FLUID DYNAMICS

Hung-Son Dang Ph.D.

CHƯƠNG 5
CHUYỂN ĐỘNG MỘT CHIỀU CỦA CHẤT LỎNG

OUTLINES

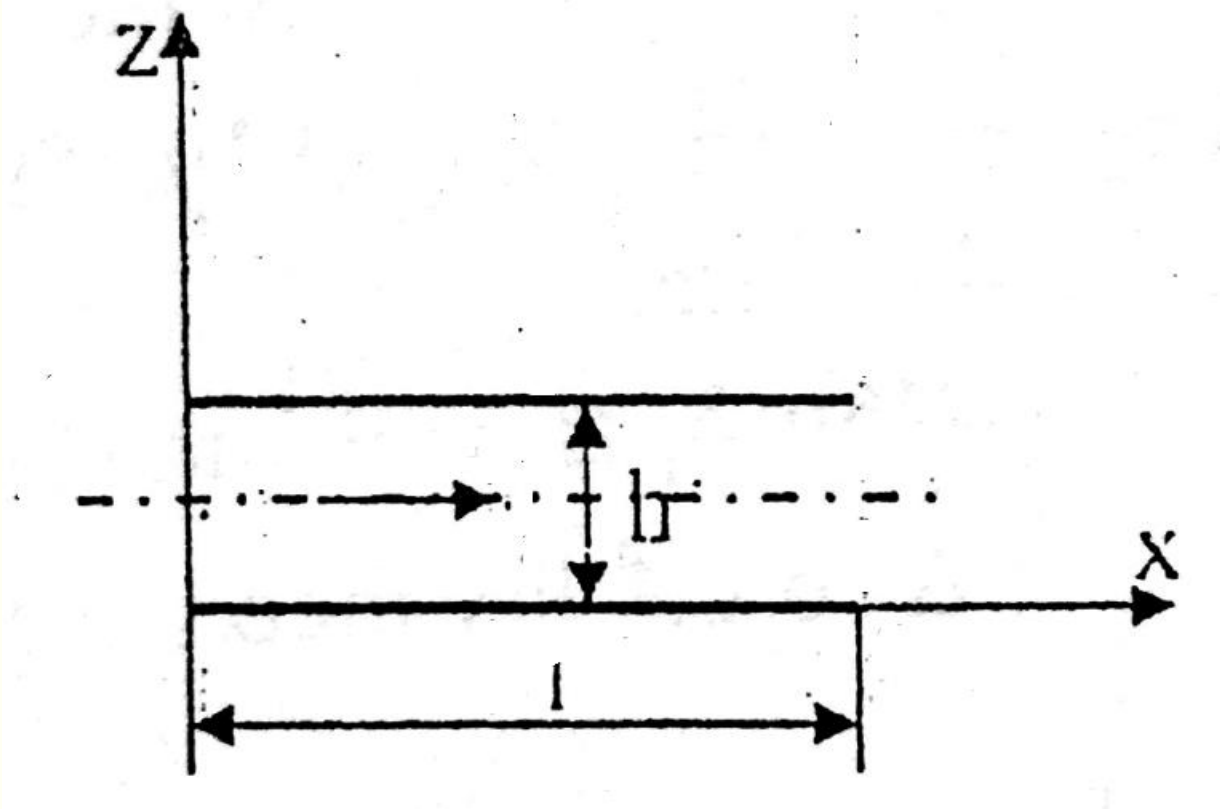
5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất là bài toán…

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.1 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (2 tấm phẳng song song đứng yên)

Hình 5.12 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (2 tấm song song đứng yên)



5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.1 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (2 tấm phẳng song song đứng yên)

Giả thiết chiều cao của khe hẹp h rất nhỏ so với chiều rộng B của nó, do đó có thể coi chất lỏng chỉ chuyển động theo một chiều (phương x), mà không có sự rò rỉ ngang.

a) Quy luật phân bố ứng suất τ:

- Tách một phân tố chất lỏng hình hộp vô cùng nhỏ ở giữa khe hẹp, có chiều dài dx, cao 2y, rộng một đơn vị, ta có:

Áp suất tác dụng lên mặt trái là: p + dp

Áp suất tác dụng lên mặt phải là: p

- Ngoại lực tác dụng lên phân tố lỏng là:

Lực khối: chỉ có trọng lực, không tham gia phương trình.

Lực bề mặt: xét cho một đơn vị bề rộng.

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.1 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (2 tấm phẳng song song đứng yên)

a) Quy luật phân bố ứng suất τ:

Áp lực mặt phải là p.2y, áp lực mặt trái là (p+dp)2y.

Lực ma sát nhớt tại hai mặt trên và dưới: có giá trị bằng nhau và bằng τ.dx.

- Phương trình cân bằng lực trên phương x, ta có:

$$-2\tau dx - p.2y + (p + dp)2y = 0$$

$$-2\tau dx + 2ydp = 0$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{dp}{dx}y$$

Ngoài ra, vì dòng chảy đều nên:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\Delta p}{l} \Rightarrow \tau = \frac{\Delta p}{l}y$$

Vậy: *ứng suất tiếp τ phân bố tỷ lệ thuận với y theo qui luật bậc nhất.*

Trong đó: Δp - độ chênh áp suất tại đầu và cuối khe hẹp.

l - chiều dài khe hẹp.

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.1 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (2 tấm phẳng song song đứng yên)

b) Quy luật phân bố vận tốc u:

Từ định luật của Newton về lực nhớt: ta có:

$$\tau = -\mu\frac{du}{dy}$$ (dấu "-" thể hiện u nghịch biến với y)

Vậy $$-\mu\frac{du}{dy} = \frac{\Delta p}{l}y$$

Suy ra:: $$du = -\frac{1}{\mu}\frac{\Delta p}{l}ydy$$

Tích phân lên, ta được:

$$u = -\frac{1}{\mu}\frac{\Delta p}{l}\frac{y^2}{2} + C = -\frac{1}{2\mu}\frac{\Delta p}{l}y^2 + C$$

Trong đó: C – là hằng số tích phân được xác định từ điều kiện biên, khi y = ± h/2 thì u = 0:

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.1 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (2 tấm phẳng song song đứng yên)

b) Quy luật phân bố vận tốc u:

Vậy: $$C = \frac{1}{2\mu}\frac{\Delta p}{l}\left(\frac{\pm h}{2}\right)^2 = \frac{1}{8\mu}\frac{\Delta p}{l}h^2$$

Thay biểu thức C vào u, ta có:

$$u = \frac{1}{8\mu}\frac{\Delta p}{l}h^2\left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right)$$

Ta thấy, vận tốc phân bố theo qui luật parabol.

Tại trục dòng chảy, khi $y = 0$ thì $u = u_{max}$, ta xác định được vận tốc cực đại tại trục ống:

$$u_{max} = \frac{1}{8\mu}\frac{\Delta p}{l}h^2$$

Thay vào biểu thức (5.26), ta có biểu thức hàm u có dạng:

$$u = u_{max}\left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right)$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.1 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (2 tấm phẳng song song đứng yên)

c) Lưu lượng dòng chảy:

Từ biểu thức: $Q = \int_S udS$

trong đó $dS = Bdy$, thay vào : $Q = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} uBdy = 2\int_0^{\frac{h}{2}} u\,Bdy$

Thay u bằng biểu thức:

$$Q = 2Bu_{max} \int_0^{\frac{h}{2}} (1 - \frac{4y^2}{h^2})\,dy$$

Tích phân lên ta được:

$$Q = \frac{2}{3} u_{max} Bh$$

Hay : $$Q = \frac{1}{12\mu} \frac{\Delta p}{l} Bh^3$$

Và: $$\Delta p = \frac{12\mu l Q}{Bh^3}$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

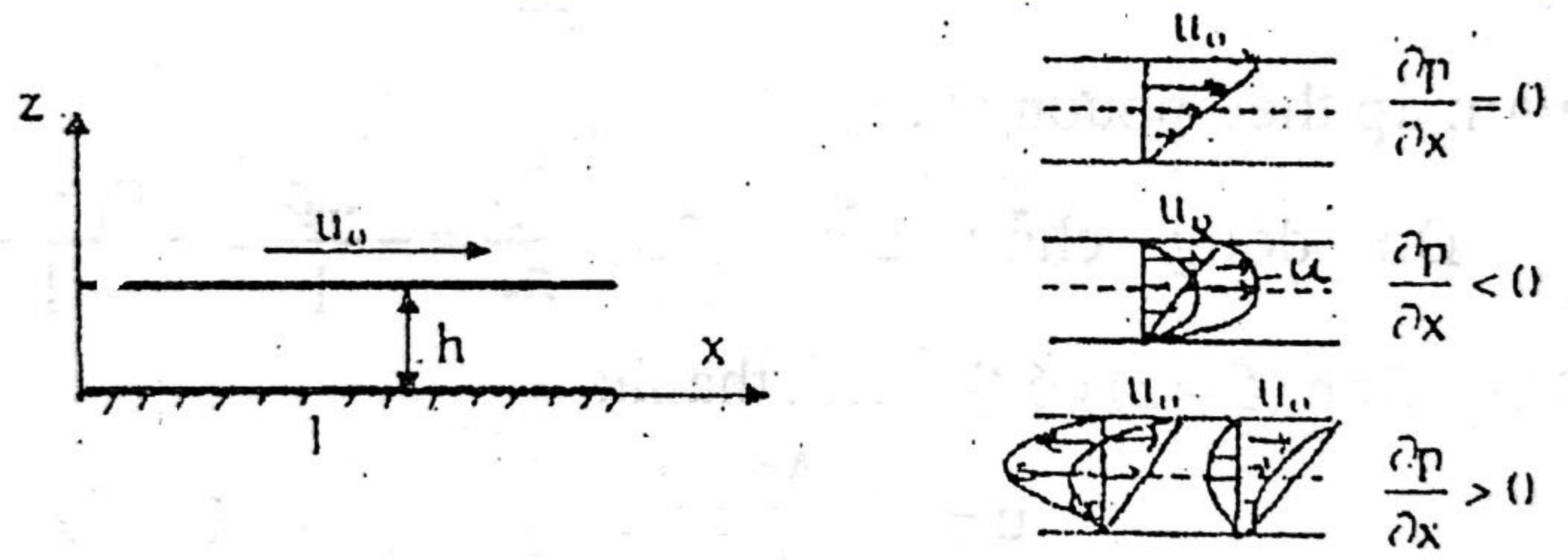
5.4.1 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (2 tấm phẳng song song đứng yên)

d) Vận tốc trung bình:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{Bh} = \frac{1}{12\mu}\frac{\Delta p}{l}h^2 = \frac{2}{3}u_{max}$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.2 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (giữa 2 tấm phẳng song song, 1 đứng yên 1 chuyển động u = const)



Hình 5.13 Dòng chảy tầng trong khe hẹp
(2 tấm song song 1 đứng yên 1 chuyển động)

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.2 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (giữa 2 tấm phẳng song song, 1 đứng yên 1 chuyển động u = const)

Còn gọi là bài toán Cuet – Poise.

Xét phân tố lỏng nằm trong khe hẹp, có chiều dài dx, cao dy, rộng một đơn vị chiều rộng. Khi ta cho phân tố lỏng chịu thêm tác dụng của áp suất p lên mặt trái và (p+dp) lên mặt phải, ngoại lực tác dụng lên các mặt là:

Áp lực:

Mặt trái: p.dy

Mặt phải: (p + dp)dy

Lực ma sát:

Mặt dưới: τdx

Mặt trên: $(\tau + d\tau)dx$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.2 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (giữa 2 tấm phẳng song song, 1 đứng yên 1 chuyển động u = const)

Viết phương trình cân bằng lực lên trục x ta có:

$$-\tau dx + (\tau + d\tau)dx + pdy - (p + dp)dy = 0$$

$$d\tau dx - dpdy = 0$$

$$d\tau = \frac{dp}{dx} dy$$

Đại lượng $\frac{dp}{dx}$ là lượng biến đổi áp suất dọc theo chiều dài khe hẹp. Khi chuyển động là đều thì đại lượng này được coi như không đổi theo phương y.

Tích phân lên, ta được:

$$\tau = \frac{dp}{dx} y + C_o \qquad (1)$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.2 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (giữa 2 tấm phẳng song song, 1 đứng yên 1 chuyển động u = const)

Quy luật phân bố vận tốc:

Mặt khác, trong dòng chảy tầng theo Newton ta có:

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} \qquad (2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được:

$$\mu\frac{du}{dy} = \frac{dp}{dx}y + C_o$$

Hay: $du = \frac{1}{\mu}(\frac{dp}{dx}ydy + C_o dy)$

$$= \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}ydy + C_1 dy$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.2 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (giữa 2 tấm phẳng song song, 1 đứng yên 1 chuyển động u = const)

Lấy tích phân lên:

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}y^2 + C_1\, y + C_2$$

Trong đó C_1, C_2 là các hằng số tích phân, được lấy từ điều kiện biên:

Khi $y = 0$ thì $u = 0$ (3)

Khi $y = h$ thì $u = u_o$ (4)

Thay (3) vào ta được: $C_2 = 0$

Thay (4) vào suy ra:

$$C_1 = \frac{u_o}{h} - \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}h$$

Vậy: $u = -\dfrac{1}{2\mu}\dfrac{dp}{dx}(hy - y^2) + \dfrac{u_o y}{h}$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.2 Dòng chảy tầng trong khe hẹp (giữa 2 tấm phẳng song song, 1 đứng yên 1 chuyển động u = const)

Ta thấy vận tốc phân bố là tổng hợp của hai dòng Cuet và Poise.

Ta có thể biểu diễn dưới dạng khác:

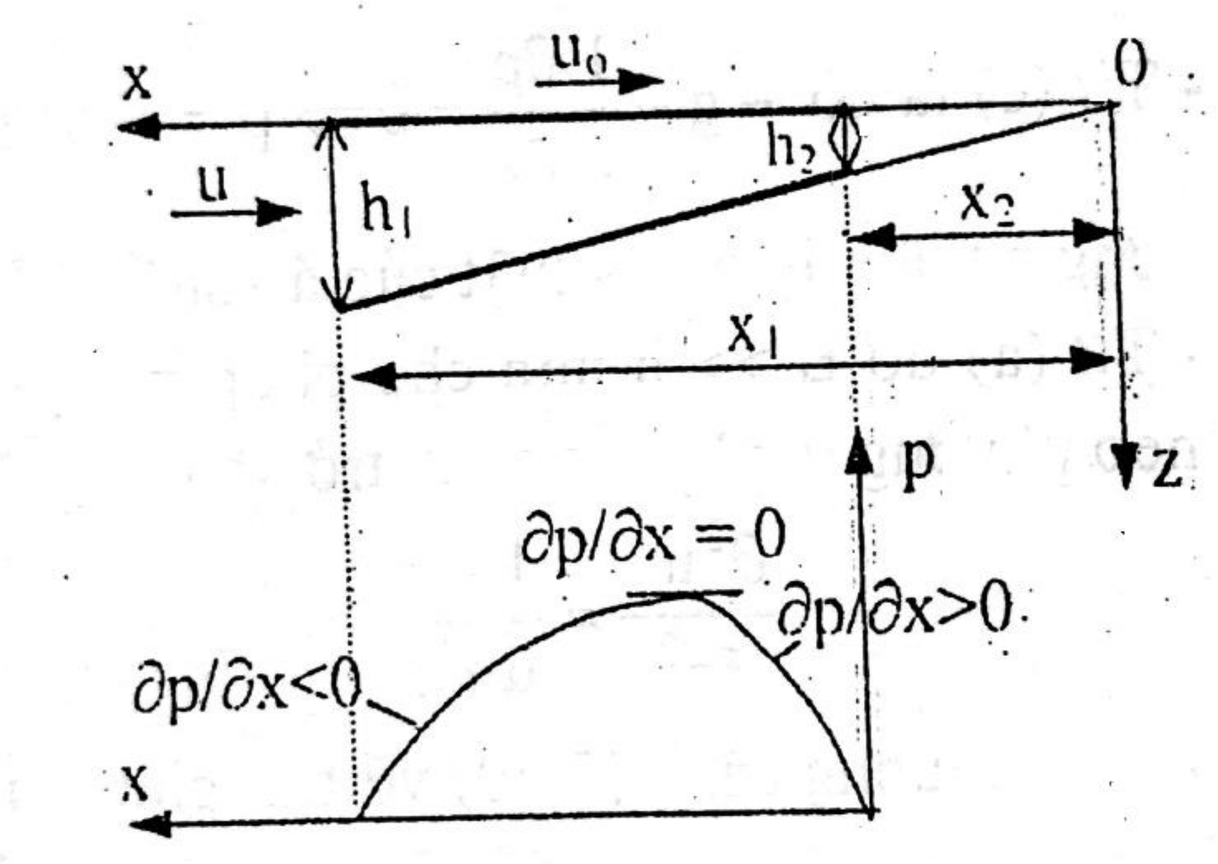
$$u = -\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}hy\left(1 - \frac{y}{h}\right) + u_o\frac{y}{h}$$

(1) dòng Poise – là quy luật parabol

(2) dòng Cuet – là quy luật bậc nhất

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.3 Dòng chảy tầng trong khe hẹp hình nêm (giữa 2 tấm phẳng, 1 đứng yên 1 chuyển động u = const)



Hình 5.14 Dòng chảy tầng trong khe hẹp hình nêm (2 tấm song song 1 đứng yên 1 chuyển động)

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.3 Dòng chảy tầng trong khe hẹp hình nêm (giữa 2 tấm phẳng, 1 đứng yên 1 chuyển động u = const)

Có 3 trường hợp:

a) $\frac{dp}{dx} < 0$: dòng giảm áp: Phân bố vận tốc: u = (1) + (2)

b) $\frac{dp}{dx} = 0$: dòng không áp: Phân bố vận tốc: u = (2)

c) $\frac{dp}{dx} > 0$: dòng tăng áp: Phân bố vận tốc u = (2) – (1)

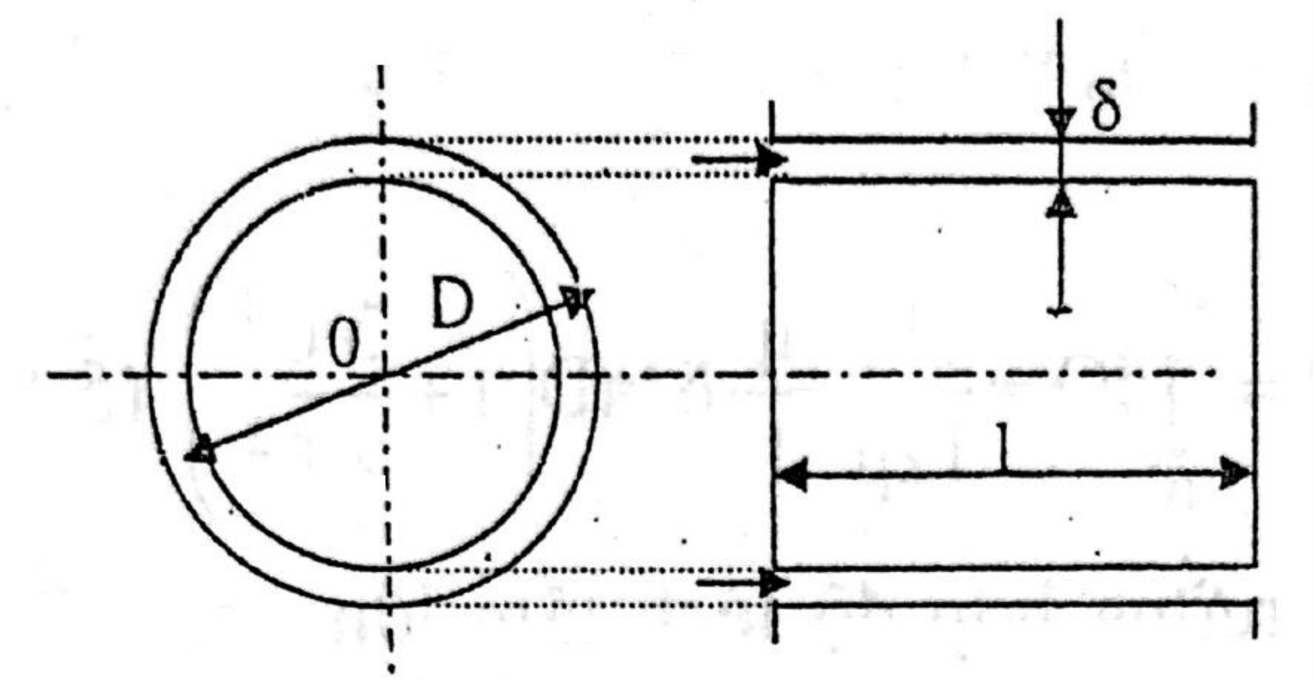
Lưu lượng: (trên một đơn vị chiều rộng).

$$Q = \int_0^h u dy = \int_0^h \left[\frac{u_o y}{h} - \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(hy - y^2)\right]dy$$

$$Q = \frac{u_o h}{2} - \frac{1}{12\mu}\frac{dp}{dx}h^3$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp giữa 2 mặt trụ tròn



Hình 5.15 Dòng chảy tầng dọc theo khe hẹp giữa 2 mặt trụ tròn

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp giữa 2 mặt trụ tròn

a) Đồng tâm:

$$\delta = \frac{D-d}{2} << d, D$$

(coi độ cong là không đáng kể)

Bài toán tương tự dòng chảy trong khe hẹp giữa hai tấm phẳng đứng yên, thay $B = \pi D$, $h = \delta$. Ta có:

$$Q = \frac{1}{12\mu}\frac{\Delta p}{l}\pi D\delta^3$$

$$\Delta p = \frac{12\mu l Q}{\pi D\delta^3}$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp giữa 2 mặt trụ tròn

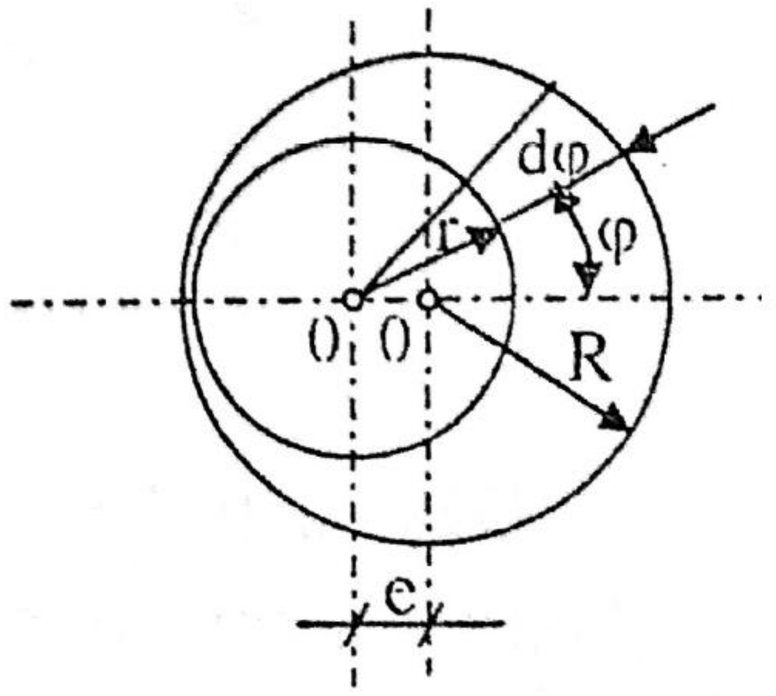
b) Lệch tâm:

$$Q = \frac{1}{12\mu}\frac{\Delta p}{l}\pi D\delta^3\left(1 + \frac{3e^2}{2\delta^2}\right)$$

$$\Delta p = \frac{12\mu l Q}{\pi D\delta^3\left(1 + \frac{3e^2}{2\delta^2}\right)}$$

Trong đó e – là độ lệch tâm giữa trục và ổ trục.

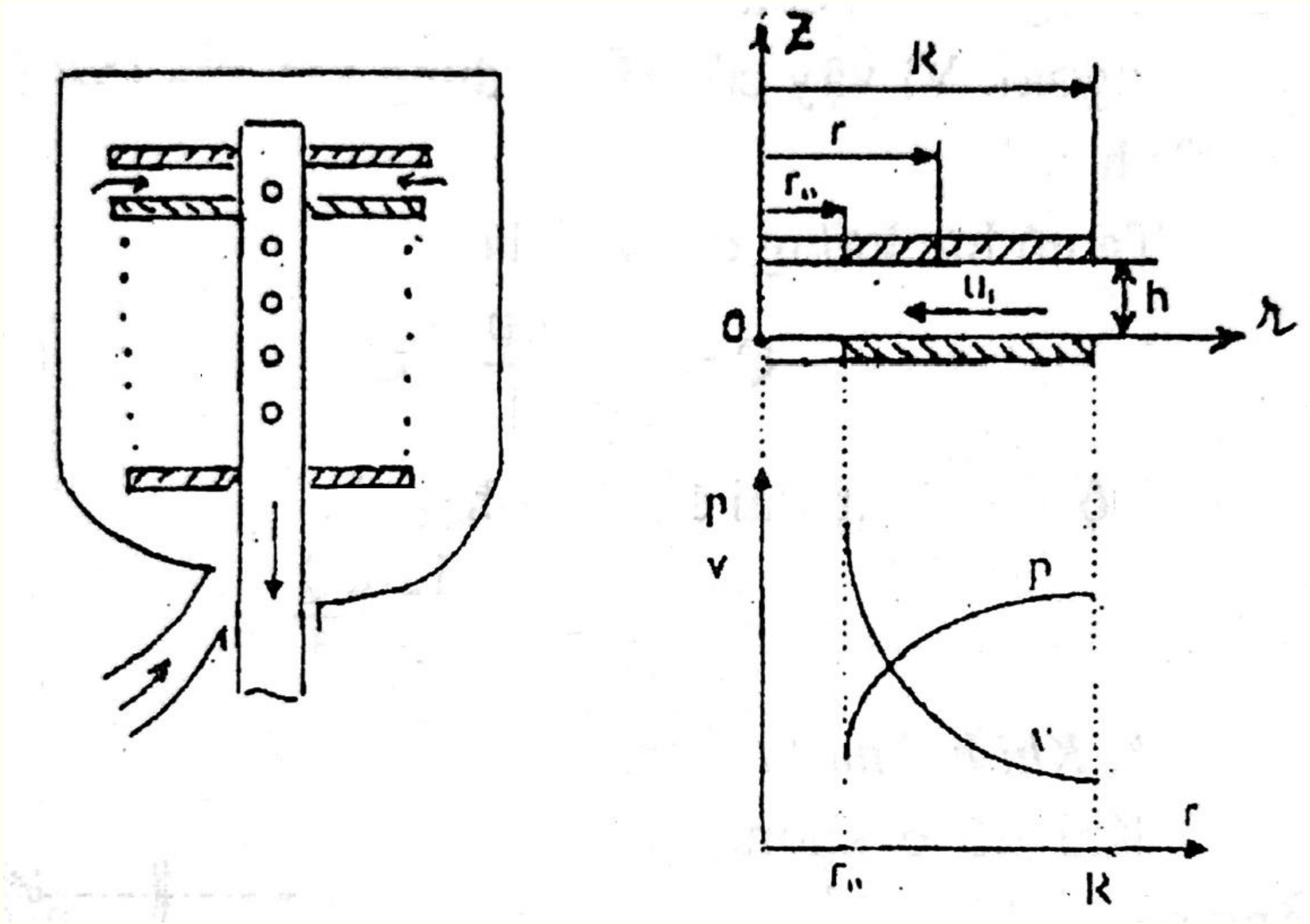
Khi $e \to e_{max} = \delta$. Lưu lượng rò rỉ lớn gấp 2,5 lần khi đồng tâm. Vậy khi lắp ráp, nếu đảm bảo được độ đồng tâm của trục và vỏ thì lưu lượng rò rỉ sẽ ít hơn.



Hình 5.16 Dòng chảy tầng dọc theo khe hẹp giữa 2 mặt trụ tròn lệch tâm

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.5 Bài toán bầu lọc dầu



Hình 5.17 Bài toán bầu lọc dầu

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.5 Bài toán bầu lọc dầu

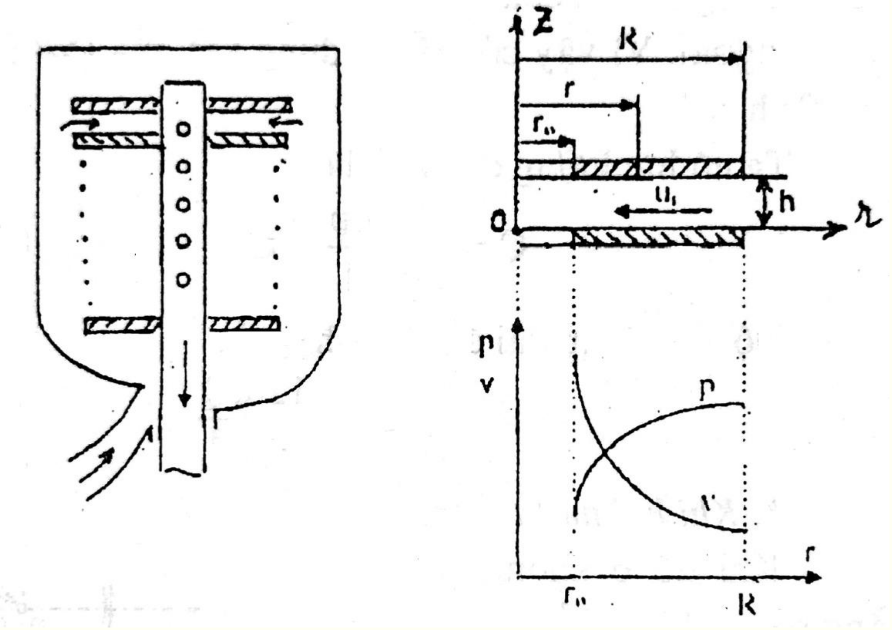
Cũng là bài toán dòng chảy tầng trong khe hẹp giữa hai tấm phẳng song song đứng yên:

Thay $u = u_r$, $x = r$, đổi dấu ta có:

$$u_r = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dr}zh(1 - \frac{z}{h})$$

$$u_{max} = \frac{1}{8\mu}\frac{dp}{dr}h^2$$

$$v = \frac{Q}{2\pi rh} = \frac{2}{3}u_{max} \rightarrow u_{max} = \frac{3Q}{4\pi rh}$$



Độ chênh áp giữa đầu và cuối khe hẹp.

$$\Delta p = \frac{6\mu Q}{\pi h^3}\ln\frac{R}{r_o}$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.5 Bài toán bầu lọc dầu

Lưu lượng dầu qua khe hở lọc.

$$Q = \frac{\pi h^3 \Delta p}{6\mu \ln\frac{R}{r_o}}$$

Từ công thức tính u_r và u_{max} ta có:

$$\frac{1}{8\mu}\frac{dp}{dr}h^2 = \frac{3Q}{4\pi rh} \rightarrow \frac{dp}{dr} = \frac{6Q\mu}{\pi h^3}\frac{1}{r}$$

Lấy tích phân theo r, ta có:

$$p = \frac{6\mu Q}{\pi h^3} + \ln r + C$$

5.4 Dòng chảy tầng trong khe hẹp có gradien áp suất

5.4.5 Bài toán bầu lọc dầu

Thay r = r_o và r = R ta có:

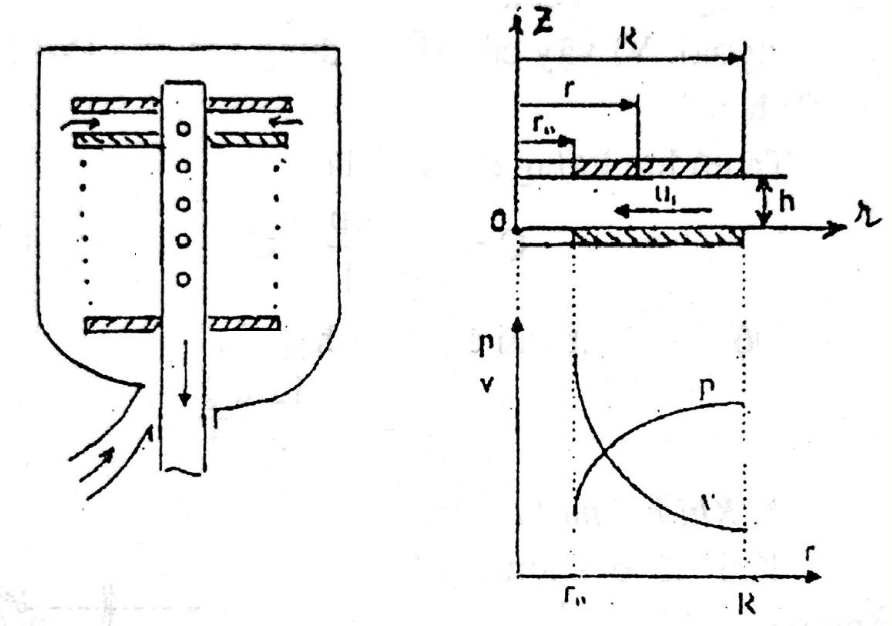
$$p_R = \frac{6\mu Q}{\pi h^3}\ln R + C$$

$$p_{r_o} = \frac{6\mu Q}{\pi h^3}\ln r_o + C$$

Trừ hai vế, đặt $\Delta p = p_R - p_r$, ta có:

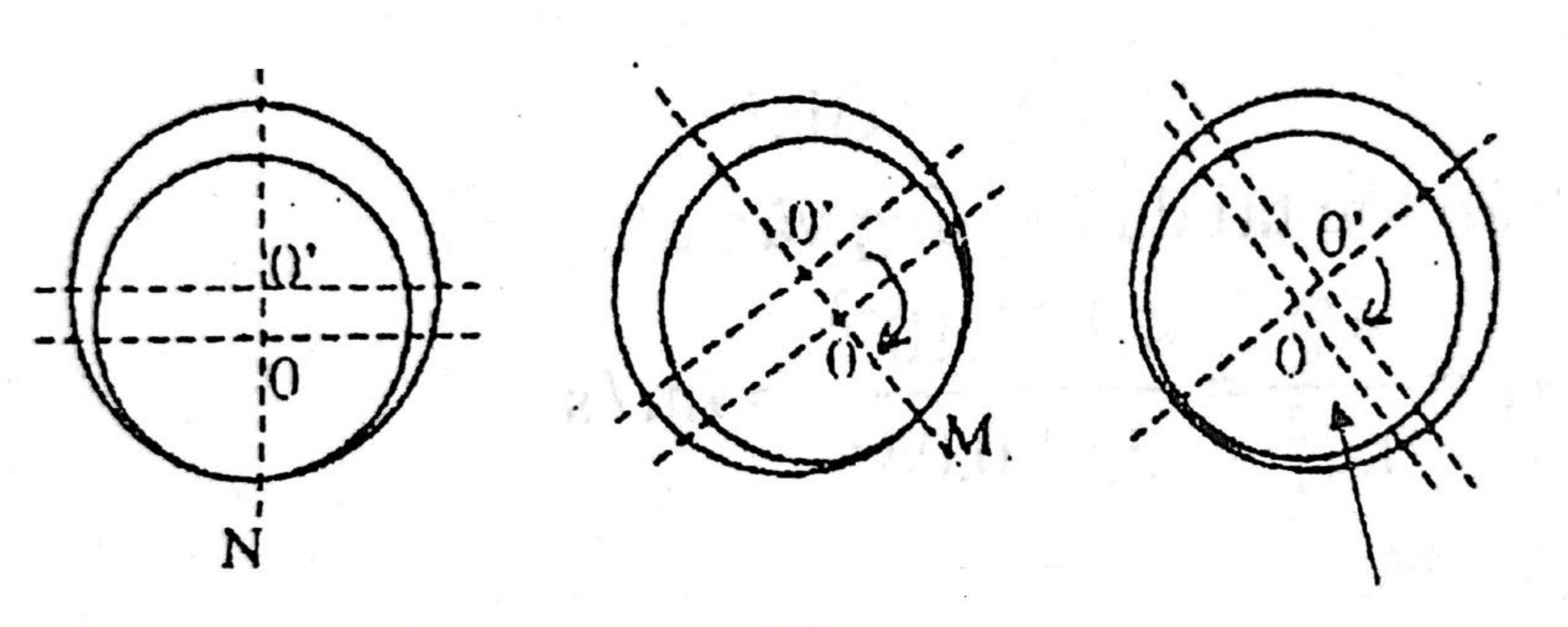
$$\Delta p = \frac{6\mu Q}{\pi h^3}\ln\frac{R}{r_o}$$

$$Q = \frac{\pi h^3 \Delta p}{6\mu \ln\frac{R}{r_o}}$$



5.5 Dòng chảy tầng do ma sát trong khe hẹp, sơ lược về lý luận bôi trơn thủy động lực

5.5.5 Dòng chảy qua khe hẹp, sơ lược về bôi trơn thủy lực



Hình 5.18 Dòng chảy dọc theo khe hẹp sơ lược về bôi tron thủy lực

The End