Chương II: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH

1. Các thông số đặc trưng của tín hiệu
2. Tín hiệu xác định thực
3. Tín hiệu xác định phức
4. Phân tích tín hiệu ra các thành phần
5. Phân tích tương quan tín hiệu
6. Phân tích phổ tín hiệu
7. Truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính

5. Phân tích tương quan tín hiệu

5.1 Hệ số tương quan

5.2 Hàm tương quan

5.1 Hệ số tương quan

Hệ số tương quan giữa hai tín hiệu được định nghĩa như sau:

$$\alpha_{xy} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} = \frac{x, y}{x, x} \qquad \alpha_{yx} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y(t)x^*(t)dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt} = \frac{y, x}{y, y}$$

Hệ số tương quan chuẩn hóa

$$\alpha = \alpha_{xy}\alpha_{yx} = \frac{x, y \quad y, x}{x, x \quad y, y}$$

$$0 \le \alpha \le 1 \qquad \alpha = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

khi x và y trực giao

khi x = y

5.2 Hàm tương quan

5.2.1 HTQ tín hiệu năng lượng

5.2.2 HTQ tín hiệu công suất

5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng

Hàm tương quan

$$\varphi_{xy}\ \tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,y^{*}(t-\tau)\,dt = x(t) * y(-t)$$

$$\varphi_{yx}\ \tau = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\,x^{*}(t-\tau)\,dt = y(t) * x(-t)$$

Hàm tự tương quan

$$\varphi_{x}\ \tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,x^{*}(t-\tau)\,dt$$

5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng (tt)

- Tính chất:

(1) $\varphi_{xy}(\tau) = \varphi^{*}_{xy}(-\tau)$ với tín hiệu thực $\varphi_{xy}(\tau) = \varphi_{xy}(-\tau)$

(2) $\varphi_{x}(\tau) = \varphi^{*}_{x}(-\tau)$ với tín hiệu thực $\varphi_{x}(\tau) = \varphi_{x}(-\tau)$

$\Rightarrow$ Hàm tự tương quan của tín hiệu thực là hàm chẵn

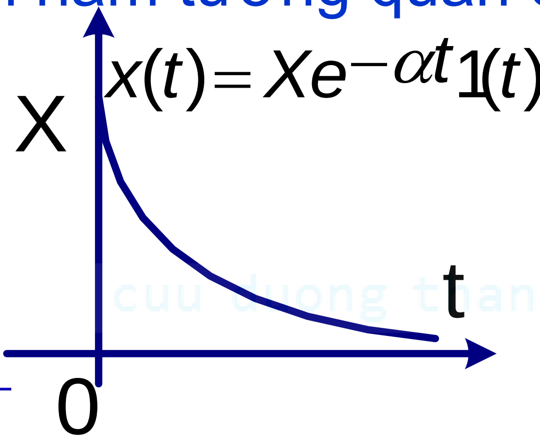
(3) $\varphi_{x}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^{2}\, dt = E_{x}$

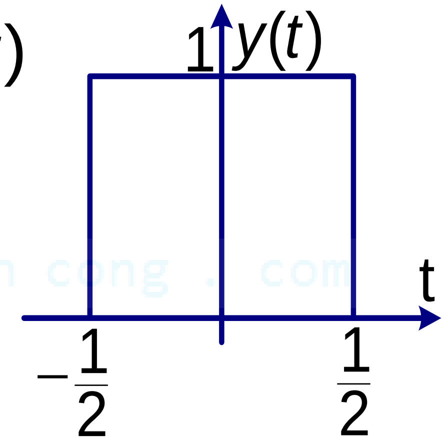
$\Rightarrow$ Năng lương của tín hiệu = giá trị HTTQ khi $\tau = 0$

(4) $|\varphi(\tau)| \leq \varphi(0) \quad \forall \tau$

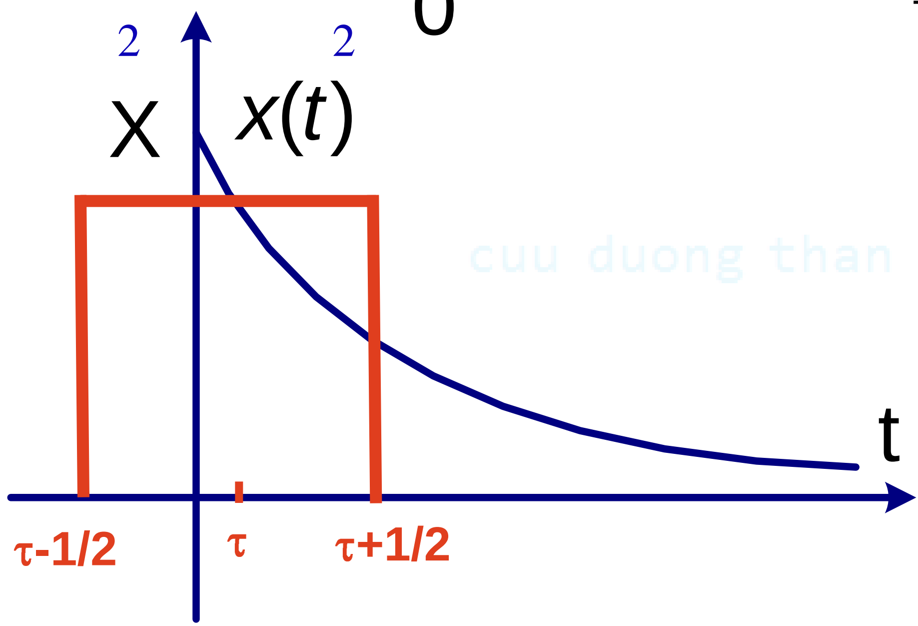
5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng (tt)

- Ví dụ 1: Tìm hàm tương quan của hai tín hiệu sau:





*Xét $\frac{-1}{2} \leq \tau \leq \frac{1}{2}$

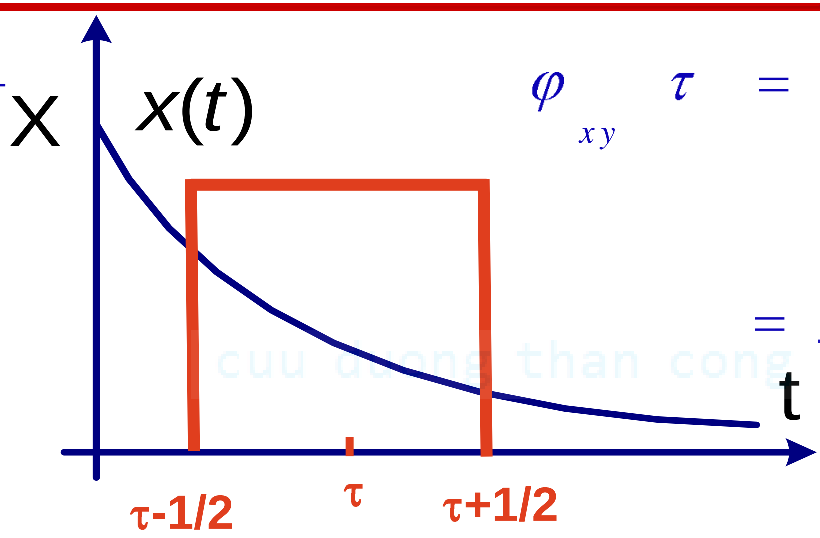


$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_0^{\tau + 1/2} Xe^{-\alpha t} dt$$

$$= \frac{X}{\alpha}\left[1 - e^{-\alpha(1/2 + \tau)}\right]$$

5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng

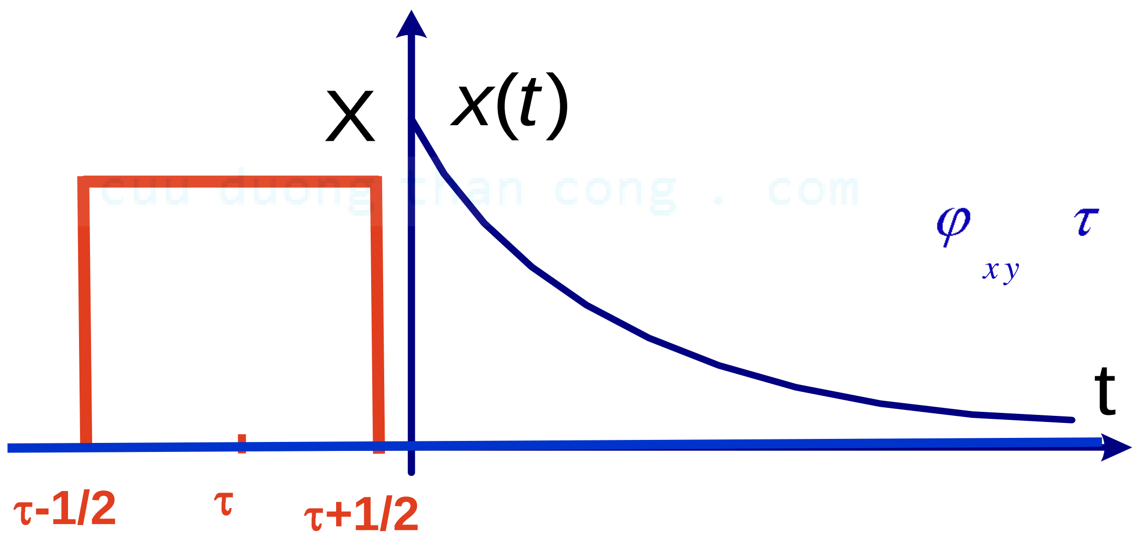
*Xét $\tau \geq \frac{1}{2}$



$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{\tau-1/2}^{\tau+1/2} X e^{-\alpha t} dt$$

$$= \frac{X}{\alpha}\left[e^{\alpha(1/2-\tau)} - e^{-\alpha(1/2+\tau)}\right]$$

*Xét $\tau \leq -\frac{1}{2}$



$$\varphi_{xy}(\tau) = 0$$

5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng (tt)

$$\Rightarrow \varphi_{xy} \quad \tau \quad = \begin{cases} \dfrac{X}{\alpha}\left[1 - e^{-\alpha \quad 1/2+\tau}\right] & -1/2 \le \tau \le 1/2 \\ \dfrac{X}{\alpha}\left[e^{\alpha \quad 1/2-\tau} - e^{-\alpha \quad 1/2+\tau}\right] & \tau > 1/2 \\ 0 & \tau < -1/2 \end{cases}$$

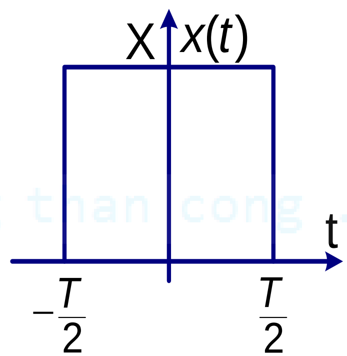
$$\Rightarrow \varphi_{yx} \quad \tau \quad = \varphi_{yx} \quad -\tau \quad = \begin{cases} \dfrac{X}{\alpha}\left[1 - e^{-\alpha \quad 1/2-\tau}\right] & -1/2 \le \tau \le 1/2 \\ \dfrac{X}{\alpha}\left[e^{\alpha \quad 1/2+\tau} - e^{-\alpha \quad 1/2-\tau}\right] & \tau < -1/2 \\ 0 & \tau > 1/2 \end{cases}$$

cuu duong than cong . com

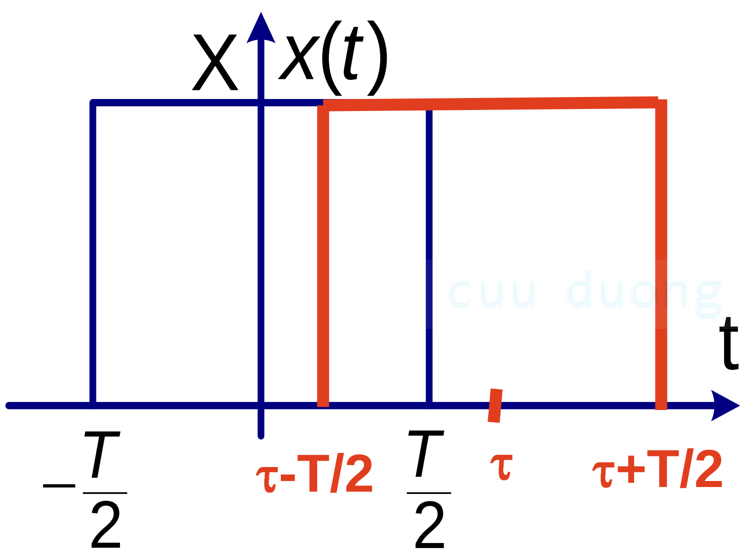
TC (1)

5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng (tt)

- Ví dụ 2: Tìm hàm tự tương quan của tín hiệu xung vuông



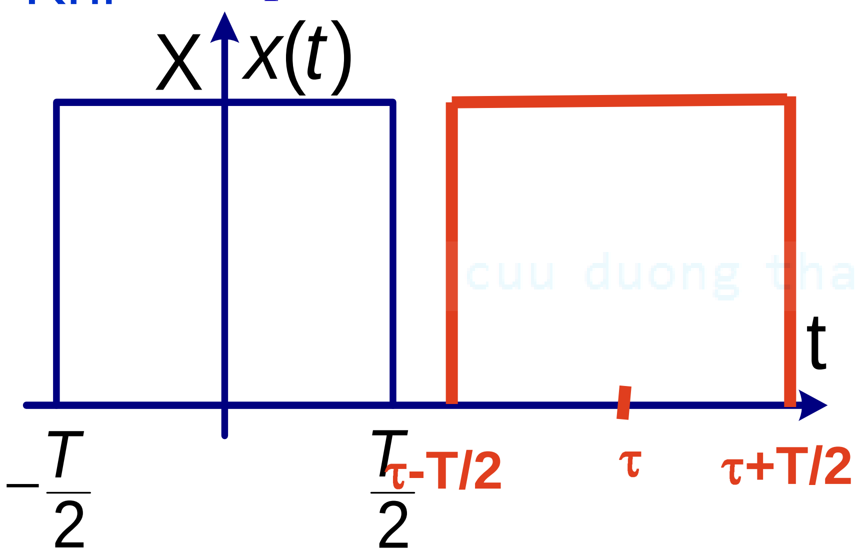
- Khi $0 \le \tau \le T$



$$\varphi_x(\tau) = \int_{\tau - T/2}^{T/2} X^2 dt = X^2 (T - \tau)$$

5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng (tt)

- Khi $\tau > T$



$$\varphi_x \ \tau = 0$$

Vì x(t) là tín hiệu thực nên HTTQ của nó là hàm chẵn (TC2) nên

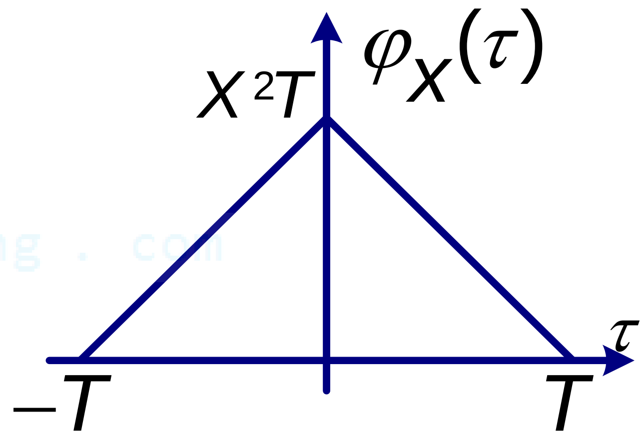
- Khi $-T < \tau < 0$ $\qquad \varphi_x \ \tau = X^2 \ T + \tau$

$\tau < -T$ $\qquad \varphi_x \ \tau = 0$

5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng (tt)

Kết qủa ta có HTTQ của xung vuông

$$\varphi_x(\tau) = \begin{cases} X^2(T - |\tau|) & \text{khi } 0 \le |\tau| \le T \\ 0 & \text{khi } |\tau| > T \end{cases}$$

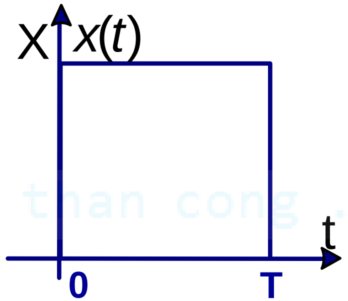


Như vậy HTTQ của xung vuông là xung tam giác

$$\varphi_x(\tau) = X^2 T \Lambda\left(\frac{\tau}{T}\right)$$

5.2.1 Hàm tương quan tín hiệu năng lượng (tt)

- Ví dụ : Tìm hàm tự tương quan của tín hiệu sau



$$\varphi_x \quad \tau \quad = X^2 T \Lambda \left(\frac{\tau}{T} \right)$$

5.2.2 Hàm tương quan THCS không tuần hòan

Hàm tương quan

$$\psi_{xy}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t) y^{*}(t-\tau) dt$$

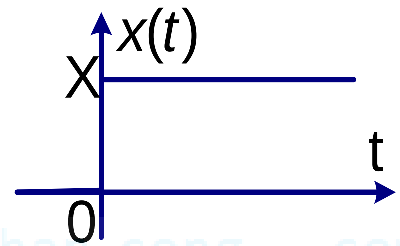
$$\psi_{yx}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} y(t) x^{*}(t-\tau) dt$$

Hàm tự tương quan

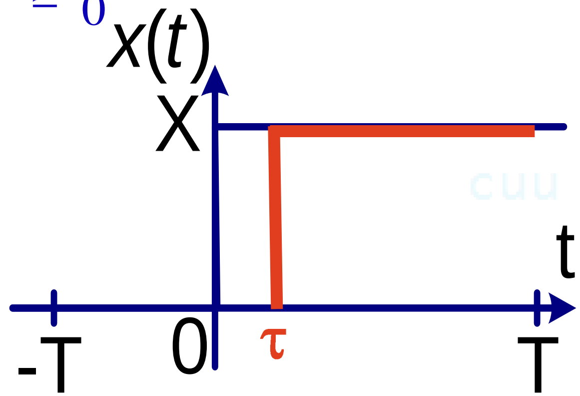
$$\psi_{x}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t) x^{*}(t-\tau) dt$$

5.2.2 Hàm tương quan THCS không tuần hòan (tt)

- Ví dụ 1: Tìm hàm tự tương quan của x(t) = X1(t)

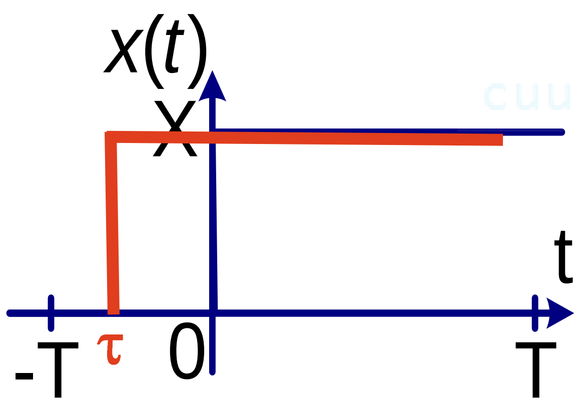


$*\tau \geq 0$



$$\psi_x(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{\tau}^{T} X^2 dt = \frac{X^2}{2}$$

$*\tau < 0$



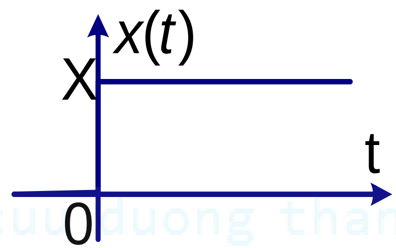
$$\psi_x(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{0}^{T} X^2 dt = \frac{X^2}{2}$$

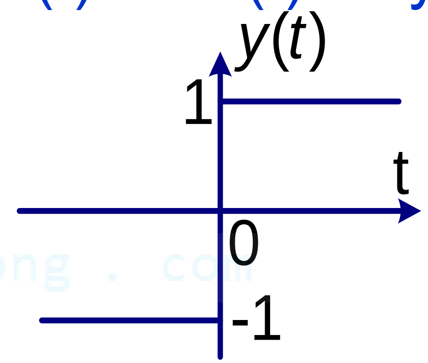
$$\Rightarrow \psi_x(\tau) = \frac{X^2}{2} \quad \forall \tau$$

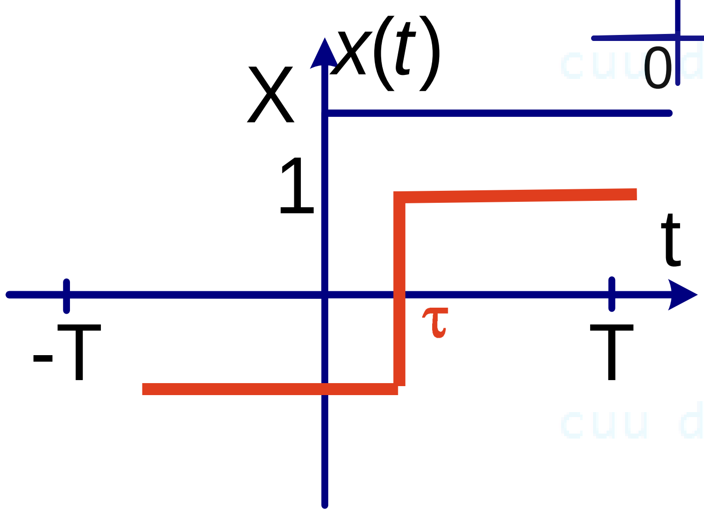
5.2.2 Hàm tương quan THCS không tuần hòan (tt)

- Ví dụ 2: Tìm hàm tương quan của x(t) = X1(t) và y(t) = sgn(t)

$*\tau \geq 0$







$$\psi_x \tau = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\left[\int_0^{\tau} -X\,dt + \int_{\tau}^{T} X\,dt + \right] = \frac{X}{2}$$

$*\tau < 0$ ta cũng có kết qủa tương tự

$$\Rightarrow \psi_x \tau = \frac{X}{2} \quad \forall \tau$$

5.2.2 Hàm tương quan tín hiệu tuần hòan

$$\psi_{xy}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,y^*(t-\tau)\,dt$$

$$\psi_{yx}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)\,x^*(t-\tau)\,dt$$

$$\psi_{x}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,x^*(t-\tau)\,dt$$

5.2.2 Hàm tương quan tín hiệu tuần hòan (tt)

- Tính chất

(1) $\psi_{xy}(\tau) = \psi_{xy}^{*}(-\tau)$; $\psi_{xy}(\tau) = \psi_{xy}(-\tau)$ (đối với TH thực)

(2) $\psi_{x}(\tau) = \psi_{x}^{*}(-\tau)$; $\psi_{x}(\tau) = \psi_{x}(-\tau)$ (đối với TH thực)

(3) $\psi_{x}(0) = \left\langle |x|^{2} \right\rangle = P_{x}$

(4) $|\psi(\tau)| \leq \psi(0) \quad \forall \tau$