TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA **ĐÀO TẠO CHẤT LƯỢNG CAO**

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN 3
Mã môn học: MATH141601
Ngày thi: 12/01/2017

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1	$\mathbf{R}'(t)=(\cos t,\sin t,2t),\ \mathbf{R}''(t)=(-\sin t,\cos t,2)$	0,25
		$\mathbf{R}'(t)\times\mathbf{R}''(t)=(2\sin t-2t\cos t,-2\cos t-2t\sin t,1)$	0,25
		$\kappa(t)=\dfrac{\Vert\mathbf{R}'(t)\times\mathbf{R}''(t)\Vert}{\Vert\mathbf{R}'(t)\Vert^3}=\sqrt{\dfrac{5+4t^2}{(1+4t^2)^3}}=\dfrac{1}{1+4t^2}\sqrt{5-\dfrac{16t^2}{1+4t^2}}\le\sqrt{5}.$	0,25
		Dấu = xảy ra khi $t=0$ nên điểm cần tìm là $M(1;\ 0;\ 1)$	0,25
	2	$\mathbf{R}'(0)=(1;0,0),\mathbf{R}''(0)=(0;1;2),\ \mathbf{R}'(0)\times\mathbf{R}''(0)=(0;-2;1)$	0,25
		$A_T(0)=\dfrac{\mathbf{R}'(0).\mathbf{R}''(0)}{\Vert\mathbf{R}'(0)\Vert}=0, A_N(0)=\dfrac{\Vert\mathbf{R}'(0)\times\mathbf{R}''(0)\Vert}{\Vert\mathbf{R}'(0)\Vert}=\sqrt{5}$	0,25
		$\Rightarrow\mathbf{N}(0)=\left(0;\ \dfrac{1}{\sqrt{5}},\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)$	0,25
		$\nabla f(x,y,z)=(2xe^y+y^3z^2+z,x^2e^y+3xy^2z^2+2y(1+y)^{-1},2xy^3z+x)$	
		$D_{N(0)}f(P)=\mathbf{N}(0).\nabla f(P)=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$	0,25
II	1	$\nabla F(x,y,z)=(2xy-y^2,2z+x^2-2xy+1,3z^2+2y)$	0,25
		$\nabla F(1;1;-1)=(1;-2.5)$	0,25
		Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt $F(x,y,z)=0$ tại điểm $M(1;\ 1;\ -1)$ là $x-1-2(y-1)+5(z+1)=0$ hay $x-2y+5z+6=0$	0,50
	2	Ta có $g(x,y)=x^2y-xy^2+3y+2; g_x=2xy-y^2, g_y=x^2-2xy+3$	0,25
		$\begin{cases}g_x=0\\g_y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x\\x=\pm1\end{cases}$	0,25
		$D(x,y)=g_{xx}g_{yy}-g_{xy}^2=-4xy-(2x-2y)^2\Rightarrow D(1;2)=D(-1;-2)=-12<0$	0,25
		Vậy hàm g(x,y) không có cực trị.	0,25
	3	$w=y^3+2y^2+x^2y-xy^2+y+1$	0,50
		$\dfrac{\partial w}{\partial u}=\dfrac{\partial w}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial u}+\dfrac{\partial w}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial u}=(2xy-y^2)+(3y^2+4y+x^2-2xy+1)2u$	0,50
		$=(u^2+t)(2u+2e^t-u^2-t)+$ $2u(3(u^2+t)^2+4(u^2+t)+(u+e^t)^2-2(u+e^t)(u^2+t)+1)$	
III	1	$\iint\limits_D(1+x^2+y^2)e^{x^2+y^2}dA=\int_0^{2\pi}\int_0^2(1+r^2)re^{r^2}drd\varphi$	0,50
		$=2\pi\left[0,5r^2e^{r^2}\right]_0^2=4\pi e^4$	0,50
	2	Dùng tọa độ cầu, thể tích V cần tìm là	

		$V=\int_0^{2\pi}\int_{\pi/4}^{\pi}\int_0^1 \rho^2\sin\theta d\rho d\theta d\varphi$	0,50
		$=2\pi\left(-\cos\theta\Big\|_{\pi/4}^{\pi}\right)\left(\frac{\rho^3}{3}\Big\|_0^1\right)=\frac{\pi}{3}(2+\sqrt{2})$	0,50
IV	1	Đặt $f(x,y)=x^2y^2-xy^3+0,5(x^2+y^2)-xy,$ $\mathbf{R}(t)=e^t(1+\cos\pi t)\mathbf{i}+t^2(\sin\pi t-1)\mathbf{j}$ Ta có $\int_C[(2xy^2-y^3+x-y)dx-(2x^2y-3xy^2-x+y)dy]=\int_C\nabla f,dR$	0,50
		$=f(R(0))-f(R(-1))=1,5$	0,50
	2	$z_x=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},\ z_y=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\Rightarrow dS=\sqrt{2}dxdy$	0,25
		$\iint_S(x^2+y^2)(x+y+z)dS=\iint_D(x^2+y^2)(x+y+\sqrt{x^2+y^2})\sqrt{2}dxdy,$ $D:x^2+y^2\le 1$	0,25
		$=\sqrt{2}\int_0^1\int_0^{2\pi}(r\cos\varphi+r\sin\varphi+r)r^3d\varphi dr$	0,25
		$=\sqrt{2}\int_0^1 r^3\left(r\sin\varphi-r\cos\varphi+r\varphi\Big\|_0^{2\pi}\right)dr=\frac{2\pi\sqrt{2}}{5}r^5\Big\|_0^1=\frac{2\pi\sqrt{2}}{5}$	0,25
	3	Thông lượng cần tính là $\iint_S F.NdS=\iiint_G divFdV,\quad G:x^2+y^2+z^2\le 9$	0.25
		$=\iiint_G(y^2+z^2+x^2)dV$	0,25
		$=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^3\rho^4\sin\theta d\rho d\theta d\varphi$ và	0,25
		$=2\pi(-\cos\theta\Big\|_0^{\pi})\left(\frac{\rho^5}{5}\Big\|_0^3\right)=\frac{972\pi}{5}$	0,25