vec{F}_{st} + \rho Q_o \vec{v_o} + [-(\rho Q_1 \vec{v_1} + \rho Q_2 \vec{v_2})] = 0$

$\vec{R} + \rho Q_o \vec{v_o} - (\rho Q_1 \vec{v_1} + \rho Q_2 \vec{v_2}) = 0$

$R\cos\beta + \rho Q_o v_o - (\rho Q_1 v_1 \cos\alpha_1 + \rho Q_2 v_2 \cos\alpha_2) = 0$

Hay:

$$R = -\frac{\rho Q_o v_o - (\rho Q_1 v_1 \cos\alpha_1 + \rho Q_2 v_2 \cos\alpha_2)}{\cos\beta}$$

Với $Q_0 = Q_1 + Q_2$

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.2. Ứng dụng phương trình động lượng giải bài toán dòng tia

b. Khi vật chắn là mặt phẳng đặt vuông góc với trục dòng tia:

$\alpha_1 = \alpha_2 = 90^o$

$\beta = 180^o$

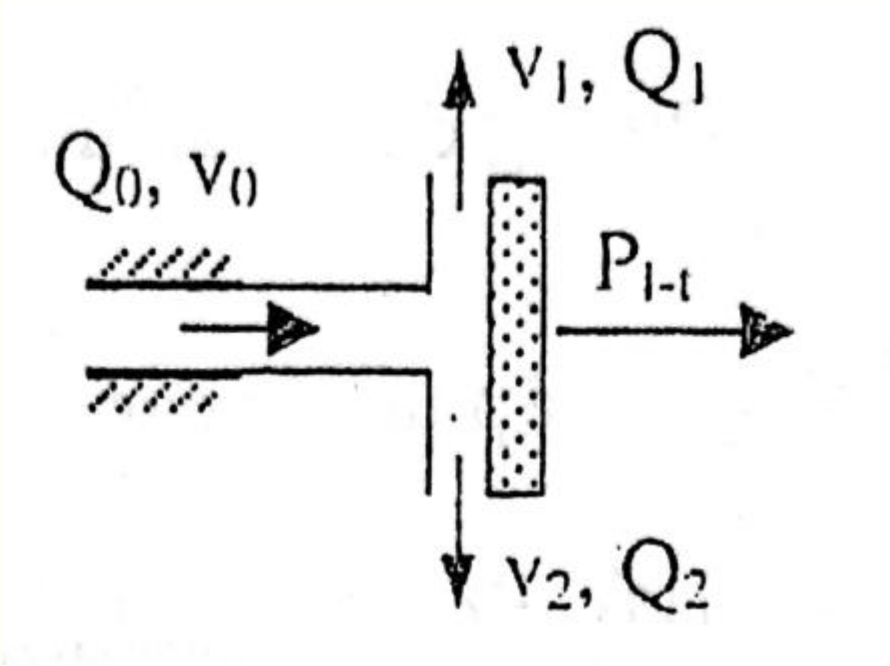
$Q_1 = Q_2 = Q/2.$

Thay vào phương trình ta có:

$R = \rho Q_o v_o$ vậy $P = \rho Q_o v_o$

Qua thực nghiệm thấy rằng P thực tế nhỏ hơn P, cụ thể là:

$P_{tt} = (0{,}92 \div 0{,}95)\rho Q_o v_o$



Hình 4.6 Mặt phẳng vuông góc cố định

4.3 Phương trình biến thiên động lượng

4.3.2. Ứng dụng phương trình động lượng giải bài toán dòng tia

c. Khi vật chắn là mặt cong đặt đối xứng qua trục dòng tia:

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

$\beta = 180^0$

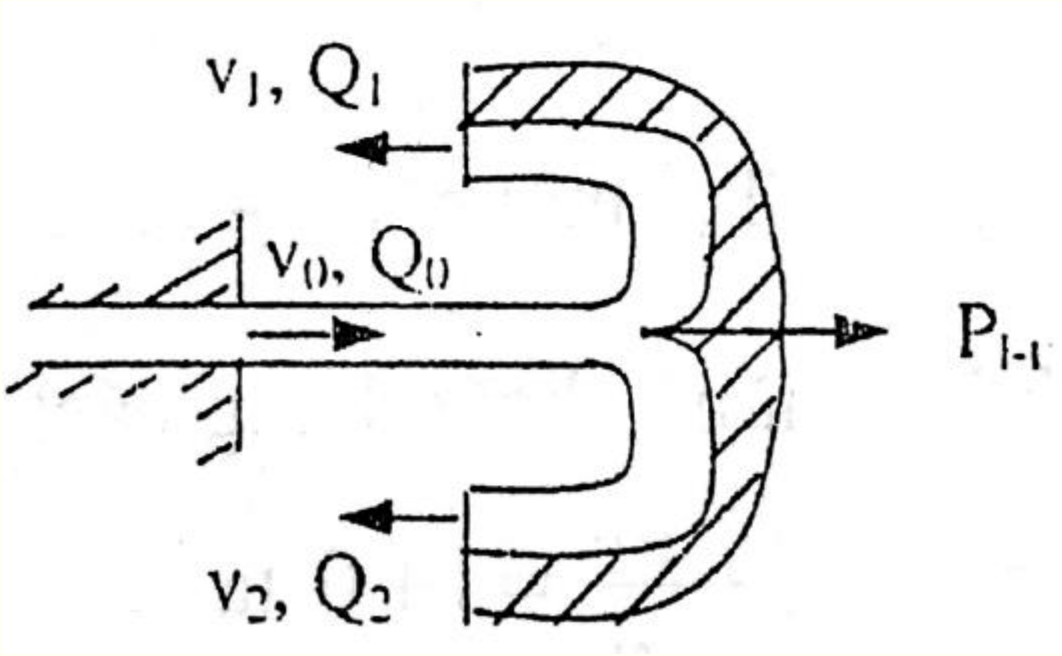
$Q_1 = Q_2 = Q/2.$

Thay vào phương trình, ta có:

$P = \rho Q_o v_o(1 - \cos\alpha)$

Khi $\alpha = 180^0$ thì

$P = 2\rho Q_o v_o$



Hình 4.7 Mặt cong đối xứng cố định

The End