



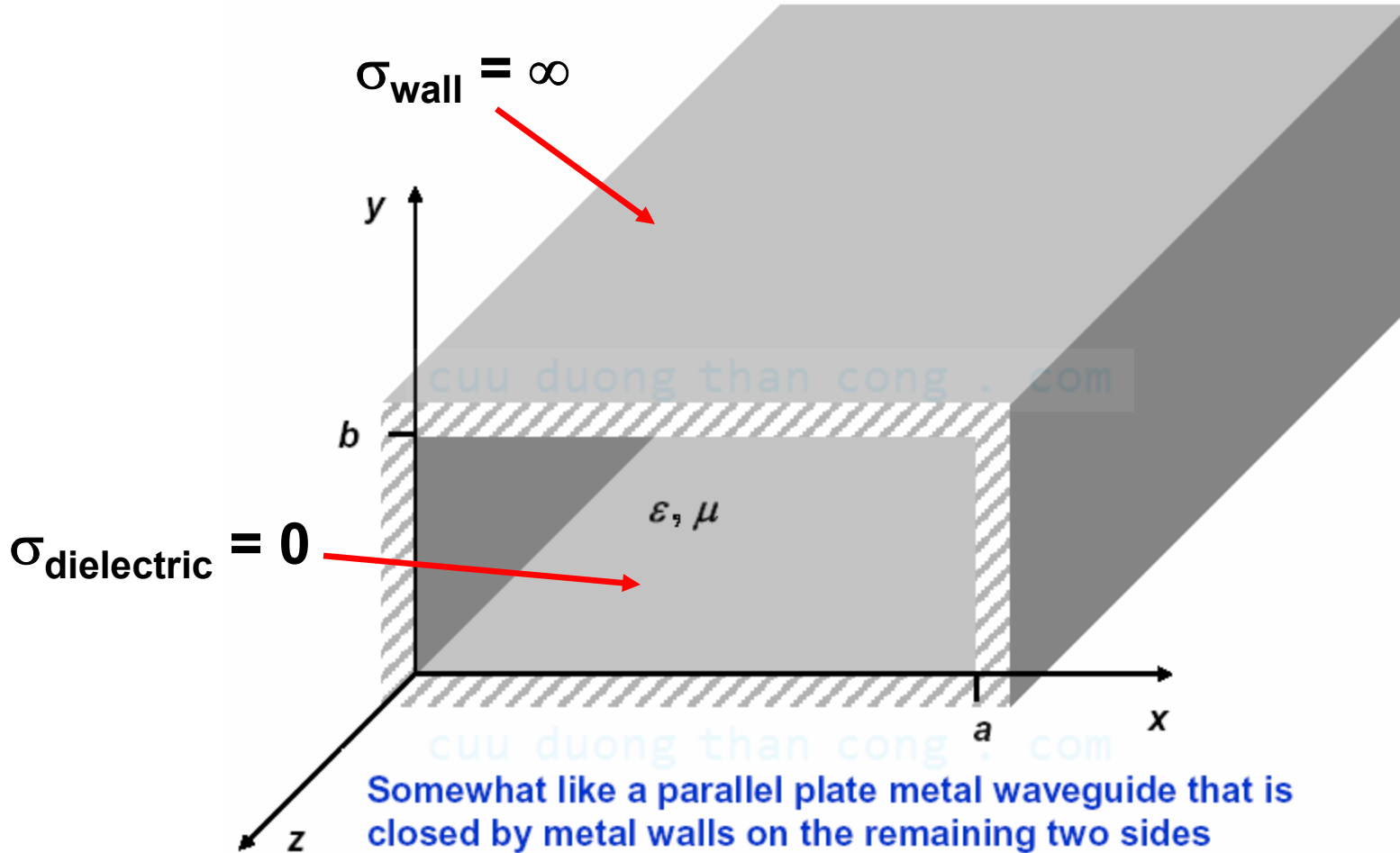
## 6.3 Rectangular Waveguide :

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

## 6.3.1 Model :

### Rectangular Metal Waveguides



**The lossless rectangular waveguide**

## 6.3.2 The equations for $\dot{E}_z$ & $\dot{H}_z$ :

❖ Assume sinusoidal field. The phasors:

$$\begin{cases} \dot{E} = \dot{E}_0(x, y)e^{-\gamma z} \\ \dot{H} = \dot{H}_0(x, y)e^{-\gamma z} \end{cases}$$

→ 
$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{E}}{\partial z} = -\gamma \dot{E} \\ \frac{\partial \dot{H}}{\partial z} = -\gamma \dot{H} \end{cases}$$

$$(\gamma = j\beta_z)$$


## 6.3.2 The equations for $\dot{E}_z$ & $\dot{H}_z$ :

❖  $\text{rot} \dot{\vec{H}} = j\omega\epsilon \dot{\vec{E}}$   $\rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + \gamma \dot{H}_y = j\omega\epsilon \dot{E}_x \quad (1) \\ -\gamma \dot{H}_x - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = j\omega\epsilon \dot{E}_y \quad (2) \\ \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} = j\omega\epsilon \dot{E}_z \quad (3) \end{array} \right.$

❖  $\text{rot} \dot{\vec{E}} = -j\omega\mu \dot{\vec{H}}$   $\rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + \gamma \dot{E}_y = -j\omega\mu \dot{H}_x \quad (4) \\ -\gamma \dot{E}_x - \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} = -j\omega\mu \dot{H}_y \quad (5) \\ \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} = -j\omega\mu \dot{H}_z \quad (6) \end{array} \right.$


## 6.3.2 The equations for $\dot{E}_z$ & $\dot{H}_z$ :

❖ Khử  $H_y$  từ (1) và (5), ta tìm được  $E_x$ :


$$\dot{E}_x = \frac{1}{K_c^2} \left( -\gamma \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} - j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} \right)$$

cuu duong than cong . com

❖ Khử  $H_x$  từ (2) và (4), ta tìm được  $E_y$ :


$$\dot{E}_y = \frac{1}{K_c^2} \left( -\gamma \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \right)$$

cuu duong than cong . com

## 6.3.2 The equations for $\dot{E}_z$ & $\dot{H}_z$ :

❖ Khử  $E_y$  từ (2) và (4), ta tìm được  $H_x$ :

$$\dot{H}_x = \frac{1}{K_c^2} \left( -\gamma \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} + j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} \right)$$

cuu duong than cong . com

❖ Khử  $E_x$  từ (1) và (5), ta tìm được  $H_y$ :

$$\dot{H}_y = \frac{1}{K_c^2} \left( -\gamma \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} \right)$$

## 6.3.2 The equations for $\dot{E}_z$ & $\dot{H}_z$ :

❖ Finally, we have:

$$K_c^2 = \gamma^2 + \omega^2 \mu \epsilon = -\beta_z^2 + \frac{\omega^2}{V^2}$$

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial y^2} + K_c^2 \dot{E}_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + K_c^2 \dot{H}_z = 0$$

❖ Như vậy, sóng điện từ trong ods c.nhật tổng quát là tổng của :

a) Sóng điện ngang **TE (Transverse Electric)** :  $E_z = 0$  ,  $H_z \neq 0$  .

b) Sóng từ ngang **TM (Transverse Magnetic)** :  $E_z \neq 0$  ,  $H_z = 0$  .

### 6.3.3 The TM Guided Modes ( $\dot{H}_z = 0$ ) & ( $\dot{E}_z \neq 0$ )

❖ Dùng p.pháp phân ly biến số , giả sử :  $\dot{E}_z = X(x).Y(y)e^{-\gamma z}$

❖ Thế vào phương trình :  $\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial y^2} + K_c^2 \dot{E}_z = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + K_c^2 = 0 \quad \Rightarrow -M^2 - N^2 + K_c^2 = 0$

❖ Ta giải ra :  $\begin{cases} X = A \sin(Mx + \varphi) \\ Y = B \sin(Ny + \psi) \end{cases}$



## ❖ Dùng điều kiện biên :

$$E_z(x=0)=0 \rightarrow \sin(\varphi) = 0 \rightarrow \varphi = 0$$

$$E_z(x=a)=0 \rightarrow \sin(Ma + \varphi) = 0 \rightarrow M = \frac{m\pi}{a}$$

$$E_z(y=0)=0 \rightarrow \sin(\psi) = 0 \rightarrow \psi = 0$$

$$E_z(y=b)=0 \rightarrow \sin(Nb + \psi) = 0 \rightarrow N = \frac{n\pi}{b}$$

❖ Ta giải ra :

$$\dot{E}_z = C \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cdot e^{-\gamma z}$$

❖ Và dùng:

$$\dot{E}_x = \frac{1}{K_c^2} \left(-\gamma \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}\right) \quad \dot{H}_x = \frac{1}{K_c^2} \left(j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}\right)$$

$$\dot{E}_y = \frac{1}{K_c^2} \left(-\gamma \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}\right) \quad \dot{H}_y = \frac{1}{K_c^2} \left(-j\omega\epsilon \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}\right)$$

## ❖ Có bộ nghiệm của sóng từ ngang TM :

$$\dot{E}_x = -\frac{C\gamma}{K_c^2} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-\gamma z}$$

$$\dot{H}_x = -\frac{1}{\eta_{TM}} \dot{E}_y$$

$$\ddot{E}_y = -\frac{C\gamma}{K_c^2} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-\gamma z}$$

$$\dot{H}_y = \frac{1}{\eta_{TM}} \dot{E}_x$$

$$\dot{E}_z = C \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-\gamma z}$$

$$K_c^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$\beta_z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$\eta_{TM} = \frac{\beta_z}{\omega\epsilon}$$

$$\gamma = j\beta_z$$

### Nhận xét :

- Vô số kiểu  $TM_{mn}$  lan truyền trong ods:  $TM_{11}$ ,  $TM_{12}$ ,  $TM_{32}$  ....
- không tồn tại kiểu sóng  $TM_{mn}$  ứng với  $m = 0$  hay  $n = 0$  .

## 6.3.4 The TE Guided Modes ( $\dot{E}_z = 0$ ) & ( $\dot{H}_z \neq 0$ )

❖ Dùng p.pháp phân ly biến số, giả sử:  $\dot{H}_z = X(x).Y(y)e^{-\gamma z}$

❖ Thế vào phương trình:  $\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + K_c^2 \dot{H}_z = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + K_c^2 = 0 \quad \Rightarrow -M^2 - N^2 + K_c^2 = 0$$

❖ Ta giải ra: 
$$\begin{cases} X = A \sin(Mx + \varphi) \\ Y = B \sin(Ny + \psi) \end{cases}$$

❖ Mặt khác:  $\dot{E}_x = \frac{-j\omega\mu}{K_c^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} = \frac{-j\omega\mu}{K_c^2} X(x).B.N.\cos(Ny + \psi)e^{-\gamma z}$

$$\dot{E}_y = \frac{j\omega\mu}{K_c^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = \frac{j\omega\mu}{K_c^2} Y(y).A.M.\cos(Mx + \varphi)e^{-\gamma z}$$

## ❖ Dùng điều kiện biên :

$$E_y(x=0)=0 \rightarrow \cos(\varphi) = 0 \rightarrow \varphi = \pi / 2$$

$$E_y(x=a)=0 \rightarrow \cos(Ma + \varphi) = 0 \rightarrow M = \frac{m\pi}{a}$$

$$E_x(y=0)=0 \rightarrow \cos(\psi) = 0 \rightarrow \psi = \pi / 2$$

$$E_x(y=b)=0 \rightarrow \cos(Nb + \psi) = 0 \rightarrow N = \frac{n\pi}{b}$$

❖ Ta giải ra :

$$\dot{H}_z = C \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cdot e^{-\gamma z}$$

❖ Và dùng:

$$\dot{H}_x = \frac{1}{K_c^2} \left(-\gamma \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}\right) \quad \dot{E}_x = \frac{1}{K_c^2} \left(-j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}\right)$$

$$\dot{H}_y = \frac{1}{K_c^2} \left(-\gamma \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}\right) \quad \dot{E}_y = \frac{1}{K_c^2} \left(j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}\right)$$

## ❖ Bộ nghiệm của sóng điện ngang TE :

$$\ddot{H}_x = \frac{C\gamma}{K_c^2} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-\gamma z}$$

$$\ddot{H}_y = \frac{C\gamma}{K_c^2} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-\gamma z}$$

$$\dot{H}_z = C \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-\gamma z}$$

$$\dot{E}_x = \eta_{TE} \dot{H}_y$$

$$\dot{E}_y = -\eta_{TE} \dot{H}_x$$

$$K_c^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$\beta_z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$\eta_{TE} = \frac{\omega\mu}{\beta_z}$$

$$\gamma = j\beta_z$$

### Nhận xét :

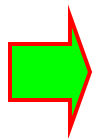
- Vô số kiểu  $TE_{mn}$  lan truyền trong ods:  $TE_{10}$ ,  $TE_{11}$ ,  $TE_{02}$  ....
- không tồn tại kiểu sóng  $TE_{mn}$  ứng với cả  $m = 0$  và  $n = 0$ .

## 6.3.5 Tính chất của ods hình chữ nhật :

### 1. Tần số tới hạn:

Để sóng lan truyền không tổn hao thì  $\gamma = j\beta_Z$  : thuần ảo.

$$f > f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$



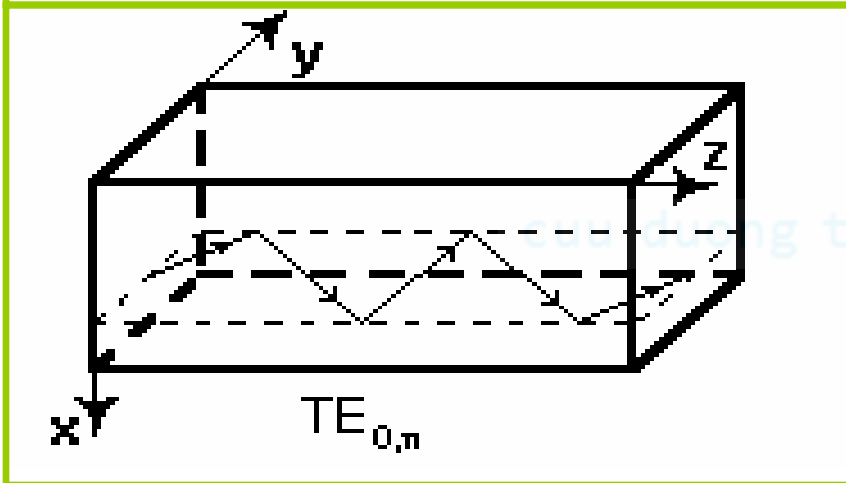
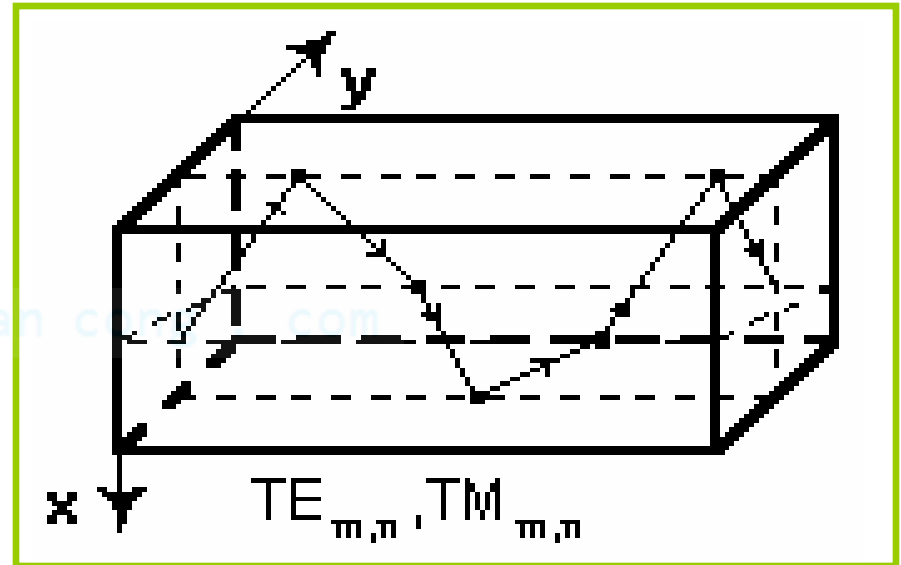
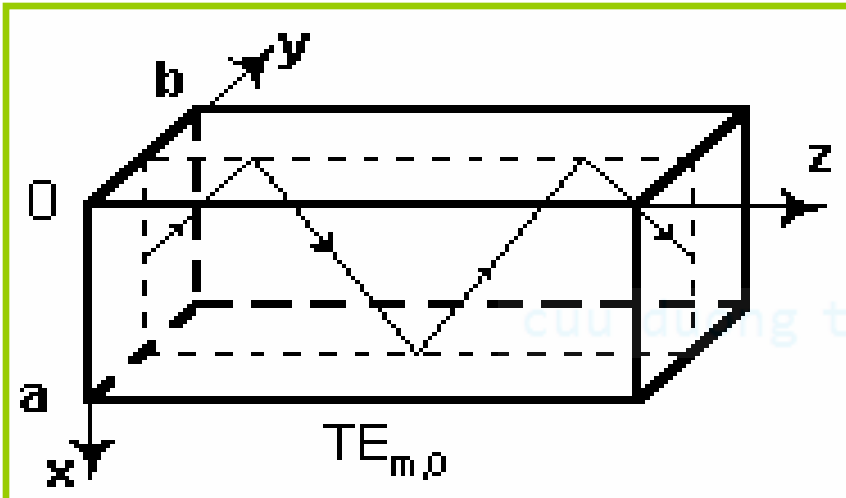
$$\beta_Z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \in \mathbb{R}$$

❖ Và nếu  $f < f_c$  :  $\alpha_Z = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{v}\right)^2} \in \mathbb{R}$

→ Sóng truyền theo trục z sẽ suy hao :  $\alpha_Z$  (Np/m)

## 2. Các kiểu truyền sóng :

❖ Tại tần số  $f > f_c$ , trong ods có thể có các kiểu truyền sóng  $TE_{mn}$  hoặc  $TM_{mn}$  thỏa mãn các giá trị **có thể** của  $m$  và  $n$ .



❖ Kiểu sóng cơ bản là kiểu sóng có  $f_c$  bé nhất.

### 3. The time-average power propagated :

- Công suất trung bình truyền qua tiết diện ngang ods :

$$P = \int_{S_{ng}} \langle P_z \rangle \cdot dS_z = \frac{1}{2} \int_{S_{ng}} \text{Re} \left\{ \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \right\}_z dS_z$$

o Có:  $\text{Re} \left\{ \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \right\}_z = \text{Re} \left\{ \dot{E}_x \dot{H}_y^* - \dot{E}_y \dot{H}_x^* \right\}$   $\left\{ \begin{array}{l} = \eta [|\dot{H}_x|^2 + |\dot{H}_y|^2] \\ = \frac{1}{\eta} [|\dot{E}_x|^2 + |\dot{E}_y|^2] \end{array} \right.$



### 3. The time-average power propagated :

❖ Tính theo trường điện :

→ 
$$P = \frac{1}{2\eta} \int_0^a \int_0^b [ |\dot{E}_x|^2 + |\dot{E}_y|^2 ] .dx.dy$$
  $\eta: \begin{cases} \eta_{TM} \\ \eta_{TE} \end{cases}$

❖ Tính theo trường từ :

→ 
$$P = \frac{\eta}{2} \int_0^a \int_0^b [ |\dot{H}_x|^2 + |\dot{H}_y|^2 ] .dx.dy$$
  $\eta: \begin{cases} \eta_{TM} \\ \eta_{TE} \end{cases}$

❖ Nhận xét: Tương tự tính công suất sóng phẳng trong môi lý tưởng.

## 4. Phân bố đường sức TĐT trong ods :

❖ Đường sức điện & đường sức từ lặp lại nhưng đảo chiều :

- sau 1 khoảng  $a/m$  dọc theo trục  $x$  .
- sau 1 khoảng  $b/n$  dọc theo trục  $y$  .
- sau 1 khoảng  $\lambda_{mn}/2$  dọc theo trục  $z$  .

cuu duong than cong . com

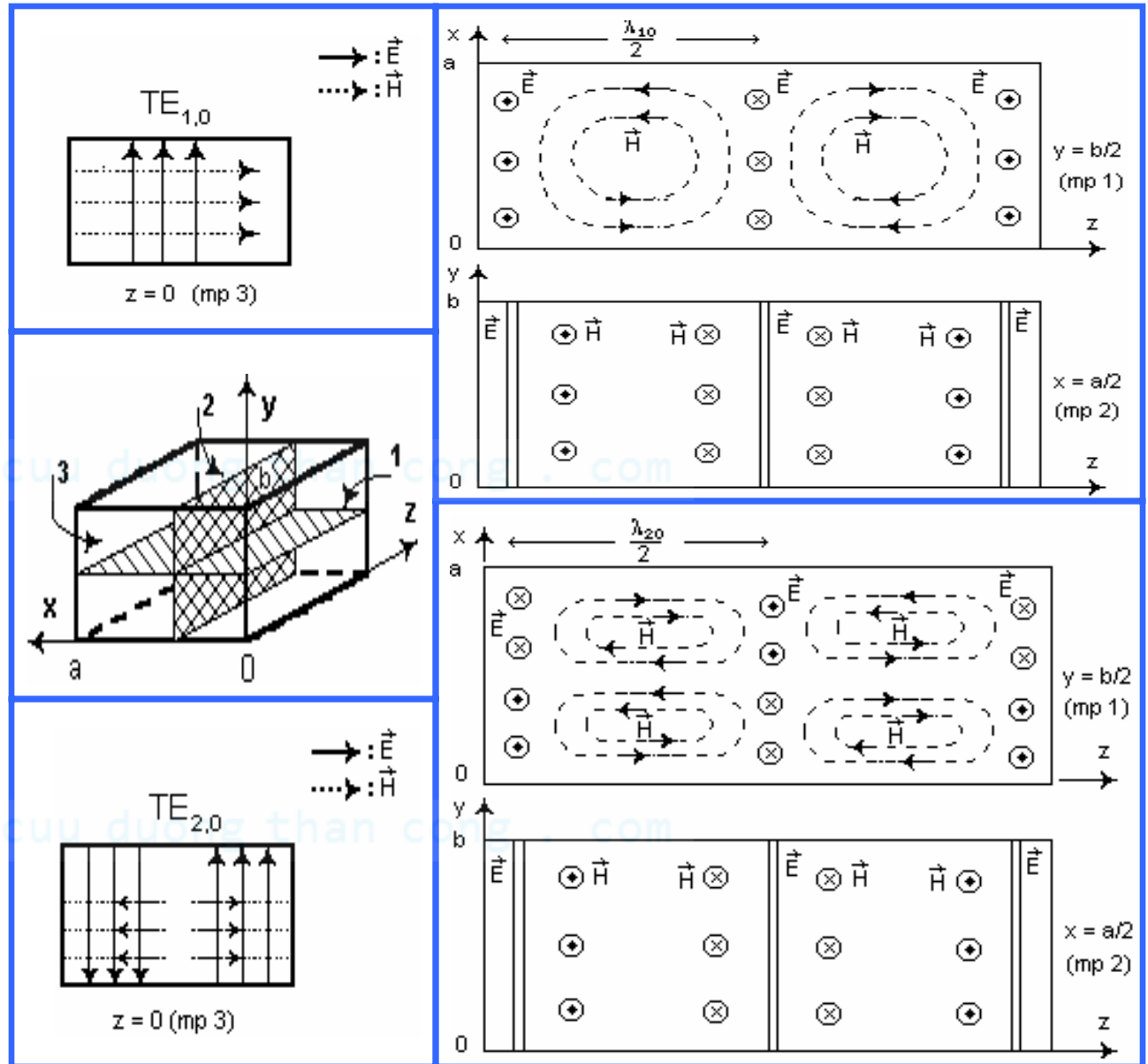
cuu duong than cong . com

# a) Sóng TE<sub>m,0</sub> :

▪ Với  $m =$  số nửa sóng theo trục  $x$ .

▪ Sau một khoảng  $a/m$  dọc theo trục  $x$ , đường sức điện và từ lặp lại nhưng đảo chiều.

▪ Sau một khoảng  $\lambda_{m,0} / 2$  dọc theo trục  $z$ , đường sức điện và từ lặp lại nhưng đảo chiều.

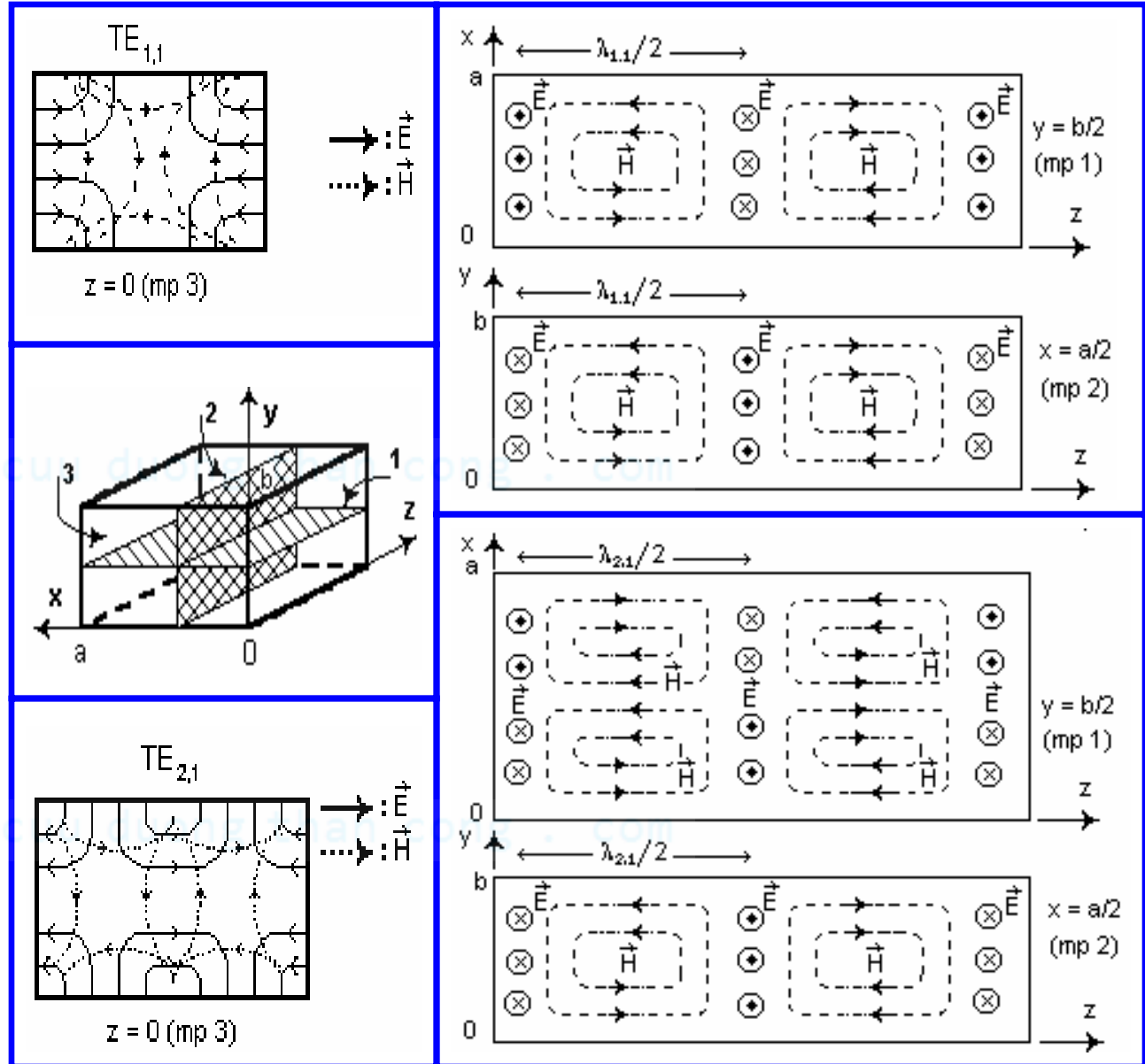


## b) Sóng TE<sub>m,n</sub> :

- Với  $m =$  số nửa sóng theo trục  $x$ .
- Với  $n =$  số nửa sóng theo trục  $y$ .

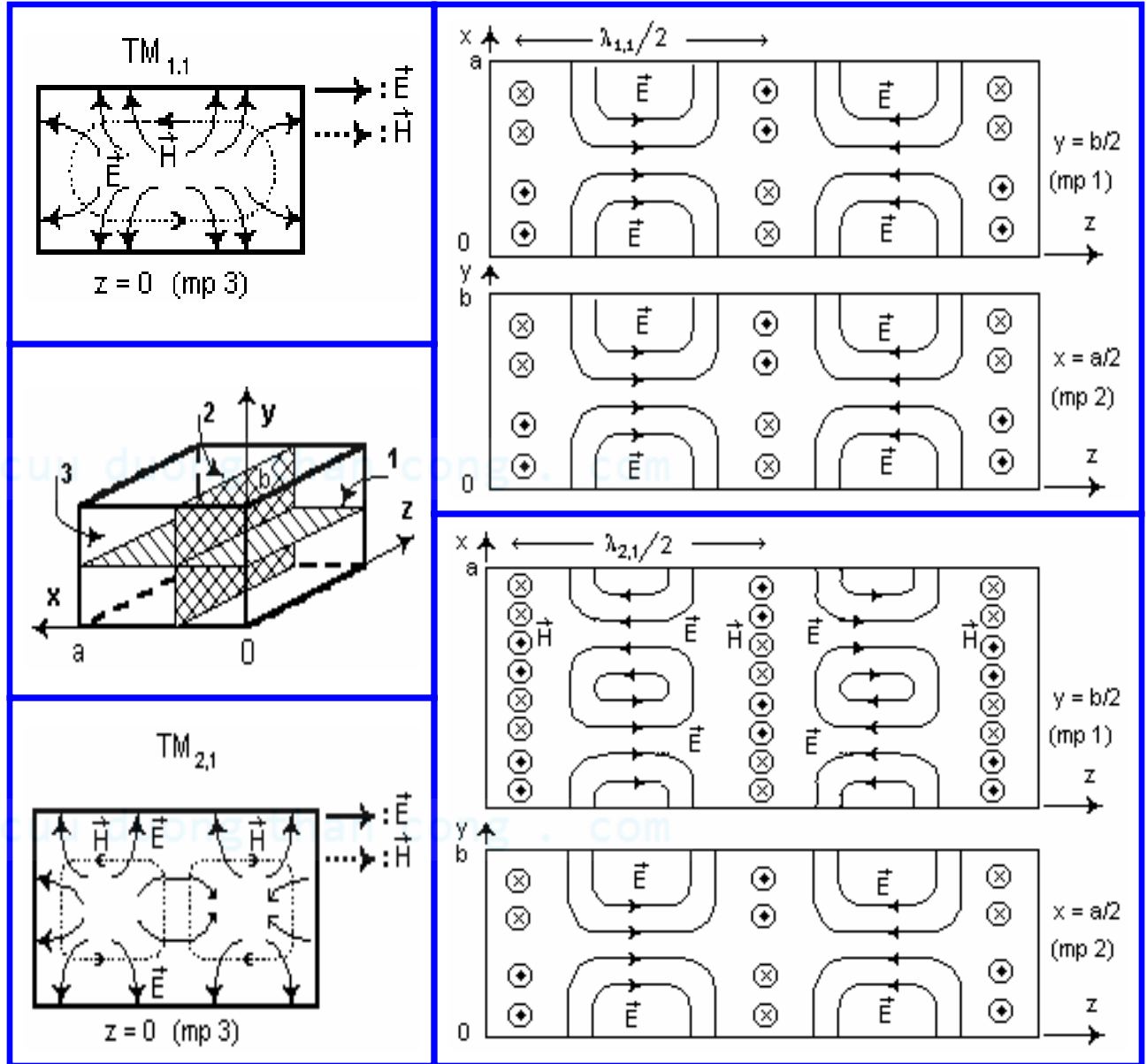
▪ Sau một khoảng  $a/m$  dọc theo trục  $x$ , đường sức điện và từ lặp lại nhưng đảo chiều.

▪ Sau một khoảng  $\lambda_{m,0} / 2$  dọc theo trục  $z$ , đường sức điện và từ lặp lại nhưng đảo chiều.



# c) Sóng $TM_{m,n}$ :

- Với  $m =$  số nửa sóng theo trục  $x$ .
- Với  $n =$  số nửa sóng theo trục  $y$ .
- Sau một khoảng  $a/m$  dọc theo trục  $x$ , đường sức điện và từ lặp lại nhưng đảo chiều.
- Sau một khoảng  $\lambda_{m,0} / 2$  dọc theo trục  $z$ , đường sức điện và từ lặp lại nhưng đảo chiều.



## 5. Applications:

### Rectangular Metal Waveguides

Rectangular metal waveguides are commonly used to guide electromagnetic power when dealing with high power levels (radars, satellite and space communications, wireless/mobile base stations, etc)

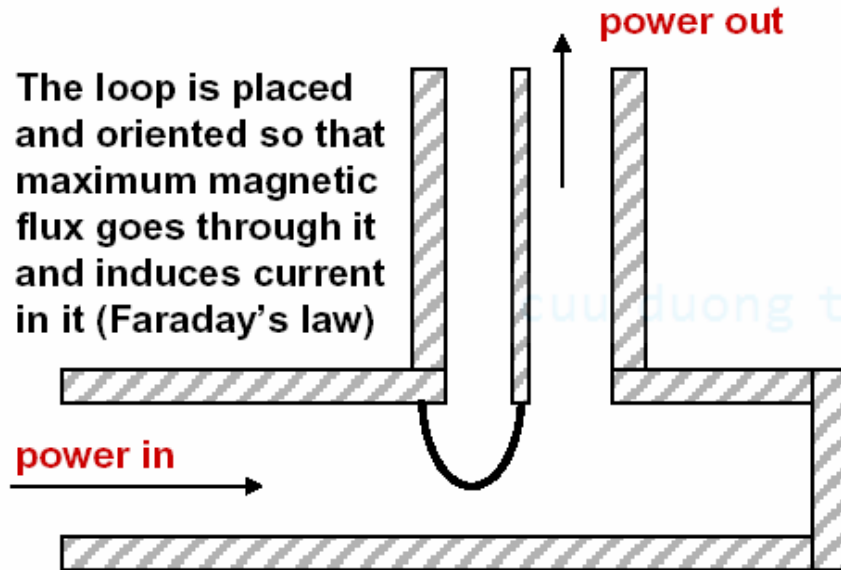


They are usually made of copper – and the best are gold plated

# 6. Waveguides and Coax cable adapters:

Sometimes it is necessary to transfer power between a waveguide and a coax cable

## Loop Design



## Pin Design

