TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA **ĐÀO TẠO CHẤT LƯỢNG CAO**

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN 3
Mã môn học: MATH141601
Ngày thi: 21/12/2017

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1	$\mathbf{R}'(t)=((t+1)e^t,\ (1-t)e^{-t},\ 2t),\ \mathbf{R}''(t)=((t+2)e^t,\ (t-2)e^{-t},\ 2)$ $\mathbf{R}'(0)\times\mathbf{R}''(0)=(2,\ -2,\ -4)$ $\kappa(0)=\dfrac{\Vert\mathbf{R}'(0)\times\mathbf{R}''(0)\Vert}{\Vert\mathbf{R}'(0)\Vert^3}=\sqrt{3}$	0,25 0,50 0,25
	2	$\mathbf{T}(0)=\left\langle\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}},\ 0\right\rangle$ $\nabla f(x,y,z)=<2x(1+z^2),\ 2y(1+z^2),\ 2z(x^2+y^2)>$ $D_{\mathbf{T}(0)}f(P)=\mathbf{T}(0).\nabla f(P)=\left\langle\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}},\ 0\right\rangle\left\langle -4,\ 8,\ 10\right\rangle=2\sqrt{2}$	0,25 0,25 0,50
	3	$\mathbf{u}=-\dfrac{\nabla f(M)}{\Vert\nabla f(M)\Vert}=\left\langle-\dfrac{2}{3\sqrt{5}},\ -\dfrac{4}{3\sqrt{5}},\ \dfrac{5}{3\sqrt{5}}\right\rangle$	0,50
II	1	Đặt $\mathbf{F}(x,y,z)=\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}+\dfrac{z^2}{4}-1$ $\nabla\mathbf{F}(x,y,z)=\left\langle\dfrac{x}{2},\ y,\ \dfrac{z}{2}\right\rangle$ $\nabla\mathbf{F}(1;\ -1;\ 1)=\left\langle\dfrac{1}{2};\ -1;\ \dfrac{1}{2}\right\rangle$ Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt $F(x,y,z)=0$ tại điểm $M(1;\ -1;\ 1)$ là $x-1-2(y+1)+z-1=0$ hay $x-2y+z-4=0$	 0,50 0,50
	2	Ta có $g_x=(x+y^2+1)e^x,\ g_y=2ye^x$ $\begin{cases}g_x=0\\g_y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$ $D(x,y)=g_{xx}g_{yy}-g_{xy}^2=(x+y^2+2)e^x(2e^x)-(2ye^x)^2$ $D(-1;0)=2e^{-2}>0$ $g_{xx}(-1;0)=e^{-1}>0$ Vậy hàm *g*(*x*,*y*) có cực tiểu địa phương tại (-1; 0) với $g(-1;0)=-e^{-1}$	0,25 0,50 0,25 0,25 0,25
III	1	$\iint\limits_D(1+2xy)dA=\int\limits_{-3}^{2}\int\limits_{x-5}^{1-x^2}(1+2xy)dydx$ $=\int\limits_{-3}^{2}(6-x-x^2+x(1-x^2)^2-x(x-5)^2)dx=\dfrac{1625}{12}$	0,50 0,50
	2	Dùng tọa độ trụ, thể tích V cần tìm là $V=\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{1}\int\limits_{r^2}^{2-r}rdzdrd\theta$ $=2\pi\left(\left.\dfrac{12r^2-4r^3-3r^4}{12}\right\vert_0^1\right)=\dfrac{5\pi}{6}$	 0,50 0,50

IV	1	Đặt $f(x,y) = x^2y - 2xy + 0,5(x^2+y^2)$ $\mathbf{R}(t) = (t-1)^2\mathbf{i} + t^2(t-1)\mathbf{j} \quad 1 \le t \le 2$ Ta có $\int_C [(2xy + x - 2y)dx + (x^2 - 2x + y)dy] = \int_C \nabla f . dR$ $= f(\mathbf{R}(2)) - f(\mathbf{R}(1)) = 4,5$	0,50 0,50
	2	$z_x = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},\ z_y = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \Rightarrow dS = \sqrt{2}dxdy$ $\iint_S (x+y+z)dS = \iint_D (x+y+\sqrt{x^2+y^2})\sqrt{2}dA \qquad D: x^2+y^2 \le 4$ $= \sqrt{2}\int_0^2\int_0^{2\pi}(r\cos\theta + r\sin\theta + r)rd\theta dr$ $= \sqrt{2}\int_0^2 r\left(r\sin\theta - r\cos\varphi + r\theta\Big\|_0^{2\pi}\right)dr = \frac{2\pi\sqrt{2}}{3}r^3\Big\|_0^2 = \frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$	0,25 0,25 0,25 0,25
	3	Thông lượng cần tính là $\iint_S F.NdS = \iiint_G divFdV, \quad G: x^2+y^2+z^2 \le 1$ $= \iiint_G (2x - 3y^2 + x^2 + 3y^2 + y^2)dV$ $= \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 (2\rho\sin\varphi\cos\theta + \rho^2\sin^2\varphi)\rho^2\sin\varphi d\rho d\theta d\varphi$ $= \frac{8\pi}{15}$	 0,25 0,25 0,25 0,25