GIẢI TÍCH MẠNG

LỜI NÓI ĐẦU

Hệ thống điện bao gồm các khâu sản xuất, truyền tải và phân phối điện năng. Kết cấu một hệ thống điện có thể rất phức tạp, muốn nghiên cứu nó đòi hỏi phải có một kiến thức tổng hợp và có những phương pháp tinh toán phù hợp.

Giải tích mạng là một môn học còn có tên gọi "Các phương pháp tin học ứng dụng trong tính toán hệ thống điện". Trong đó, đề cập đến những bài toán mà tất cả sinh viên ngành hệ thống nào cũng cần phải nắm vững. Vì vậy, để có một cách nhìn cụ thể về các bài toán này, giáo trình đi từ kiến thức cơ sở đã học nghiên cứu lý thuyết các bài toán cũng như việc ứng dụng chúng thông qua công cụ máy vi tính. Phần cuối, bằng ngôn ngữ lập trình Pascal, công việc mô phỏng các phần mục của bài toán đã được minh hoạ.

Nội dung gồm có 8 chương.

1. Đại số ma trận ứng dụng trong giải tích mạng.
2. Phương pháp số dùng để giải các phương trình vi phân trong giải tích mạng.
3. Mô hình hóa hệ thống điện.
4. Graph và các ma trận mạng điện.
5. Thuật toán dùng để tính ma trận mạng.
6. Tính toán trào lưu công suất.
7. Tính toán ngắn mạch.
8. Xét quá trình quá độ của máy phát khi có sự cố trong mạng.

II. Phần lập trình: gồm có bốn phần mục:

1. Xây dựng các ma trận của 1 mạng cụ thể
2. Tính toán ngắn mạch.
3. Tính toán trào lưu công suất lúc bình thường và khi sự cố.
4. Xét quá trình quá độ của các máy phát khi có sự cố trong mạng điện.

GV: Lê Kim Hùng

CHƯƠNG 1

ĐẠI SỐ MA TRẬN ỨNG DỤNG TRONG GIẢI TÍCH MẠNG

Trong chương này ta nhắc lại một số kiến thức về đại số ma trận thông thường được ứng dụng trong giải tích mạng.

1.1. ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN:

1.1.1. Kí hiệu ma trận:

Ma trận chữ nhật A kích thước m x n là 1 bảng gồm m hàng và n cột có dạng sau:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix} = [a_{ij}]$$

Nếu m = 1 và n >1 thì A gọi là ma trận hàng hoặc vectơ hàng.

Ngược lại n = 1 và m > 1 thì A gọi là ma trận cột hoặc vectơ cột.

Ví dụ: $A = \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{vmatrix}$ và $A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

1.1.2. Các dạng ma trận:

Ma trận vuông: Là ma trận có số hàng bằng số cột (m = n).

Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ma trận tam giác trên: Là ma trận vuông mà các phần tử dưới đường chéo chính a_{ij} của ma trận bằng 0 với i > j.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ma trận tam giác dưới: Là ma trận vuông mà các phần tử trên đường chéo chính a_{ij} của ma trận bằng 0 với i < j.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ma trận đường chéo: Là ma trận vuông nếu tất cả các phần tử trên đường chéo chính khác 0, còn các phần tử khác ngoài đường chéo chính của ma trận bằng 0 ($a_{ij} = 0$ với $i \neq j$).

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

Ma trận đơn vị: Là ma trận vuông mà tất cả các phần tử trên đường chéo chính của ma trận bằng 1 còn tất cả các phần tử khác bằng 0 ($a_{ij} = 1$ với i = j và $a_{ij} = 0$ với $i \neq j$).

$$U = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Ma trận không: Là ma trận mà tất cả các phần tử của ma trận bằng 0.
Ma trận chuyển vị: Là ma trận mà các phần tử $a_{ij} = a_{ji}$ (đổi hàng thành cột và ngược lại).

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \quad \text{và} \quad A^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Cho ma trận A thì ma trận chuyển vị kí hiệu là A_t, A^T hoặc A'
Ma trận đối xứng: Là ma trận vuông có các cặp phần tử đối xứng qua đường chéo chính bằng nhau $a_{ij} = a_{ji}$.
Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ 3 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

Chuyển vị ma trận đối xứng thì $A^T = A$, nghĩa là ma trận không thay đổi.
Ma trận xiên - phản đối xứng: Là ma trận vuông có $A = - A^T$. Các phần tử ngoài đường chéo chính tương ứng bằng giá trị đối của nó ($a_{ij} = - a_{ji}$) và các phần tử trên đường chéo chính bằng 0.
Ví dụ:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 5 & -3 \\ -5 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

Ma trận trực giao: Là ma trận có ma trận chuyển vị chính là nghịch đảo của nó. ($A^T .A = U = A .A^T$ với A là ma trận vuông và các phần tử là số thực).
Ma trận phức liên hợp: Là ma trận nếu thế phần tử a + jb bởi a - jb thì ma trận mới A^* là ma trận phức liên hợp.
Cho ma trận A thì ma trận phức liên hợp là A^*

$$A = \begin{vmatrix} j3 & 5 \\ 4 + j2 & 1 + j1 \end{vmatrix} \quad \text{và} \quad A^* = \begin{vmatrix} -j3 & 5 \\ 4 - j2 & 1 - j1 \end{vmatrix}$$

-Nếu tất cả các phần tử của A là thực, thì $A = A^*$
-Nếu tất cả các phần tử của A là ảo, thì $A = - A^*$.
Ma trận Hermitian (ma trận phức đối): Là ma trận vuông với các phần tử trên đường chéo chính là số thực còn các cặp phần tử đối xứng qua đường chéo chính là những số phức liên hợp, nghĩa là $A = (A^*)^t$.

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 2 - j3 \\ 2 + j3 & 5 \end{vmatrix}$$

Ma trận xiên - Hermitian (ma trận xiên - phức đối): Là ma trận vuông với các phần tử trên đường chéo chính bằng 0 hoặc toàn ảo còn các cặp phần tử đối xứng qua đường chéo chính là những số phức, tức A = - $(A^*)^t$.

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 2-j3 \\ -2-j3 & 0 \end{vmatrix}$$

Nếu ma trận vuông phức liên hợp có $(A^*)^t$. A = U = A. $(A^*)^t$ thì ma trận A được gọi là ma trận đơn vị. Nếu ma trận đơn vị A với các phần tử là số thực được gọi là ma trận trực giao.

Bảng 1.1: *Các dạng ma trận.*

Kí hiệu	Dạng ma trận
A = -A	Không
$A = A^t$	Đối xứng
$A = -A^t$	Xiên-đối xứng
$A = A^*$	Thực
$A = -A^*$	Hoàn toàn ảo

Kí hiệu	Dạng ma trận
$A = (A^*)^t$	Hermitian
$A = -(A^*)^t$	Xiên- Hermitian
$A^t A = U$	Trực giao
$(A^*)^t A = U$	Đơn vị

1.2. CÁC ĐỊNH THỨC:

1.2.1. Định nghĩa và các tính chất của định thức:

Cho hệ 2 phương trình tuyến tính

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = k_1$ (1) (1.1)

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = k_2$ (2)

Rút x_2 từ phương trình (2) thế vào phương trình (1), giải được:

$$x_1 = \frac{a_{22}k_1 - a_{12}k_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

Suy ra:

$$x_2 = \frac{a_{11}k_2 - a_{21}k_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

Biểu thức $(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$ là giá trị định thức của ma trận hệ số A. Trong đó |A| là định thức.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Giải phương trình (1.1) bằng phương pháp định thức ta có:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} k_1 & a_{12} \\ k_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{a_{22}.k_1 - a_{12}.k_2}{a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}} \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & k_1 \\ a_{21} & k_2 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{a_{11}.k_2 - a_{21}.k_1}{a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}}$$

Tính chất của định thức:

a. Giá trị của định thức bằng 0 nếu:

- Tất cả các phần tử của hàng hoặc cột bằng 0.
- Các phần tử của 2 hàng (cột) tương ứng bằng nhau.
- Một hàng (cột) là tương ứng tỉ lệ của 1 hoặc nhiều hàng (cột).

b. Nếu ta đổi chổ 2 hàng của ma trận vuông A cho nhau ta được ma trận vuông B và có det(B) = - det(A).

c. Giá trị của định thức không thay đổi nếu:

- Tất cả các hàng và cột tương ứng đổi chổ cho nhau.
- Cộng thêm k vào 1 hàng (cột) thứ tự tương ứng với các phần tử của hàng (cột) đó.

d. Nếu tất cả các phần tử của hàng (cột) nhân với thừa số k, thì giá trị của định thức là được nhân bởi k.

e. Tích của các định thức bằng tích của từng định thức. | A.B.C| = |A| .|B| .|C|.

f. Định thức tổng khác tổng các định thức. |A + B - C| = |A| + |B| -|C|.

1.2.2. Định thức con và các phần phụ đại số.

Xét định thức:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Chọn trong định thức này k hàng, k cột bất kỳ với 1 [k [n. Các phần tử nằm phía trên kể từ giao của hàng và cột đã chọn tạo thành một định thức cấp k, gọi là định thức con cấp k của A. Bỏ k hàng và k cột đã chọn, các phần tử còn lại tạo thành 1 định thức con bù của định thức A.

Phần phụ đại số ứng với phần tử a_{ij} của định thức A là định thức con bù có kèm theo dấu $(-1)^{i+j}$.

$$A_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Mối liên hệ giữa các định thức và phần phụ:

- Tổng các tích của các phần tử theo hàng (cột) với phần phụ tương ứng bằng định thức |A|.
- Tổng các tích của các phần tử theo hàng (cột) với phần phụ tương ứng trong hàng (cột) khác bằng 0.

1.3. CÁC PHÉP TÍNH MA TRẬN.

1.3.1. Các ma trận bằng nhau:

Hai ma trận A và B được gọi là bằng nhau nếu tất cả các phần tử của ma trận A bằng tất cả các phần tử của ma trận B ($a_{ij} = b_{ij}$ $\forall$ i, j; i, j = 1, 2, .. n).

1.3.2. Phép cộng (trừ) ma trận.

Cộng (trừ) các ma trận phái có cùng kích thước m x n. Ví dụ: Có hai ma trận $A[a_{ij}]_{mn}$ và $B[b_{ij}]_{mn}$ thì tổng và hiệu của hai ma trận này là ma trận $C[c_{ij}]_{mn}$ với $c_{ij} = a_{ij}6\ b_{ij}$

Mở rộng: R = A + B + C +..... + N với $r_{ij} = a_{ij}\ 6\ b_{ij}6\ c_{ij}\ 6\ ...6\ n_{ij}$.

Phép cộng (trừ) ma trận có tính chất giao hoán: A + B = B + A.

Phép cộng (trừ) ma trận có tính chất kết hợp: A + (B + C) = (A + B) + C.

1.3.3. Tích vô hướng của ma trận:

k.A = B. Trong đó: $b_{ij} = k .a_{ij}$ $\forall$ i & j .

Tính giao hoán: k.A = A.k..

Tính phân phối: k (A + B) = k.A + k..B = (A + B) k.

(với A và B là các ma trận có cùng kích thước, k là 1 hằng số).

1.3.4. Nhân các ma trận:

Phép nhân hai ma trận A.B = C. Nếu ma trận A có kích thước m x q và ma trận B có kích thước q x n thì ma trận tích C có kích thước m x n. Các phần tử c_{ij} của ma trận C là tổng các tích của các phần tử tương ứng với i hàng của ma trận A và j cột của ma trận B là:

$c_{ij} = a_{i1}.b_{1j} + a_{i2}.b_{2j} + ... + a_{iq}.b_{qj}$

Ví dụ:

$$A.B = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \text{ x } \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}.b_{11} + a_{12}.b_{21} & a_{11}.b_{12} + a_{12}.b_{22} \\ a_{21}.b_{11} + a_{22}.b_{21} & a_{11}.b_{12} + a_{12}.b_{22} \\ a_{31}.b_{11} + a_{32}.b_{21} & a_{11}.b_{12} + a_{12}.b_{22} \end{vmatrix}$$

Phép nhân ma trận không có tính chất hoán vị: $A.B \neq B.A$

Phép nhân ma trận có tính chất phân phối đối với phép cộng:

A (B + C) = A.B + A.C.

Phép nhân ma trận có tính chất kết hợp: A (B.C) = (A.B) C = A.B.C.

Tích 2 ma trận A.B = 0 khi A = 0 hoặc B = 0.

Tích C.A = C.B khi A = B.

Nếu C = A.B thì $C^T = B^T.A^T$

1.3.5. Nghịch đảo ma trận:

Cho hệ phương trình:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= y_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= y_3 \end{aligned} \qquad (1.2)$$

Viết dưới dạng ma trận A.X = Y

Nếu nghiệm của hệ trên là duy nhất thì tồn tại một ma trận B là nghịch đảo của ma trận A.

Do đó: X = B.Y (1.3)

Nếu định thức của ma trận $A \neq 0$ thì có thể xác định x_i như sau:

$$x_1 = \frac{A_{11}}{|A|}y_1 + \frac{A_{21}}{|A|}y_2 + \frac{A_{31}}{|A|}y_3$$

$$x_2 = \frac{A_{12}}{|A|}y_1 + \frac{A_{22}}{|A|}y_2 + \frac{A_{32}}{|A|}y_3$$

$$x_3 = \frac{A_{13}}{|A|}y_1 + \frac{A_{23}}{|A|}y_2 + \frac{A_{33}}{|A|}y_3$$

Trong đó: $A_{11}, A_{12}, ... A_{33}$ là định thức con phụ của a_{11}, a_{12}, a_{13} và $|A|$ là định thức của ma trận A. Ta có:

$$B_{ij} = \frac{A_{ij}}{|A|} \qquad \text{i, j = 1, 2, 3.}$$

Nhân ma trận A với nghịch đảo của nó ta có $A.A^{-1} = A^{-1}.A = U$

Rút X từ phương trình (1.3) sau khi đã nhân cả hai vế cho A^{-1}.

A.X = Y

$A^{-1}.A.X = A^{-1}.Y$

$U.X = A^{-1}.Y$

Suy ra: $X = A^{-1}.Y$

Nếu định thức của ma trận bằng 0, thì ma trận nghịch đảo không xác định (ma trận suy biến).

Nếu định thức khác 0 gọi là ma trận không suy biến và là ma trận nghịch đảo duy nhất.

Giả sử 2 ma trận A và B cùng cấp và là khả đảo lúc đó:

$(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$

Nếu A^T khả đảo thì $(A^T)^{-1}$ cũng khả đảo:

$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

1.3.6. Ma trận phân chia:

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}$$

Tổng các ma trận đã phân chia được biểu diễn bởi ma trận nhỏ bằng tổng các ma trận nhỏ tương ứng.

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} 6 \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 6 B_1 & A_2 6 B_3 \\ A_3 6 B_3 & A_4 6 B_3 \end{bmatrix}$$

Phép nhân được biểu diễn như sau:

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{bmatrix}$$

Trong đó:

$C_1 = A_1.B_1 + A_2.B_3$

$C_2 = A_1.B_2 + A_2.B_4$

$C_3 = A_3.B_1 + A_4.B_3$

$C_4 = A_3.B_2 + A_4.B_4$

Tách ma trận chuyển vị như sau:

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} A^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T{}_1 & A^T{}_2 \\ A^T{}_3 & A^T{}_4 \end{bmatrix}$$

Tách ma trận nghịch đảo như sau:

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{bmatrix}$$

Trong đó:

$B_1 = (A_1 - A_2.A_4^{-1}.A_3)^{-1}$

$B_2 = -B_1.A_2.A_4^{-1}$

$B_3 = -A_4^{-1}.A_3.B_1$

$B_4 = A_4^{-1} - A_4^{-1}.A_3.B_2$

(với A_1 và A_4 phải là các ma trận vuông).

1.4. SỰ PHỤ THUỘC TUYẾN TÍNH VÀ HẠNG CỦA MA TRẬN:

1.4.1. Sự phụ thuộc tuyến tính:

Số cột của ma trận A(m x n) có thể viết theo n vectơ cột hoặc m vectơ hàng.

$\{c_1\}\{c_1\}$ ..... $\{c_1\}$

$\{r_1\}\{r_1\}$ ...... $\{r_1\}$

Phương trình vectơ cột thuần nhất.

$p_1\{c_1\} + p_2\{c_2\} + ... + p_n\{c_n\} = 0$ (1.4)

Khi tất cả $P_k = 0$ (k = 1, 2, ..., n).

Tương tự vectơ hàng là không phụ thuộc tuyến tính nếu.

$q_r = 0$ (r = 1, 2, ..., n).

$q_1\{r_1\} + q_2\{r_2\} + ... + q_n\{r_n\} = 0$ (1.5)

Nếu $p_k \neq 0$ thỏa mãn phương trình (1.4), thì vectơ cột là tuyến tính.

Nếu $q_r \neq 0$ thỏa mãn phương trình (1.5), thì vectơ hàng là tuyến tính.

Nếu vectơ cột (hàng) của ma trận A là tuyến tính, thì định thức của A = 0.

1.4.2. Hạng của ma trận:

Hạng của ma trận là cấp cao nhất mà tất cả các định thức con khác 0.

0 [r(A) [min(m, n) với A là ma trận kích thước m x n.

1.5. HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH:

Hệ phương trình tuyến tính của m phương trình trong n hệ số được viết:

$$\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = y_1\\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = y_2\\
&.......................................\\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = y_m
\end{aligned} \qquad (1.6)$$

Trong đó:

a_{ij}: Là hệ số thực hoặc phức ; x_j: Là biến số ; y_j: Là hằng số của hệ.

Hệ phương trình được biểu diễn ở dạng ma trận như sau:

A. X = Y (1.7)

Ma trận mở rộng:

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & .... & a_{1n} & y_1 \\ a_{21} & a_{22} & .... & a_{2n} & y_2 \\ .... & .... & .... & .... & .... \\ a_{m1} & a_{m2} & .... & a_{mn} & y_m \end{vmatrix}$$

Nếu $y_i = 0$ thì hệ phương trình gọi là hệ thuần nhất, nghĩa là: A.X = 0.

Nếu một hoặc nhiều phần tử của vectơ $y_i \neq 0$ thì hệ gọi là hệ không thuần nhất.

Định lý:

Điều kiện cần và đủ để hệ phương trình tuyến tính có nghiệm là hạng của ma trận hệ số bằng hạng của ma trận mở rộng.

Hệ phương trình tuyến tính vô nghiệm khi và chỉ khi hạng của ma trận hệ số nhỏ hơn hạng của ma trận mở rộng.

Nếu hạng của ma trận r(A) = r(Â) = r = n (số ẩn) của hệ phương trình tuyến tính (1.6) thì hệ có nghiệm duy nhất (hệ xác định).

Nếu r(A) = r(Â) = r < n thì hệ phương trình tuyến tính có vô số nghiệm và các thành phần của nghiệm phụ thuộc (n - r) tham số tùy ý.