

## HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP CHƯƠNG 11

1. Quy ước  $\tau > 0$  nếu  $\vec{\tau}$  hướng vào mặt phẳng tờ giấy,  $\tau < 0$  nếu  $\vec{\tau}$  hướng ra mặt phẳng tờ giấy.

a.  $\tau = 10.4. \sin 20^\circ - 25.2. \sin 60^\circ = -30 \text{ N.m} \Rightarrow \vec{\tau}$  hướng ra mặt phẳng tờ giấy.

b.  $\tau = 10.4. \sin 20^\circ - 30.2. \sin 45^\circ = -36 \text{ N.m} \Rightarrow \vec{\tau}$  hướng ra mặt phẳng tờ giấy.

2. a. Dùng công thức nhân vectơ:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\vec{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\vec{k}$$

Kết quả:  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = -10\vec{k} \text{ (N.m)}$

b.c. Có, rất nhiều.

3.  $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$

trong đó:

$$\vec{L}_1 = \vec{r}_1 \times m_1 \vec{v}_1 \Rightarrow L_1 = r_1 \cdot m_1 \cdot v_1 = \frac{l}{2} \cdot m_1 \cdot v \text{ và } \vec{L}_1 \text{ hướng cùng chiều trục z.}$$

$$\vec{L}_2 = \vec{r}_2 \times m_2 \vec{v}_2 \Rightarrow L_2 = r_2 \cdot m_2 \cdot v_2 = \frac{l}{2} \cdot m_2 \cdot v \text{ và } \vec{L}_1 \text{ hướng cùng chiều trục z.}$$

Suy ra:  $\vec{L}$  hướng cùng chiều trục z và có độ lớn:  $L = L_1 + L_2 = 17,5 \text{ kg.m}_2 \cdot \text{s}$

**Hoặc:** Vì hệ là một vật rắn nên có thể tính bằng công thức:  $\vec{L} = I\vec{\omega}$

trong đó:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2v}{l} \text{ và } I = m_1 \cdot \frac{l}{2} + m_2 \cdot \frac{l}{2} \text{ và } \vec{\omega} \text{ hướng từ trong ra ngoài}$$

4. a. Sửa lại: Tính tổng momen của các ngoại lực tác dụng lên hệ đối với trục rỗng rọc.

$$\tau = R.P. \sin 90^\circ = 3,14 \text{ N.m}$$

b.  $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = I\vec{\omega} + \vec{r} \times m\vec{v} \Rightarrow L = MR^2 \cdot \frac{v}{R} + Rmv$  và  $\vec{L}$  hướng từ trong ra ngoài

c.  $\tau = \frac{dL}{dt} \Rightarrow \tau = R(M + m) \cdot \frac{dv}{dt} = R(M + m)a \Rightarrow a = 6,53 \text{ m/s}^2$

5.a.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = dx = 6t^2 \cdot dt$$

Lấy tích phân hai vế:

$$\int_0^x dx = \int_0^t 6t^2 \cdot dt \Rightarrow x = 2t^3$$

Tương tự:  $y = t^2$

c.  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 12t\vec{i} + 2\vec{j} \quad (m/s^2)$

d.  $\vec{F} = m\vec{a} = 60t\vec{i} + 10\vec{j} \quad (N)$

e.  $\vec{r} = 2t^3 \cdot \vec{i} + t^2 \cdot \vec{j}$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = -40t^3\vec{k} \quad (N \cdot m)$

f.  $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = -10t^4\vec{k} \quad (kg \cdot m^2/s)$

g.  $K = \frac{1}{2}mv^2 = 90t^4 + 10t^2 \quad (J)$

**h. Tính công suất truyền cho hạt.**

$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 360t^3 + 20t \quad (W)$

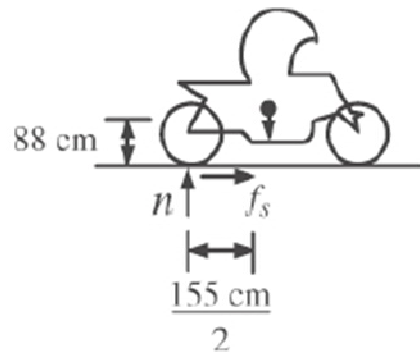
6.  $L = I\omega$

a.  $I = MR^2$

b. Dùng định lý trục song song:  $I = MR^2 + M\left(\frac{R}{2}\right)^2$

7.

Xét hệ gồm xe và người. Khi bánh trước xe bị hất văng lên khỏi mặt đất thì hệ chỉ chịu tác dụng của 3 ngoại lực: trọng lực  $\vec{P}$  có điểm đặt tại khối tâm, phản lực tác dụng lên bánh sau  $\vec{n}$  có điểm đặt tại điểm tiếp xúc của bánh với mặt đường và lực ma sát nghỉ tác dụng lên bánh sau  $\vec{f}_s$  có điểm đặt tại điểm tiếp xúc của bánh với mặt đường.



Ta có phương trình:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{n} + \vec{f}_s$$

Suy ra:  $ma = f_s$  và  $n = P$  (1)

Xét hệ đối với trục quay qua khối tâm, hệ không quay quanh trục này nên gia tốc góc  $\alpha = 0$ .

$$\tau = I\alpha \Rightarrow P \cdot 0 + f_s \cdot d_1 - n \cdot d_2 = 0 \quad (2)$$

trong đó:  $d_1 = 88 \text{ cm}$  và  $d_2 = 77,5 \text{ cm}$ .

Kết hợp (1) và (2) ta thu được:  $a = 8,63 \text{ m/s}^2$

**8.** Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng cho hệ gồm bàn xoay và em bé. Xét momen động lượng của hệ ở hai thời điểm:

Trước khi em bé nhảy lên bàn xoay:  $L_1 = I_1 \cdot \omega_1$

Sau khi em bé nhảy lên bàn xoay:  $L_2 = I_2 \cdot \omega_2$

trong đó:  $I_1 = I$  và  $I_2 = I + m \cdot R^2$

$$L_1 = L_2 \Rightarrow \omega_2 = 7,14 \text{ vòng/phút}$$

**9. Sửa lại: Tổng momen quán tính của ghế xoay và học sinh đối với trục quay là  $3,00 \text{ kg.m}^2$  và được xem như không đổi.**

Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng cho hệ gồm ghế xoay, học sinh và hai quả tạ:

Khi học sinh dang tay:  $L_1 = I_1 \cdot \omega_1$

Khi học sinh co tay:  $L_2 = I_2 \cdot \omega_2$

trong đó:  $I_1 = I + 2m \cdot r_1^2$  và  $I_2 = I + 2m \cdot r_2^2$  với  $r_1 = 1 \text{ m}$ ;  $r_2 = 0,30 \text{ m}$  và  $I = 3 \text{ kg.m}^2$

$$L_1 = L_2 \Rightarrow \omega_2 = 1,91 \text{ rad/s}$$

Động năng của hệ:  $K_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$  và  $K_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$

**10.** Momen động lượng của hệ được bảo toàn.

a. Trước khi viên đạn cắm vào khối gỗ:  $\vec{L}_1 = \vec{r} \times m\vec{v}_1 \Rightarrow L_1 = r \cdot mv_1 \cdot \sin 90^\circ = \ell \cdot mv_1$

b. Sau khi viên đạn cắm vào khối gỗ:

$$\vec{L}_2 = \vec{r} \times (m + M)\vec{v}_2 \Rightarrow L_2 = r \cdot (m + M)v_2 \cdot \sin 90^\circ = \ell \cdot (m + M)v_2$$

$$L_1 = L_2 \Rightarrow v_2 =$$

$$\frac{K_1 - K_2}{K_1} = \frac{M}{M + m}$$

**11. a. b.**  $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \Rightarrow L = 0,9 \cdot 0,005 \cdot 103 = 4,5 \text{ kg.m}^2 \cdot \text{s}$

c. Không.

d.  $\vec{L}_2 = I\vec{\omega}$  trong đó  $I = I_1 + I_2 = mr^2 + \frac{1}{3}ML^2$  với  $r = 0,9 \text{ m}$

$\vec{L}_1 = \vec{L}_2 \Rightarrow L = L_2 \Rightarrow \omega = 0,749 \text{ rad/s}$

e.  $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$  và  $K_2 = \frac{1}{2}I\omega^2$

12. a.  $I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{7}{3}md^2$

b.  $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = mg \cdot \frac{4d}{3} + mg \cdot \frac{d}{3} - mg \cdot \frac{2d}{3}$

c.  $\tau = I \cdot \alpha$

d.  $a_{t3} = r \cdot \alpha$  trong đó  $r = \frac{3d}{3}$

e. Xét hệ gồm 3 vật và Trái đất. Cơ năng của hệ bảo toàn. Động năng của hệ lớn nhất khi thế năng của hệ nhỏ nhất, lúc này thanh có phương thẳng đứng với vật 3 ở trên. Xét cơ năng của hệ trên tại hai thời điểm: lúc  $t = 0$  và lúc thanh có phương thẳng đứng với vật 3 ở trên thì có kết quả:

$$K_{max} = mgd$$

f.  $K_{max} = \frac{1}{2}I\omega_{max}^2 \Rightarrow \omega_{max}$

13.

a. Hệ gồm thanh và viên đạn là hệ cô lập, tổng momen ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không.

b.  $\vec{L}_1 = \vec{r} \times m\vec{v}_0 \Rightarrow L_1 = \frac{d}{2}mv_0$

c.  $I = m\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}Md^2 = \frac{1}{12}(M + 3m) \cdot d^2$

d.  $L_2 = I\omega = \frac{1}{12}(M + 3m) \cdot d^2 \cdot \omega$

e. Momen động lượng của hệ bảo toàn:  $L_1 = L_2$

$$\frac{d}{2}mv_0 = \frac{1}{12}(M + 3m) \cdot d^2 \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{6mv_0}{(M + 3m) \cdot d}$$

f.  $K_1 = \frac{1}{2}mv_0^2$

g.  $K_2 = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{3m^2v_0^2}{2(M+3m)}$

h.

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{(M + 3m)}{3m}$$

14.a.  $\vec{L}_1 = \vec{r}_1 \times m_1\vec{v}_{01} + \vec{r}_2 \times m_2\vec{v}_{02} \Rightarrow L_1 = 2 \cdot \frac{d}{2}mv_0 = 3,75 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

b.  $K_1 = 2 \cdot \frac{1}{2}mv_0^2 = 1,88 \times 10^3 \text{ J}$  hoặc tính bằng công thức  $K_1 = 2 \cdot \frac{1}{2}I_1\omega_1^2$  với  $\omega_1 = v_0/r$

c. Momen động lượng của hệ bảo toàn nên:  $L_2 = L_1$

d.  $L_2 = 2 \cdot \frac{d}{4} mv$  vì  $L_2 = L_1 \Rightarrow v = 2v_0 = 10 \text{ m/s}$

e.  $K_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} mv^2 = 7,5 \times 10^3 \text{ J}$

f.  $K_2 - K_1 = 5,62 \times 10^3 \text{ J}$

15. Momen quán tính của Trái đất (không kể hai đĩa băng)

$$I_1 = \frac{2}{5} MR^2$$

Momen quán tính của hai đĩa băng:

$$I_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} mr^2$$

Momen quán tính của lớp nước mỏng bao quanh Trái đất:

$$I_3 = \frac{2}{3} mR^2$$

Tốc độ góc ban đầu của Trái đất:

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{86400} \text{ s}$$

Tốc độ góc mới của Trái đất:

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{(86400 + \Delta t)} \text{ s}$$

Do bảo toàn momen động lượng:

$$(I_1 + I_2)\omega_1 = (I_1 + I_3)\omega_2 \Rightarrow \Delta t = 0,055 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0,055}{86400} = 6,368 \times 10^{-4} \%$$