Chương II: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH

1. Các thông số đặc trưng của tín hiệu
2. Tín hiệu xác định thực
3. Tín hiệu xác định phức
4. Phân tích tín hiệu ra các thành phần
5. Phân tích tương quan tín hiệu
6. Phân tích phổ tín hiệu
7. Truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính

cuu duong than cong . com
cuu duong than cong . com

6. Phân tích phổ tín hiệu

6.1 Phổ của tín hiệu năng lượng

6.2 Phổ của tín hiệu công suất

cuu duong than cong . com

6.3 Mật độ phổ năng lượng, mật độ phổ công suất

cuu duong than cong . com

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

6.1 Phổ của tín hiệu năng lượng

6.1.1 Định nghĩa
6.1.2 Các tính chất của phổ
6.1.3 Phổ của một số tín hiệu thường gặp

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

6.1.1 Định nghĩa

Phổ của tín hiệu năng lượng được xác định bởi biến đổi thuận Fourier. Biến đổi Fourier là một công cụ tóan được định nghĩa là một cặp biến đổi thuận – ngược như sau:

cuu duong than cong . com

$$X(\omega) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t).e^{-j\omega t}dt$$

$$x(t) = F^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega).e^{j\omega t}d\omega$$

cuu duong than cong . com

x(t) và $X(\omega)$ gọi là cặp biến đổi Fourier

Ký hiệu $x(t) \leftrightarrow X(\omega)$

• Đặc điểm $X(\omega)$

$X(\omega)$ trong trường hợp tổng quát là một hàm phức

$$X(\omega) = |X(\omega)| e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$|X(\omega)|, \varphi(\omega), P(\omega), Q(\omega)$ có tên gọi tương ứng là phổ biên độ phổ pha, phổ thực, phổ ảo.

$$|X(\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

6.1.2 Các tính chất của phổ

1. Nếu x(t) là tín hiệu thực thì P(ω),|X(ω)| là hàm chẵn theo ω, Q(ω),φ(ω) là hàm lẽ theo ω

2. $x(t) \leftrightarrow X(\omega)$

$x(-t) \leftrightarrow X(-\omega)$

$x^*(t) \leftrightarrow X^*(-\omega)$

$x^*(-t) \leftrightarrow X^*(\omega)$

cuu duong than cong . com

3. Tính chất tuyến tính

$$a.x(t) + b.y(t) \Leftrightarrow a.X(\omega) + b.Y(\omega)$$

cuu duong than cong . com

6.1.2 Các tính chất của phổ

4. Tính chất đối xứng

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega)$$

$$X(t) \leftrightarrow 2\pi x \;\; -\omega$$

cuu duong than cong . com

5. Tính chất đồng dạng

$$x\left(\frac{t}{a}\right) \leftrightarrow |a| X \;\; a\omega$$

cuu duong than cong . com

6. Tính chất dịch chuyển trong miền thời gian

$$x(t - t_0) \leftrightarrow X \;\; \omega \;\; e^{-j\omega t_0}$$

$$x(t + t_0) \leftrightarrow X \;\; \omega \;\; e^{j\omega t_0}$$

6.1.2 Các tính chất của phổ (tt)

7. Tính chất dịch chuyển trong miền tần số (điều chế)

$$x(t)e^{j\omega_0 t} \leftrightarrow X(\omega - \omega_0)$$

$$x(t)e^{-j\omega_0 t} \leftrightarrow X(\omega + \omega_0)$$

cuu duong than cong . com

$$x(t)\cos\omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2}\left[X(\omega - \omega_0) + X(\omega + \omega_0)\right]$$

$$x(t)\sin\omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2j}\left[X(\omega - \omega_0) - X(\omega + \omega_0)\right]$$

cuu duong than cong . com

6.1.2 Các tính chất của phổ (tt)

8. Vi phân trong miền tần số

$$-j^n t^n x(t) \leftrightarrow \frac{d^n X(\omega)}{d\omega^n} \quad n = 1, 2, 3\ldots$$

cuu duong than cong . com

$$n = 1 : tx(t) \leftrightarrow j\frac{dX(\omega)}{d\omega}$$

$$n = 2 : t^2 x(t) \leftrightarrow -\frac{d^2 X(\omega)}{d^2\omega}$$

cuu duong than cong . com

9. Vi phân trong miền thời gian

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} \Leftrightarrow (j\omega)^n . X(\omega)$$

6.1.2 Các tính chất của phổ (tt)

10. Tích phân trong miền thời gian

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau = \frac{1}{j\omega} X(\omega)$$

cuu duong than cong . com

11. Tích chập trong miền thời gian

$$x(t) * y(t) \leftrightarrow X(\omega)Y(\omega)$$

cuu duong than cong . com

12. Tích chập trong miền tần số

$$x(t).y(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} X(\omega) * Y(\omega)$$

6.1.2 Các tính chất của phổ (tt)

13. Phổ của hàm tương quan và tự tương quan

Theo định nghĩa ta có

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,y^*(t-\tau)\,dt = x(t) * y^*(-t)$$

$$F\left[\varphi_{xy}(\tau)\right] = X(\omega)Y^*(\omega)$$

Đối với hàm tự tương quan x(t) = y(t)

$$\boxed{F\,\varphi_x(\tau) = \left|X(\omega)\right|^2 = \phi(\omega)}$$ → mật độ phổ năng lượng

cuu duong than cong . com

6.1.2 Các tính chất của phổ (tt)

14. Định lý Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,y^{*}(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\,Y^{*}(\omega)\,d\omega$$

cuu duong than cong . com

Khi x(t) = y(t)

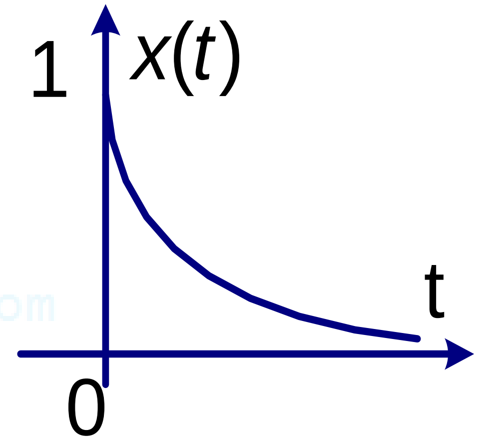
$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2\,d\omega = E_x}$$

cuu duong than cong . com

ĐI Parseval cho ta một sự liên hệ giữa năng lượng được xác định trong miền thời gian và miền tần số

6.1.3 Phổ một số tín hiệu thường gặp

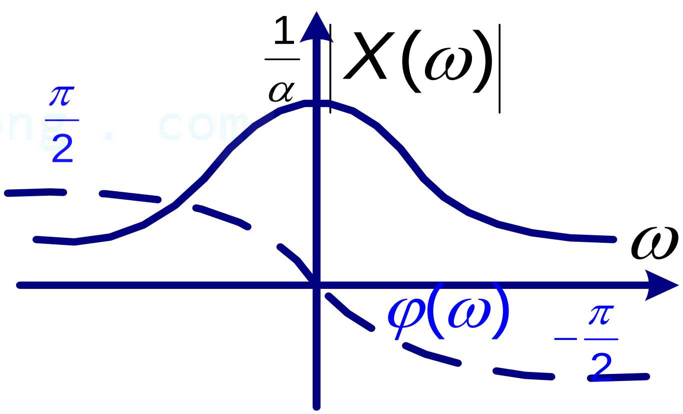
⊗ $x(t) = e^{-\alpha t}1(t) \quad (\alpha > 0)$



$$X(\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega}$$

cuu duong than cong . com

$$\left|X(\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \qquad \varphi(\omega) = -\tan^{-1}\frac{\omega}{\alpha}$$

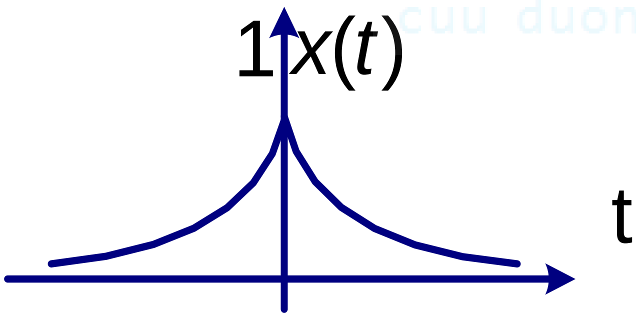


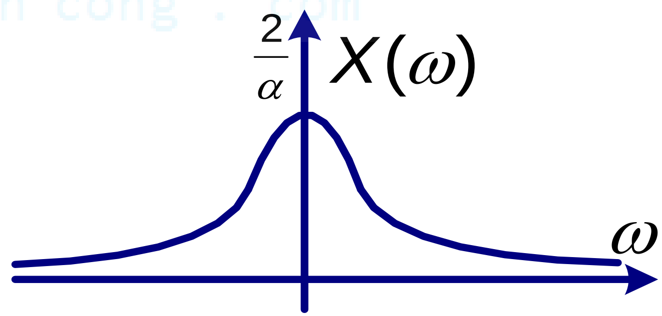
cuu duong than cong . com

$$\boxed{e^{-\alpha t}1(t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha + j\omega}}$$

6.1.3 Phổ một số tín hiệu thường gặp (tt)

⊗ $x(t) = e^{-\alpha|t|}$ $\qquad X(\omega) = \dfrac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$





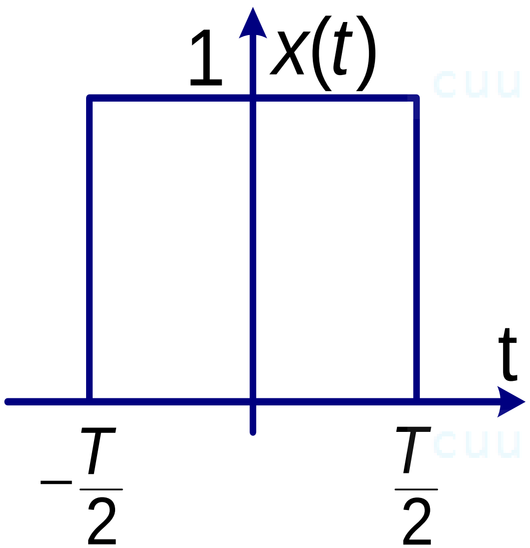
cuu duong than cong . com

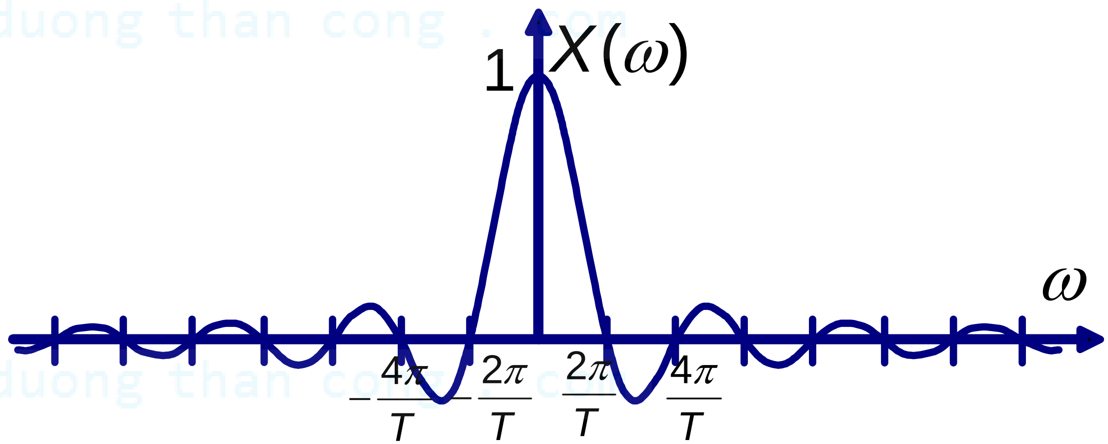
cuu duong than cong . com

$$\boxed{e^{-\alpha|t|} \leftrightarrow \dfrac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}}$$

6.1.3 Phổ một số tín hiệu thường gặp (tt)

- $x(t) = \Pi\left(\dfrac{t}{T}\right)$ $\qquad X(\omega) = T\,Sa\left(\dfrac{\omega T}{2}\right)$



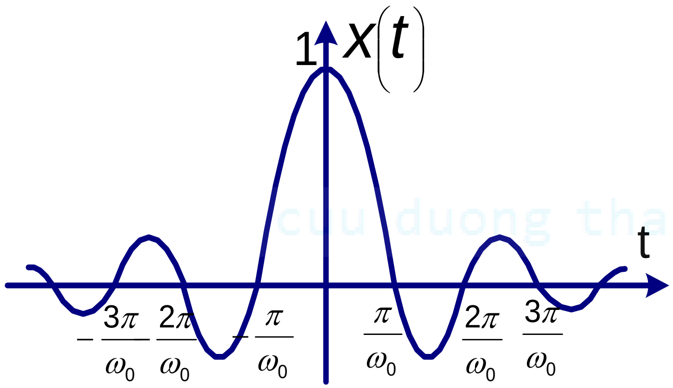


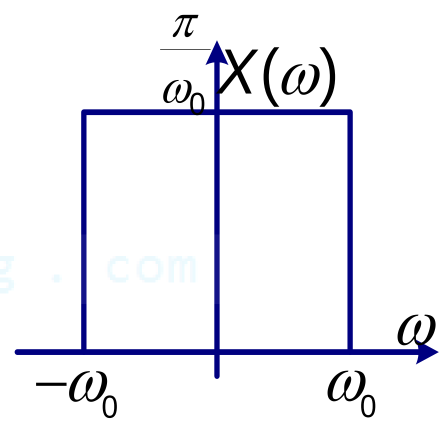
$$\boxed{\Pi\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow T\,Sa\left(\frac{\omega T}{2}\right)}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

6.1.3 Phổ một số tín hiệu thường gặp (tt)

⊗ $x(t) = Sa(\omega_0 t)$





Áp dụng tính chất đối xứng ta có:

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow T\,Sa\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

$$2\omega_0 Sa(\omega_0 t) \leftrightarrow 2\pi\,\Pi\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right)$$

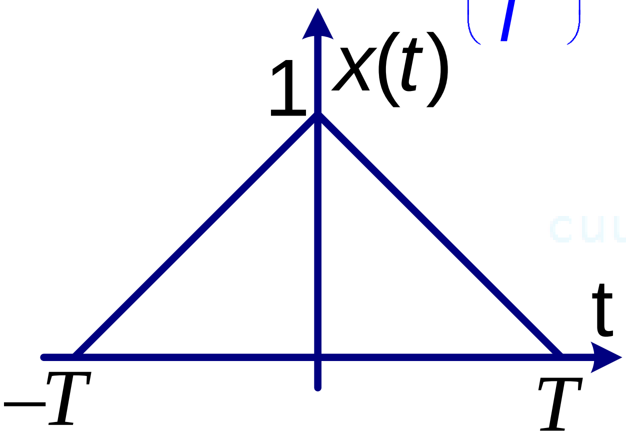
$$\boxed{Sa(\omega_0 t) \leftrightarrow \frac{\pi}{\omega_0}\Pi\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right)}$$

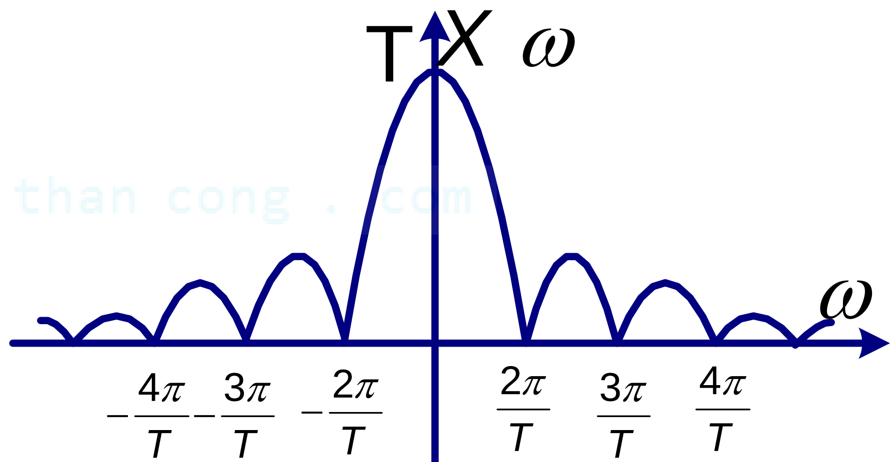
cuu duong than cong . com

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

6.1.3 Phổ một số tín hiệu thường gặp (tt)

⊗ $x(t) = \Lambda\left(\frac{t}{T}\right)$





cuu duong than cong . com

Áp dụng tính chất phổ của hàm tự tương quan ta có:

cuu duong than cong . com

$$x(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow T\,Sa\,\frac{\omega T}{2}$$

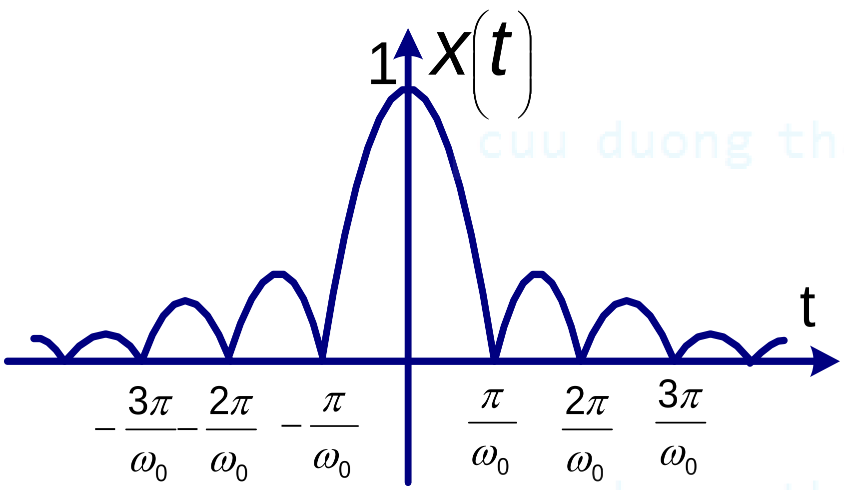
$$\varphi_x(\tau) = T\,\Lambda\left(\frac{\tau}{T}\right)$$

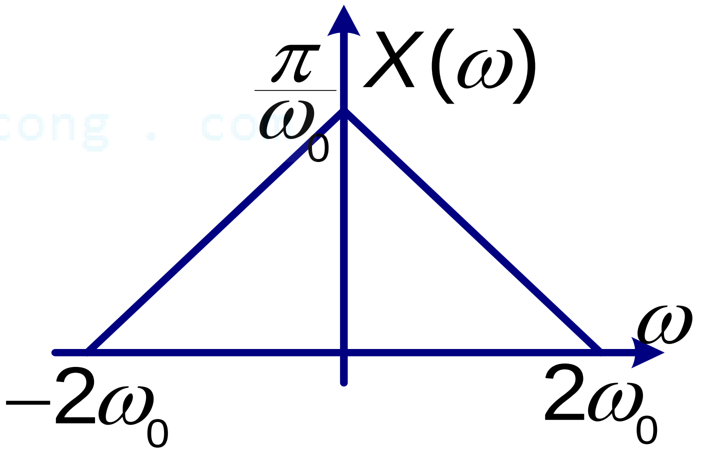
$$\Rightarrow F\left[T\,\Lambda\left(\frac{\tau}{T}\right)\right] = \left|T\,Sa\,\frac{\omega T}{2}\right|^2$$

$$\boxed{\Lambda\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow T\,Sa^2\left(\frac{\omega T}{2}\right)}$$

6.1.3 Phổ một số tín hiệu thường gặp (tt)

- $x(t) = Sa^2 \omega_0 t$



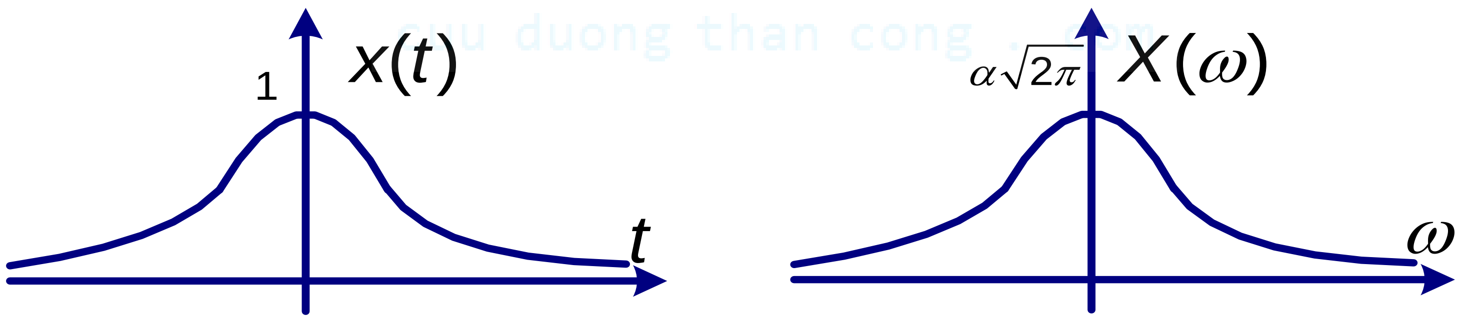


cuu duong than cong . com

$$\boxed{Sa^2 \omega_0 t \leftrightarrow \frac{\pi}{\omega_0} \Lambda\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right)}$$

6.1.3 Phổ một số tín hiệu thường gặp (tt)

⊗ $x(t) = e^{-t^2/2\alpha^2}$



cuu duong than cong . com

$$\boxed{e^{-t^2/2\alpha^2} \leftrightarrow \sqrt{2\pi\alpha^2}\, e^{-\alpha^2\omega^2/2}}$$

6. Phân tích phổ tín hiệu

6.1 Phổ của tín hiệu năng lượng

6.2 Phổ của tín hiệu công suất

cuu duong than cong . com

6.3 Mật độ phổ năng lượng, mật độ phổ công suất

cuu duong than cong . com

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

6.2 Phổ của tín hiệu công suất

6.2.1 Phổ của tín hiệu công suất không tuần hòan

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

6.2.1 Phổ của tín hiệu công suất không tuần hòan

Các tín hiệu công suất không có phổ Fourier thông thường. Để tìm phổ của tín hiệu công suất không tuần hòan, ta có thể biểu diễn nó bởi giới hạn của một dãy tín hiệu năng lượng.

Tín hiệu CS x(t) được biểu diễn qua dãy tín hiệu năng lượng sau:

cuu duong than cong . com

$$x(t) = \lim_{x \to 0} x_\alpha(t)$$

Mỗi phần tử $x_\alpha(t)$ **có phổ Fourier** $X_\alpha(\omega) = F\left[x_\alpha \quad t\right]$

cuu duong than cong . com

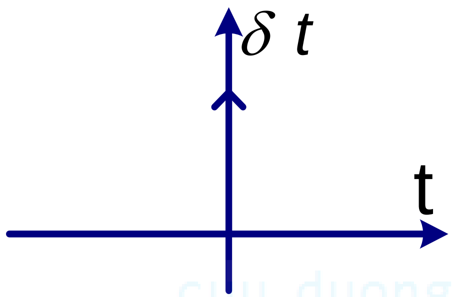
Nếu tồn tại giới hạn của dãy phổ $X_\alpha(\omega)$ **thì ta sẽ có phổ của tín hiệu x(t):**

$$X(\omega) = \lim_{\alpha \to 0} X_\alpha(\omega)$$ $\rightarrow$ **Phổ Fourier giới hạn**

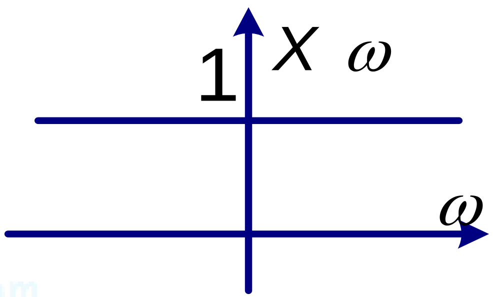
CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

a. Tín hiệu công suất không tuần hòan (tt)

⊗ $x(t) = \delta(t)$



$$\boxed{\delta(t) \leftrightarrow 1}$$



cuu duong than cong . com

Chọn dãy hàm gần đúng của δ(t) là dãy hàm Gausse

$$\delta(t) = \lim_{\alpha \to 0} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha^2}} e^{-t^2/2\alpha^2} \right\}$$

Các phần tử của dãy có ảnh Fourier là:

cuu duong than cong . com

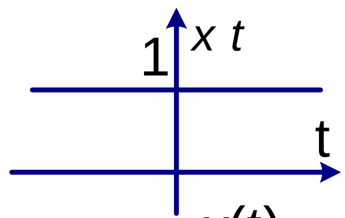
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha^2}} e^{-t^2/2\alpha^2} \leftrightarrow e^{-\alpha^2\omega^2/2}$$

Phổ của δ(t): $X(\omega) = \lim_{\alpha \to 0} e^{-\alpha^2\omega^2/2} = 1$

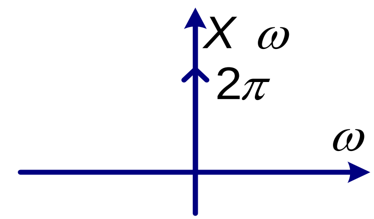
CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

a. Tín hiệu công suất không tuần hòan (tt)

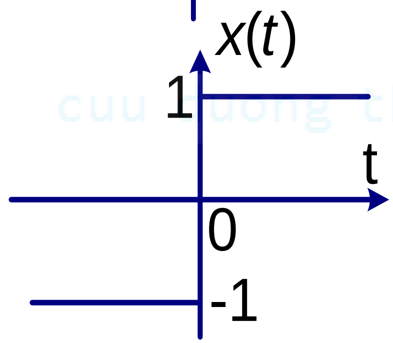
⊗ $x(t) = 1$



$$1 \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$$

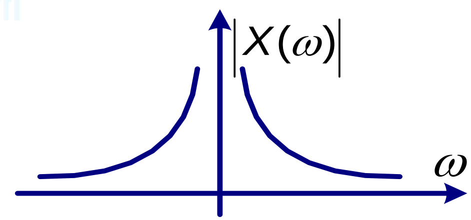


(*tính chất đối xứng*)



⊗ $x(t) = Sgn(t)$

$$Sgn(t) \leftrightarrow \frac{2}{j\omega}$$



$$x(t) = \lim_{\alpha \to 0} sgn(t) e^{-\alpha|t|}$$

$$X_\alpha(\omega) = \int_{-\infty}^{0} -1\, e^{\alpha t} e^{-j\omega t} dt + \int_{0}^{\infty} 1\, e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = \frac{-2j\omega}{\alpha^2 + \omega^2}$$

$$X(\omega) = \lim_{\alpha \to 0} \left\{ \frac{-2j\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \right\} = \frac{2}{j\omega}$$

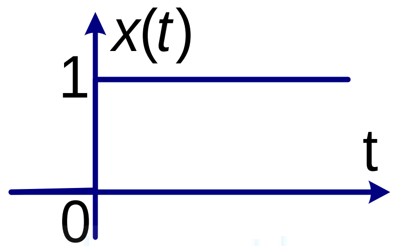
cuu duong than cong . com

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

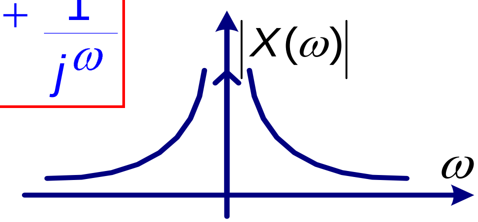
a. Tín hiệu công suất không tuần hòan (tt)

- $x(t) = 1(t)$

$$1(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}(t)$$



$$\boxed{1(t) \leftrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}}$$



cuu duong than cong . com

áp dụng kết qủa của hai ví dụ trên ta có: $X(\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$

- $$\cos\omega_0 t\,1(t) \leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\pi\delta(\omega-\omega_0) + \frac{1}{j(\omega-\omega_0)} + \pi\delta(\omega+\omega_0) + \frac{1}{j(\omega+\omega_0)}\right]$$

$$\cos\omega_0 t.1(t) \leftrightarrow \frac{\pi}{2}\delta(\omega-\omega_0) + \frac{\pi}{2}\delta(\omega+\omega_0) + \frac{j\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$$

cuu duong than cong . com

- $$\sin\omega_0 t\,1(t) \leftrightarrow \frac{\pi}{2j}\delta(\omega-\omega_0) - \frac{\pi}{2j}\delta(\omega+\omega_0) + \frac{\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2}$$

(áp dụng định lý điều chế cho tín hiệu 1(t)

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan

Để tìm phổ của tín hiệu tuần hòan ta biểu diễn chúng dưới dạng chuỗi Fourier.

Tín hiệu TH x(t) được biểu diễn thành chuỗi Fourier phức sau:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}, n = 0; \pm 1; \pm 2 \ldots$$

$$X_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

Ta có: $e^{jn\omega_0 t} \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega - n\omega_0)$

Phổ Fourier giới hạn của tín hiệu tuần hòan

$$\boxed{X(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \delta(\omega - n\omega_0)} \qquad (1)$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan (tt)

❖ **Các tín hiệu tuần hòan đặc biệt:**

⊗ $$x(t) = \cos \omega_0 t$$

$$X(\omega) = \pi\delta(\omega - \omega_0) + \pi\delta(\omega + \omega_0)$$

cuu duong than cong . com

(Áp dụng tính chất điều chế)

⊗ $$x(t) = \sin \omega_0 t$$

$$X(\omega) = -j\pi\delta(\omega - \omega_0) + j\pi\delta(\omega + \omega_0)$$

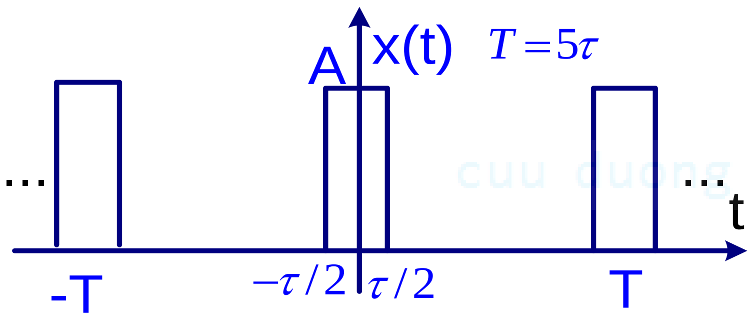
cuu duong than cong . com

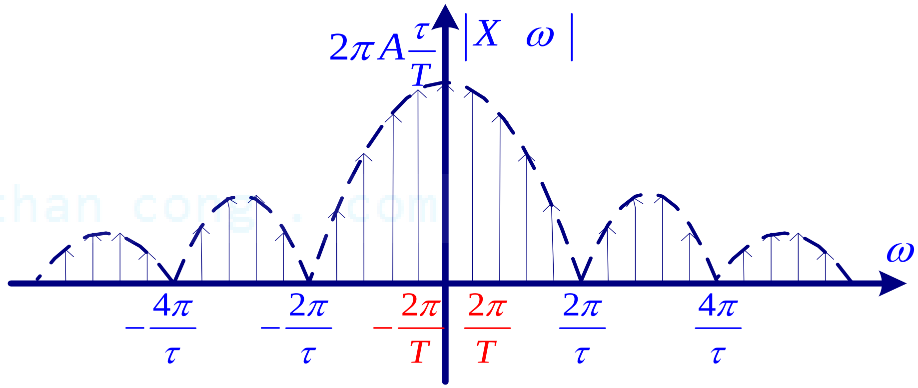
⊗ $$x(t) = e^{j\omega_0 t}$$

$$X(\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$$

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan (tt)

❖ Ví dụ 1: Phổ của dãy xung vuông góc đơn cực





Ta có hệ số khai triển Fourier

$$X_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-jn\omega_0 t}dt = \frac{A}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-jn\omega_0 t}dt = \frac{A\tau}{T}Sa\left(\frac{n\omega_0\tau}{2}\right)$$

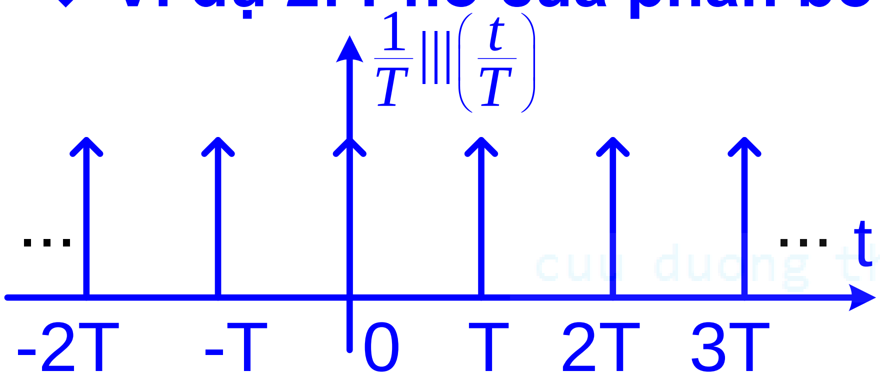
$$\boxed{X(\omega) = 2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{A\tau}{T}Sa\left(\frac{n\pi\tau}{T}\right)\delta(\omega - n\omega_0)}$$

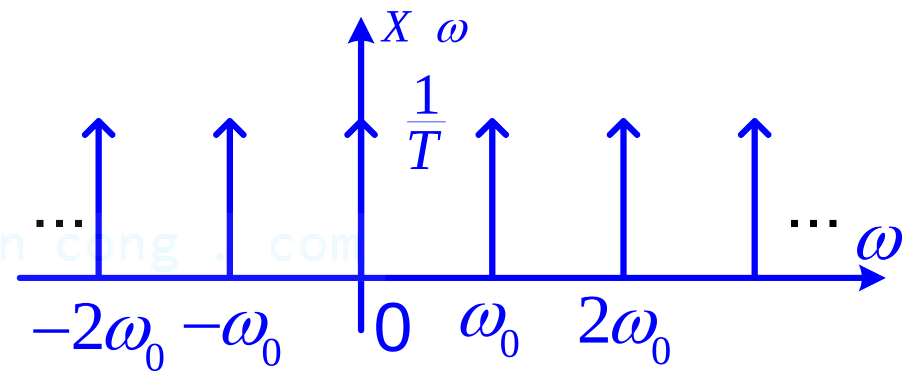
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

cuu duong than cong . com

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan (tt)

❖ Ví dụ 2: Phổ của phân bố lược





$$X_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \delta(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt = \frac{1}{T}$$

$$\boxed{X(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T}\delta(\omega - n\omega_0)}$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan (tt)

❖ **Nhận xét:**

Gọi $x_T(t) = x(t)\Pi(t/T)$ là phần trung tâm của tín hiệu tuần hòan x(t). THTH x(t) sẽ được biểu diễn bởi tích chập của $x_T(t)$ và phân bố lược.

cuu duong than cong . com

$$x(t) = x_T(t) * \frac{1}{T}|||\left(\frac{t}{T}\right)$$

Với $x_T(t)$ là THNL thời hạn hữu hạn (-T/2,T/2) sẽ có phổ Fourier là $X_T(\omega) = F[x_T(t)]$

cuu duong than cong . com

và

$$\frac{1}{T}|||\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T}\delta\left(\omega - n\omega_0\right)$$

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan (tt)

Theo tính chất về phổ của tích chập ta có:

$$x_T \quad t * \frac{1}{T} ||| \left(\frac{t}{T} \right) \leftrightarrow X_T \quad \omega \quad .2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} \delta \quad \omega - n\omega_0$$

Hay

cuu duong than cong . com

$$\boxed{X \quad \omega \quad = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{X_T \quad n\omega_0}{T} \delta \quad \omega - n\omega_0} \qquad (2)$$

Từ (1), (2) $\rightarrow$

cuu duong than cong . com

$$X_n = \frac{X_T \quad n\omega_0}{T}$$

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan (tt)

❖ **Tính chất:** $x(t) \leftrightarrow X_n \quad y(t) \leftrightarrow Y_n$

1. $|X_n| = |X_{-n}|$

$\varphi_n = -\varphi_{-n}$

2. $x(-t) \leftrightarrow X_{-n}$

$x^*(t) \leftrightarrow X^*_{-n}$

$x^*(-t) \leftrightarrow X^*_n$

4. $x(\frac{t}{a}) \leftrightarrow |a| X_n \quad ; \ a \in R(-0)$

5. $x(t - t_0) \leftrightarrow X_n e^{-jn\omega t_0}$

6. $x(t) e^{jn\omega_0 t} \leftrightarrow X_{n-m}$

7. $\langle x(\tau) y(t - \tau) \rangle \leftrightarrow X_n Y_n$

3. $a.x(t) + b.y(t) \leftrightarrow a.X_n + b.Y_n$

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

6.2.2 Phổ của tín hiệu tuần hòan (tt)

$$8.\quad x\ \ t\ \ y\ \ t \leftrightarrow \left\{ \sum_{i=-\infty}^{\infty} X_i Y_{n-i} \right\}$$

$$9.\quad \left\langle x(\tau)\, y^*\ \ t-\tau \right\rangle \leftrightarrow X_n Y_n^*$$

cuu duong than cong . com

$$\psi_x\ \ \tau\ \ = \left\langle x(\tau)\, x^*\ \ t-\tau \right\rangle \leftrightarrow \left| X_n \right|^2$$

$$10.\quad \left\langle x(t)\, y\ \ t \right\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n Y_n^*$$

cuu duong than cong . com

$$P_x = \left\langle \left| x(t) \right|^2 \right\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| X_n \right|^2 = X_0^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \left| X_n \right|^2$$

6.3 Mật độ phổ năng lượng – Mật độ phổ công suất

6.3.1 Mật độ phổ năng lượng

6.3.2 Mật độ phổ công suất

a. Tín hiệu công suất không tuần hòan

b. Tín hiệu tuần hòan

cuu duong than cong . com

6.3.1 Mật độ phổ năng lượng

Mật độ phổ năng lượng của tín hiệu năng lượng là đại lượng $\phi(\omega) = |X(\omega)|^2$

Theo tính chất của phổ(tc 13) ta có: $\varphi_x(\tau) \leftrightarrow |X(\omega)|^2$

cuu duong than cong . com

Như vậy $\varphi(\tau)$ và $\phi(\omega)$ là cặp biến đổi Fourier

$$\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$\varphi_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

cuu duong than cong . com

Với tín hiệu thực, HTTQ chẵn, do đó mật độ phổ năng lượng cũng là hàm chẵn theo ω.

6.3.1 Mật độ phổ năng lượng (tt)

Khi thay τ = 0 vào HTTQ ta có:

$$\varphi_x \quad 0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\phi \quad \omega \quad d\omega = E_x \rightarrow$$

Năng lượng của TH được xác định trong miền tần số

cuu duong than cong . com

Như vậy năng lượng của TH có thể được xác định theo 3 cách sau:

(1) Tính trực tiếp từ tích phân bình phương tín hiệu $E_x = [x^2]$.

(2) Tính từ hàm tự tương quan $E_x = \varphi(0)$.

cuu duong than cong . com

(3) Tính từ mật độ phổ năng lượng

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\phi \quad \omega \quad d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\phi \quad \omega \qquad (\text{khi } \phi \text{ chẵn})$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

6.3.1 Mật độ phổ năng lượng (tt)

Năng lượng một dải tần $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_2}^{-\omega_1} \phi(\omega)\, d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2} \phi(\omega)\, d\omega \xrightarrow{(\text{khi } \phi \text{ chẵn})} E_x = \frac{1}{\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2} \phi(\omega)\, d\omega$$

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

6.3.1 Mật độ phổ năng lượng (tt)

Ví dụ: Tìm mật độ phổ năng lượng và năng lượng của tín hiệu $x(t) = e^{-\alpha t}1(t)$ ($\alpha>0$)

Ta có: $$X(\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega} \Rightarrow \phi(\omega) = \frac{1}{\alpha^2 + \omega^2}$$

$$\varphi(\tau) = F^{-1}\left[\phi(\omega)\right] = \frac{1}{2\alpha} e^{-\alpha|\tau|} \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\alpha}$$

Năng lượng tín hiệu trong dải tần $\Delta\omega = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\alpha, \alpha\right)$ **:**

$$E_x(\Delta\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}\alpha}^{\alpha} \frac{1}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega = \frac{1}{12\alpha} = \frac{1}{6}E_x$$

CuuDuongThanCong.com https://fb.com/tailieudientucntt

6.3.1 Mật độ phổ năng lượng (tt)

Mật độ phổ năng lượng tương hỗ:

$$\phi_{xy}(\omega) = F[\varphi_{xy}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$\varphi_{xy}(\tau) = F^{-1}[\phi_{xy}(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xy}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

cuu duong than cong . com

Tương tự: $\phi_{yx}(\omega) = F[\varphi_{yx}(\tau)]$

$$\varphi_{yx}(\tau) = F^{-1}[\phi_{yx}(\omega)]$$

cuu duong than cong . com

Bởi vì HTQ có tính chất $\varphi_{xy}(\tau) = \varphi_{yx}^{*}(-\tau)$ **nên**

$$\phi_{xy}(\omega) = \phi_{yx}^{*}(\omega)$$

6.3 Mật độ phổ năng lượng – Mật độ phổ công suất

6.3.1 Mật độ phổ năng lượng

6.3.2 Mật độ phổ công suất

a. Tín hiệu công suất không tuần hòan

b. Tín hiệu tuần hòan

cuu duong than cong . com

6.3.2 Mật độ phổ công suất
a. Tín hiệu công suất không tuần hòan

Ta có HTTQ của THCS x(t):

$$\psi(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,x^*(t-\tau)\,dt$$

Phổ Fourier giới hạn

cuu duong than cong . com

$$F\left[\psi(\tau)\right] = \int_{-T/2}^{T/2}\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,x^*(t-\tau)\,dt\right]e^{-j\omega\tau}d\tau$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\left[\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,x^*(t-\tau)\,dt\right]e^{-j\omega\tau}d\tau$$

cuu duong than cong . com

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\varphi_T(\tau)\,e^{-j\omega t}d\tau = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\phi_T(\omega) = \psi(\omega)$$

a. Tín hiệu công suất không tuần hòan

Như vậy HTTQ và mật độ phổ CS là cặp biến đổi Fourier giới hạn

$$\varphi(\tau) \leftrightarrow \psi(\omega)$$

và

$$\psi(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{\phi_T(\omega)}{T}$$

cuu duong than cong . com

trong đó $\phi_T(\omega)$ là mật độ phổ năng lượng của tín hiệu $x_T(t) = x(t)\Pi(t/T)$ tức x(t) được xét trong khỏang thời gian T

cuu duong than cong . com

a. Tín hiệu công suất không tuần hoàn

❖ Công suất của TH

Tín hiệu $x_T(t)$ có năng lượng :

$$E_{x_T} = \int_{-T/2}^{T/2} \left|x(t)\right|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_T \quad \omega \quad d\omega$$

cuu duong than cong . com

Công suất của x(t) được xác định theo biểu thức sau:

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left|x(t)\right|^2 dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_T \quad \omega \quad d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \phi_T \quad \omega \quad d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi \quad \omega \quad d\omega$$

cuu duong than cong . com

$$\boxed{\rightarrow P_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi \quad \omega \quad d\omega}$$

a. Tín hiệu công suất không tuần hòan

Như vậy CS của tín hiệu có thể được xác định theo các cách sau:

(1) Tính trực tiếp từ trị trung bình bình phương tín hiệu $P_x = \langle x^2 \rangle$.

cuu duong than cong . com

(2) Tính từ hàm tự tương quan $P_x = \psi(0)$.

(3) Tính từ mật độ phổ công suất

$$P_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \psi \quad \omega \quad d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} \psi \quad \omega \quad d\omega$$ **(khi ψ chẵn)**

$$P_x \quad \Delta\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_2}^{-\omega_1} \psi \quad \omega \quad d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2} \psi \quad \omega \quad d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2} \psi \quad \omega \quad d\omega$$

b. Tín hiệu tuần hòan

Mật độ phổ công suất của THTH là phổ của HTTQ

Theo tính chất của phổ ta có:

$$\psi_x(\tau) \leftrightarrow |X_n|^2$$

cuu duong than cong . com

Như vậy, mật độ phổ công suất của THTH:

$$\boxed{\psi_x(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} |X_n|^2 \delta(\omega - n\omega_0) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n \delta(\omega - n\omega_0)}$$

cuu duong than cong . com

$\psi_n = |X_n|^2$ **là hệ số khai triển Fourier của HTTQ**

b. Tín hiệu tuần hòan (tt)

Công suất được xác định từ mật độ phổ công suất :

$$P_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \psi \quad \omega \; d\omega = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| X_n \right|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta \quad \omega - n\omega_0 \; d\omega = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| X_n \right|^2$$

cuu duong than cong . com

$$P_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n$$

Với tín hiệu thực, phổ biên độ là hàm chẵn, do đó

cuu duong than cong . com

$$P_x = \psi_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \psi_n$$