TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA ĐÀO TẠO CHẤT LƯỢNG CAO
NHÓM KIẾN THỨC KHOA HỌC CƠ BẢN

ĐỀ THI CUỐI KỲ HỌC KỲ 3 NĂM HỌC 2016-2017
Môn: TOÁN 3
Mã môn học: MATH141801
Đề thi có 2 trang.
Thời gian: 90 phút.
Được phép sử dụng tài liệu.

Câu I (2 điểm)

1. Tính độ cong của đồ thị hàm vectơ $\mathbf{R}(t) = (t^2 + t - 1)\mathbf{i} + (t\cos t)\mathbf{j} + (1 + t)\mathbf{k}$ tại $t = 0$
2. Tìm đạo hàm của hàm $f(x, y, z) = xy^2 + xe^y + y^2z^3 + e^{xz}$ tại điểm $P(0;\ 0;\ 1)$ theo hướng vectơ $\overrightarrow{AB}$, với $A(1,2,3)$ và $B(1,-1,-1)$.
3. Xác định vectơ đơn vị $\mathbf{u}$, biết đạo hàm của hàm $g(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ tại điểm $M(1;\ 1;\ 1)$ theo hướng vectơ $\mathbf{u}$ là lớn nhất.

Câu II (3 điểm)

1. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt $xyz + xe^{yz} + x^2 + y + 1 = 0$ tại điểm $M(1;\ -3;\ 0)$
2. Tìm cực trị địa phương của hàm $f(x, y) = (x^2 + 1)y^3 - (y - 1)^3$

Câu III (2 điểm)

1. Tính $\iint\limits_D (1 + x^2 + y^2)\,dA$, với D là miền bị chặn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$
2. Tính thể tích của miền bị chặn trên bởi mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ và bị chặn dưới bởi paraboloid $z = x^2 + y^2$

Câu IV (3 điểm)

1. Tính tích phân đường $\int\limits_C [(x^2 + y^2 + x - y)dx + (2xy + y^2 - x + y)dy]$, với C là đường cong có phương trình tham số $x = e^t(1 - t),\ y = t^2(t - 1),\ 0 \le t \le 1$
2. Tính tích phân mặt $\iint\limits_S (x + z)\,dS$, với S là phần mặt phẳng $z = 1 - x + y$ nằm trong mặt trụ $x^2 + y^2 = 1$
3. Tính thông lượng của trường vectơ $F = (x^3 - 2yz)\mathbf{i} + (y^3 + 3xz)\mathbf{j} + (z^3 - 5xy)\mathbf{k}$ qua mặt cầu $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$ được định hướng bởi trường vectơ pháp tuyến đơn vị N hướng ra ngoài.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR 2.2]: Tính được đạo hàm và tích phân hàm vectơ. Tính được đạo hàm, vi phân hàm nhiều biến.	Câu I, Câu II
[CĐR 2.4]: Tính được các tích phân bội, tích phân đường, tích phân mặt. Tính được đại lượng đặc trưng của trường vectơ.	Câu III.1, Câu IV
[CĐR 2.5]: Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các dạng tích phân hàm nhiều biến để giải quyết một số bài toán ứng dụng như: tính diện tích miền phẳng, tính diện tích mặt cong, tính thể tích vật thể, tính độ dài đường cong, tính công sinh ra bởi một lực, tính khối lượng vật thể....	Câu III.2

Ngày 03 tháng 8 năm 2017

Thông qua Trưởng nhóm kiến thức

(ký và ghi rõ họ tên)

Lưu Việt Hùng

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

GIẤY NHÁP

Chữ ký của cán bộ coi thi ① ②

Trường...

Họ và tên thí sinh :
Ngày sinh :

Số báo danh :

I/ 1/ $R'(t) = (2t+1)\vec{i} + (\cos t - t\sin t)\vec{j} + \vec{k}$ $\quad R'(0) = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

$R''(t) = 2\vec{i} + (-\sin t - \sin t - t\cos t)\vec{j} + 0\vec{k}$ $\quad R''(0) = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$.

$|R'(0)| = \sqrt{3}$, $\quad R'(0)\times R''(0) = \underline{0\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}}$ (0,5), $\quad |R'\times R''(0)| = 2\sqrt{2}$.

$k = \dfrac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$ (0,5)

2/ $\vec{v} = \overline{AB} = (0,-3,-4)$

$|\overline{AB}| = 5$

$\vec{V} = \dfrac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|} = \dfrac{1}{5}(0,-3,-4)$

$f_x = y^2 + e^y + z e^{xz}$

$f_y = 2xy + xe^y + 2yz^3$

$f_z = 3y^2z^2 + xe^{xz}$

Tại $P(0,0,1)$ $\quad f_x(P) = 2$

$f_y(P) = 0$

$f_z(P) = 0$

(0,5)

$D_v f = \dfrac{1}{5}(0+0+0) = \dfrac{1}{5}\cdot 0 = 0.$

3/ $g_x = 2x$ ~~$4y$~~ $\quad g_x(1,1,1) = 2$

$g_y = 4y \quad\quad g_y = 4$

$g_z = 6z. \quad\quad g_z = 6$

$|D_u g|_{max} \Leftrightarrow \nabla g(M)$ và u cùng hướng.

$\nabla g(M) = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$

$|\nabla g| = \sqrt{2^2+4^2+6^2} = \sqrt{2^2(1+4+9)} = 2\sqrt{14}$

$\vec{u} = \dfrac{2}{2\sqrt{14}}\vec{i} + \dfrac{4}{2\sqrt{14}}\vec{j} + \dfrac{6}{2\sqrt{14}}\vec{k} = \left(\dfrac{\sqrt{14}}{14}, \dfrac{2\sqrt{14}}{14}, \dfrac{3\sqrt{14}}{14}\right)$

(0,5)

II/1/ $F(x,y,z) = xyz + xe^{yz} + x^2 + y + 1$

$F_x = yz + e^{yz} + 2x$, $F_y = xz + xze^{yz} + 1$, $F_z = xy + xye^{yz}$ (0,5)

$M(1;-3;0)$ $F_x(M) = 3$, $F_y(M) = 1$, $F_z = -6$ (0,5)

Pt mptx tại M: $3(x-1) + y + 3 - 6z = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 6z = 0$ (0,5)

2/ $\begin{cases} f_x = 2xy^3 = 0 \\ f_y = (x^2+1).3y^2 - 3(y-1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \end{array}\right.$ (0,5)

$x = 0$: $3y^2 - 3(y-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y - (y-1) = 0 \\ y + y - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow y = 1/2$

$y = 0$: $-3 = 0$ vô no

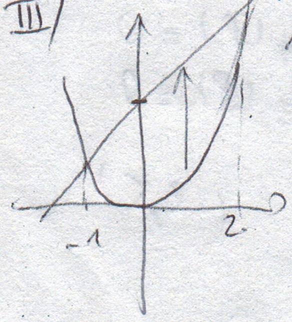
Đ^2 dừng $M(0, 1/2)$ (0,5)

$f_{xx} = 2y^3$, $f_{xy} = 6xy^2$, $f_{yy} = 6y(x^2+1) - 6(y-1)$

Tại $M(0, 1/2)$; $A = \frac{1}{4} > 0$, $B = 0$, $C = 6$ $\Delta > 0$ (0,5)

Hs đạt cực tiểu tại M, $f_{min}(M) = 1/4$

Câu III/



1/ Pt hđộ gđ: $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

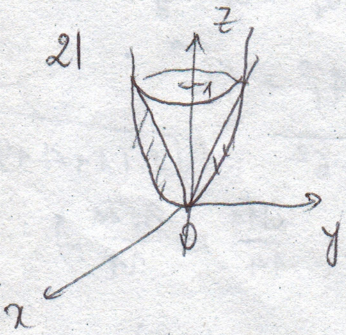
$$I = \int_{-1}^{2} dx \int_{x^2}^{x+2} (1 + x^2 + y^2)\,dy \quad (0,5)$$

$$= \int_{-1}^{2} dx \left(y + x^2 y + \frac{y^3}{3} \right)\Big|_{x^2}^{x+2}$$

$$= \int_{-1}^{2} \left[(x+2) + x^2(x+2) + \frac{(x+2)^3}{3} - x^2 - x^4 - \frac{x^6}{3} \right] \quad (0,5)$$

$\frac{1593}{70}$

2/



$$V = \iiint dV = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 dr \int_{r^2}^{r} r\,dz \quad (0,5)$$

$$= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r(r - r^2)\,dr$$

$$= 2\pi \cdot \left[\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4} \right]_0^1 = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

(0,5)

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Trường...

GIẤY NHÁP

Họ và tên thí sinh :

Ngày sinh :

Chữ ký của cán bộ coi thi

1 2

Số báo danh :

Câu IV: 1/ $M = x^2+y^2+x-y$ $\rightarrow$ $M_y = 2y-1$ $\rightarrow M_y = N_x$

$N = 2xy+y^2-x+y$ $\quad N_x = 2y-1$

Tp đ k° phụ thuộc đ đi.

$f(x,y)$ thỏa $f_x = M = x^2+y^2+x-y$ (1) (0,5)

$f_y = N = 2xy+y^2-x+y$ (2)

Từ (1): $f = \int (x^2+y^2+x-y)\,dx = \frac{x^3}{3} + xy^2 + \frac{x^2}{2} - yx + K(y)$ (3)

$f_y = 2xy - x + K'(y)$ (4) $\overset{(2)}{=} 2xy + y^2 - x + y$

$\Rightarrow K'(y) = y^2 + y \Rightarrow K(y) = \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} + C.$

$f(x,y) \overset{(3)}{=} \frac{x^3}{3} + xy^2 + \frac{x^2}{2} - yx + \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} + C$

$I = \int_A^B df = f\Big|_A^B = \left[\frac{x^3}{3} + xy^2 + \frac{x^2}{2} - yx + \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2}\right]\Big|_{(1,0)}^{(0,0)}$

$= -\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{6}.$ (0,5)

320 φ

128/3

2/ $z = 1-x+y$

$z_x = -1, \; z_y = 1.$

$\iint_S (x+z)\,dS = \iint_D [x+(1-x+y)]\sqrt{1+1+1}\,dx\,dy = \sqrt{3}\iint_D (1+y)\,dx\,dy$ (0,5)

$= \sqrt{3}\pi \cdot 1^2 + \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r^2 \sin\theta\,dr = \pi\sqrt{3}$ (0,5)

3/ $\text{Flux} = \iiint_V \text{div}\,F\,dV = \iiint_{x^2+y^2+z^2 \le 4} (3x^2+3y^2+3z^2)\,dx\,dy\,dz$ (0,5)

$= 3\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\phi \int_0^2 r^4 \sin\phi\,dr$

$= 3 \cdot 2\pi \left(-\cos\phi\Big|_0^{\pi}\right)\left(\frac{r^5}{5}\Big|_0^2\right) = \frac{384\pi}{5}$ (0,5)