ĐÁP ÁN TOÁN 3

Mã môn học: MATH141801

Ngày thi: 09/01/2019

Câu		Nội dung	Điểm
1	a	Ta có $\mathbf{R}'(t)=\langle 2t,1/\text{t},-\sin(t-1)\rangle$, $\mathbf{R}''(t)=\langle 2,-1/t^2,-\cos(t-1)\rangle$.	**0,5**
		Khi $t=1$, $\mathbf{R}'(1)=\langle 2,1,0\rangle$, $\mathbf{R}''(1)=\langle 2,-1,-1\rangle$ nên $\mathbf{R}'(1)\times\mathbf{R}''(1)=\langle -1,2,-4\rangle$	**0,5**
		Độ cong của đồ thị hàm vector khi $t=1$: $\kappa(1)=\dfrac{\lVert\mathbf{R}'(1)\times\mathbf{R}''(1)\rVert}{\lVert\mathbf{R}'(1)\rVert^3}=\dfrac{\sqrt{21}}{5\sqrt{5}}$.	**0,5**
	b	Ta có: $f_x=2x(e^z-1)$, $f_y=2(e^z-1)$, $f_z=e^z(x^2+2y)$, $\nabla f(1,3,0)=\langle 0,0,7\rangle$.	**0,5**
		Vector đơn vị $u=\dfrac{\nabla f(1,3,0)}{\lVert\nabla f(1,3,0)\rVert}=\langle 0,0,1\rangle$, nên $D_u f(1,3,0)=\nabla f(1,3,0).u=7$.	**0,5**
2	a	Ta có: $z^2=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{7}\Leftrightarrow F(x,y,z)=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{7}-z^2=0$. Do $\nabla F(x,y,z)=\langle x,2y/7,-2z\rangle$ nên $\nabla F(\sqrt{2},\sqrt{7},-\sqrt{2})=\langle\sqrt{2},2\sqrt{7}/7,2\sqrt{2}\rangle$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc của mặt tại M: $\sqrt{2}(x-\sqrt{2})+{}^{2\sqrt{7}}\!/_{7}(y-\sqrt{7})+2\sqrt{2}(z+\sqrt{2})=0$.	**0,75**
	b	Các đạo hàm riêng của $g(x,y)$: $g_x=2xy+6y-2x^2-6x$; $g_y=x^2+6x-2y$.	**0,25**
		$\begin{cases}g_x=0\\g_y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y-x)(2x+6)=0\\x^2+6x-2y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}\vee\begin{cases}x=-4\\y=-4\end{cases}\vee\begin{cases}x=-3\\y=-9/2\end{cases}$. Vậy g(x,y) có 3 điểm dừng: $M(0,0)$, $N(-4,-4)$ và $P(-3,-9/2)$.	**0,5**
		$A=g_{xx}=2y-4x-6,\ B=g_{xy}=2x+6,\ C=g_{yy}=-2$.	**0,25**
		Tại $M(0,0)$, $AC-B^2=-24<0$ nên g(x,y) không đạt cực trị tại *M*.	**0,25**
		Tại $N(-4,-4)$, do $AC-B^2=-8<0$ nên g(x,y) không đạt cực trị tại *N*.	**0,25**
		Tại $P(-3,-9/2)$, do $AC-B^2=6>0,\ A=-3<0$ nên g(x,y) đạt cực đại tại *P*.	**0,25**
3	a	Mô tả miền lấy tích phân: $D:\begin{cases}0\le x\le 1/3\\3x\le y\le 1.\end{cases}$ Ta có: $I=\iint_D(x+5y^2)dA=\int_0^{1/3}\int_{3x}^{1}(x+5y^2)dydx$.	**0,5**
		$=\int_0^{1/3}(-45x^3-3x^2+x+5/3)dx=\dfrac{47}{108}$.	**0,5**

	b	Ta có $V=\iint\limits_D\left(5-\sqrt{x^2+y^2}-\sqrt{x^2+y^2}\right)dA$, với $D: x^2+y^2\le 25/4$.	**0,5**
		Đặt $\begin{cases}x=r\cos\theta\\ y=r\sin\theta\end{cases}$, ta có $\begin{cases}0\le r\le 5/2\\ 0\le\theta\le 2\pi\end{cases}$ và $J(r,\theta)=r$. Vậy $V=\int\limits_0^{5/2}\int\limits_0^{2\pi}(5-r-r)rd\theta dr=2\pi\int\limits_0^{5/2}(5-2r)rdr=\dfrac{125\pi}{12}$.	**0,5**
4	a	Với $M(x,y)=x^2+3y-2xy,\ N(x,y)=3x-x^2+y^2$, ta có $M_y=N_x=3-2x$.	**0,25**
		Suy ra $I=\int\limits_C\left(x^2+3y-2xy\right)dx+\left(3x-x^2+y^2\right)dy=\int\limits_{\overline{AB}}\left(x^2+3y-2xy\right)dx+\left(3x-x^2+y^2\right)dy$	**0,25**
		với $\overline{AB}: x=-2+4t, y=0, t: 0\to 1$.	**0,25**
		Vậy $I=\int\limits_0^1 4(-2+4t)^2\,dt=16/3$.	**0,25**
	b	Ta có $I=\iint\limits_S(x+2y-3z)dS=\iint\limits_D\left(x+2y-3\left(4-x^2-y^2\right)\right)\sqrt{1+4x^2+4y^2}dA$, với $D: x^2+y^2\le 1$.	**0,25**
		Đặt $x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta$, ta có $0\le r\le 1,\ 0\le\theta\le 2\pi$ và $J(r,\theta)=r$. Do đó, $I=\int\limits_0^1\int\limits_0^{2\pi}\left(r\cos\theta+2r\sin\theta-3\left(4-r^2\right)\right)\sqrt{1+4r^2}.rd\theta dr$	**0,25**
		$=2\pi\int\limits_0^1\left(-12+3r^2\right)r\sqrt{1+4r^2}dr=\dfrac{\pi}{8}\left(-70\sqrt{5}+\dfrac{82}{5}\right)$.	**0,5**
	c	Flux = $\iint\limits_S \mathbf{F}.\mathbf{N}dS=-\iiint\limits_V\left(2y+3x^2-2x^2+z^2+y^2\right)dV=-\iiint\limits_V\left(2y+x^2+y^2+z^2\right)dV$ với $V: x^2+y^2+z^2\le 16$.	**0,5**
		Đổi biến sang tọa độ cầu, ta được $Flux=-\int\limits_0^4\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left(2\rho\sin\theta\sin\varphi+\rho^2\right)\rho^2\sin\varphi d\theta d\varphi d\rho\ =\dfrac{-4^6}{5}\pi$.	**0,5**