II. ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC DẠNG BTQHTT

1. Định nghĩa
2. Các dạng bài toán QHTT
3. Quy tắc biến đổi BT QHTT

Khoa Cơ khí chế tạo máy

1. ĐỊNH NGHĨA

- QHTT là môn toán học nghiên cứu phương pháp tìm cực trị của một hàm tuyến tính thỏa mãn một số hữu hạn các ràng buộc được biểu diễn bằng các phương trình và bất phương trình tuyến tính

2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN QHTT

Dạng tổng quát	Dạng chính tắc	Dạng chuẩn
$\langle 1\rangle\ f(x)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to (\min)\ \max$	$\langle 1\rangle\ f(x)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to (\min)\max$	$\langle 1\rangle\ f(x)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$
$\langle 2\rangle \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j\ (\geq, \leq, =)\, b_i,\ i=1:m$	$\langle 2\rangle \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i,\ i=1:m$	$\langle 2\rangle \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i,\ i=1:m$
$\langle 3\rangle\ x_j\ (\geq, \leq, \text{tùy ý}, 0),\ j=1:n$	$\langle 3\rangle\ x_j \geq 0;\ j=1:n$	$\langle 3\rangle\ x_j \geq 0,\ j=1:n$

3. QUY TẮC BIẾN ĐỔI BT QHTT

FME - HCMUTE

- **Đưa bài toán f(x) → min về f(x) → max và ngược lại**

- Trong bài toán $f(x) = c.x \rightarrow min$, ta đặt $f'(x) = -c.x \rightarrow max$
- Gọi x^* là nghiệm tối ưu của $f'(x)$ và $-c.x = max\ f'(x)$ khi đó $-c.x^* \geq c.x$ hay $c.x^* \leq c.x$. Như vậy x^* cũng là nghiệm tối ưu của bài toán $f(x) \rightarrow min$
- Tức là min $f(x) = c.x^* = -\ max\ f'(x) = max\ (-\ f(x))$

3. QUY TẮC BIẾN ĐỔI BT QHTT

❑ Phương trình hóa các bất PT ở hệ ràng buộc

- ❖ Khi ràng buộc $A.x \le b$ ta thêm vào các biến phụ
- ➢ Khi đó ta có thể viết là: $A.x \le b \leftrightarrow A.x + E.w = b$

  - Trong đó $E = +1$; $w = (x_{n+1} \ldots x_{n+m})$ với ĐK $w \ge 0$
- ➢ Đặc điểm của ẩn phụ: Có hệ số = +1; Chỉ xuất hiện 1 lần trong PT ràng buộc; Độc lập tuyến tính với hàm mục tiêu (Hệ số ẩn phụ trong hàm mục tiêu bằng 0)

3. QUY TẮC BIẾN ĐỔI BT QHTT

- Khi ràng buộc $A.x \geq b$ ta thêm vào các biến phụ
- Khi đó ta có thể viết là: $A.x \geq b \leftrightarrow A.x - E.w = b$

  - Trong đó $E = +1$; $w = (x_{n+1} \ldots x_{n+m})$ với ĐK $w \geq 0$
- Đặc điểm của ẩn phụ: Có hệ số = +1; Chỉ xuất hiện 1 lần trong PT ràng buộc; Độc lập tuyến tính với hàm mục tiêu (Hệ số ẩn phụ trong hàm mục tiêu bằng 0)

3. QUY TẮC BIẾN ĐỔI BT QHTT

FME - HCMUTE

- Ví dụ: Chuyển bài toán về dạng chính tắc:

$$\langle 1\rangle\ f(x) = 4x_1 + 6x_2 \to \min$$

$$\langle 2\rangle \begin{cases} x_1 + x_2 \le 18 \\ 5x_1 + x_2 \ge 12 \\ x_1 \le 12 \\ x_2 \ge 9 \end{cases}$$

$$\langle 3\rangle\ x_j \ge 0,\ j = 1:2$$

- Bài làm:

Đặt ẩn phụ: $w = x_{n+1}$, với ĐK $w \ge 0$

$$\langle 1\rangle\ f(x) = 4x_1 + 6x_2 + 0.x_3 - 0.x_4 + 0.x_5 - 0.x_6 \to \min$$

$$\langle 2\rangle \begin{cases} x_1 + x_2 + 1x_3 = 18 \\ 5x_1 + x_2 - 1x_4 = 12 \\ x_1 + 1x_5 = 12 \\ x_2 - 1x_6 = 9 \end{cases}$$

$$\langle 3\rangle\ x_j \ge 0,\ j = 1 \div 6$$

3. QUY TẮC BIẾN ĐỔI BT QHTT

- **Khử $x_j \leq 0$ và x_j tùy ý**
- Với các ẩn $x_j \leq 0$: ta đặt $x_j = - x'_j$ với điều kiện $x'_j \geq 0$. khi đó chỗ nào có x_j ta thay bằng $- x'_j$. Sau khi giải bài toán theo x'_j ta căn cứ vào điều kiện để tìm x_j ban đầu
- Với các ẩn x_j tùy ý: ta đặt bằng hai ẩn $x_j = x'_j - x''_j$ với điều kiện $(x'_j, x''_j) \geq 0$. Sau khi giải bài toán theo x'_j, x''_j ta căn cứ vào điều kiện để tìm x_j ban đầu

3. QUY TẮC BIẾN ĐỔI BT QHTT

Ví dụ: chuyển bài toán QHTT sau về dạng chính tắc

- Đặt $w = x_{n+1}$, với ĐK $x_{n+1} \geq 0$; $x_2 = x'_2 - x''_2$ với ĐK $(x'_2, x''_2) \geq 0$

$$\langle 1 \rangle\ f(x) = 0{,}8x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}4x_4 \to \min$$

$$\langle 2 \rangle \begin{cases} 0{,}5x_1 + 0{,}2x_2 + 0{,}3x_3 + 0{,}6x_4 \leq 600 \\ 0{,}1x_1 + 0{,}4x_2 + 0{,}2x_3 + 0{,}5x_4 \leq 800 \\ x_1 + x_2 \geq 1000 \end{cases}$$

$$\langle 3 \rangle\ x_1 \geq 0,\ x_2 \text{ tùyý},\ (x_3, x_4) \geq 0$$

$$\langle 1 \rangle\ f(x) = 0{,}8x_1 + 0{,}3(x'_2 - x''_2) + 0{,}5x_3 + 0{,}4x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 \to \min$$

$$\langle 2 \rangle \begin{cases} 0{,}5x_1 + 0{,}2(x'_2 - x''_2) + 0{,}3x_3 + 0{,}6x_4 + 1x_5 = 600 \\ 0{,}1x_1 + 0{,}4(x'_2 - x''_2) + 0{,}2x_3 + 0{,}5x_4 + 1x_6 = 800 \\ x_1 + (x'_2 - x''_2) - 1x_7 = 1000 \end{cases}$$

$$\langle 3 \rangle\ x_1, x'_2, x''_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \geq 0;\ i = 1:7$$