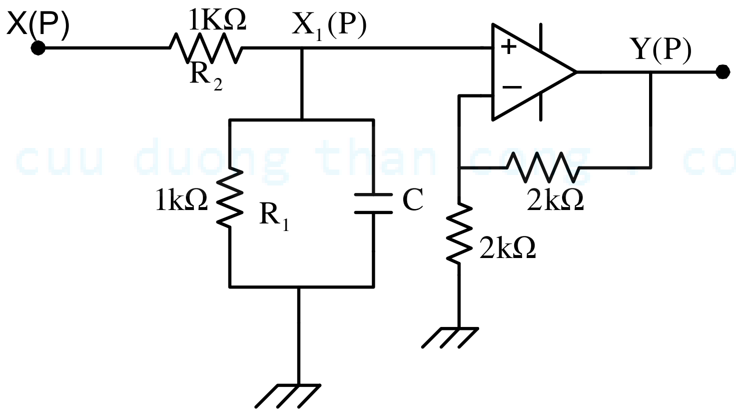
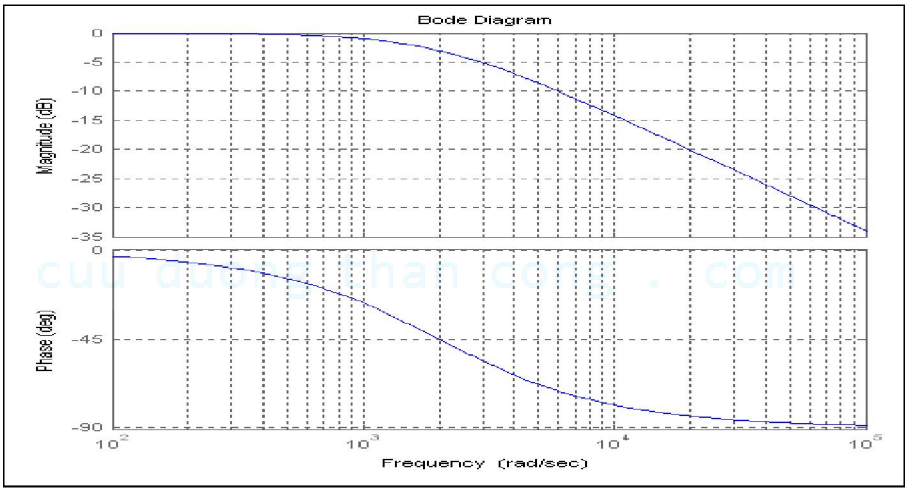
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT TP. HCM
KHOA ĐIỆN
BỘ MÔN. CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN
------------0-----------

BIÊN SOẠN: *ThS*. LÊ THỊ THANH HOÀNG

BÀI GIẢNG.

MẠCH ĐIỆN II





TP. HCM Tháng 12 / 2007

LỜI NÓI ĐẦU

MẠCH ĐIỆN là một môn học cơ sở quan trọng đối với sinh viên khối kỹ thuật nói chung và sinh viên ngành điện nói riêng. Để có thể tiếp tục nghiên cứu chuyên sâu về lĩnh vực điện thì sinh viên phải nắm vững những kiến thức trong môn học MẠCH ĐIỆN.

Ngoài ra môn học này là còn là môn cơ sở để cho sinh viên học tiếp các môn chuyên ngành khác như môn Điều Khiển Tự Động, Máy Điện, Lý Thuyết Tín Hiệu…
Mạch điện II này bao gồm ba chương :

Chương I: Phân tích mạch trong miền thời gian
Chương II: Phân tích mạch trong miền tần số
Chương III : Mạch không tuyến tính
Chương IV. Đường dây dài

Quyển sách này tác giả trình bày các phương pháp phân tích mạch có kèm theo các ví dụ cụ thể và các bài tập được soạn theo từng các chương lý thuyết, để giúp người học có thể giải và ứng dụng vào các môn học có liên quan.

Tác giả đã viết bài giảng này với sự cố gắng sưu tầm các tài liệu trong và ngoài nước, với sự đóng góp tận tình của các đồng nghiệp trong và ngoài bộ môn, cùng với kinh nghiệm giảng dạy môn học này trong nhiều năm. Tuy nhiên đây cũng là lần đầu tiên biên soạn bài giảng mạch điện II nên không thể tránh khỏi những thiếu sót. Tôi rất mong sự đóng góp ý kiến của các đồng nghiệp, của các em sinh viên và các bạn đọc quan tâm đến bài giảng này.

Xin chân thành cảm ơn.
TP. HCM tháng 12 năm 2007.

MỤC LỤC

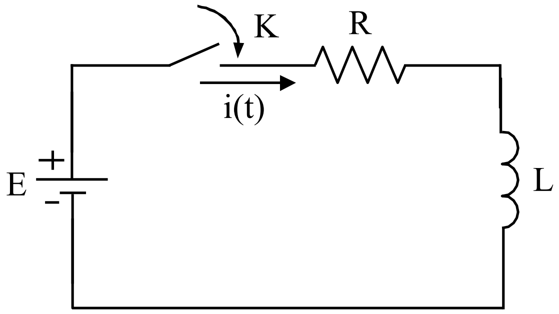
Trang

CHƯƠNG I: PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN THỜI GIAN (QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ)

I.1. KHÁI NIỆM

Quá trình quá độ là quá trình biến đổi dòng điện ban đầu thành giá trị xác lập.

Xét mạch điện như hình vẽ (1.1):



H ình (1.1)

Trong đó: K là khóa dùng đóng mở mạch điện.

Trước khi khóa K đóng i = 0 gọi là giá trị ban đầu.

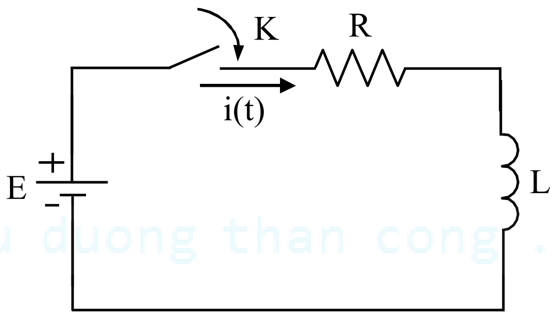
Khóa K đóng trong một thời gian dài thì dòng điện đạt đến giá trị xác lập là $i = \frac{E}{R}$

Quá trình biến đổi từ giá trị ban đầu đến giá trị xác lập được gọi là quá trình quá độ.

I.2. ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN GIẢI BÀI TOÁN QUÁ ĐỘ (PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN)

I.2.1. Giải bài toán với điều kiện ban đầu bằng 0

Ví dụ 1: Cho mạch điện như hình vẽ (1.2):



Hình (1.2)

Tại t = 0 đóng khoá K lại. Tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch điện.

Lời giải

Khi khóa K đóng lại:

$$u_R + u_L = E \quad (1.1.1)$$

Mà: $u_R = iR$

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$ thay vào pt(1.1) ta được:

$$\Rightarrow iR + L\frac{di}{dt} = E \qquad (1.1.2)$$

Vậy ta phải giải phương trình vi phân để tìm i(t).

Giả sử i là nghiệm của phương trình:

$$i = i_{\text{tự do}} + i_{\text{xác lập}} \qquad (1.1.3)$$

- $i_{\text{xác lập}}$: là dòng điện trong mạch sau khi đóng (hoặc mở) khoá K sau một thời gian dài. Trong mỗi mạch điện cụ thể có một giá trị xác lập.
- $i_{\text{tự do}}$: là nghiệm của phương trình vi phân có vế phải bằng không (phương trình thuần nhất).

(Thành phần tự do của điện áp và dòng điện phụ thuộc vào năng lượng tích lũy trong mạch và các thông số mạch, nó không phụ thuộc vào hình dạng của nguồn tác động)

Đặt $i_{td} = ke^{St}$

Trong đó:

k: hằng số
S: số phức
t: thời gian

$$iR + L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (1.1.4)$$

Thay vào:

$$\Leftrightarrow ke^{St}R + L\frac{d(ke^{st})}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow ke^{St}(R + LS) = 0$$

Để nghiệm $i_{td} \neq 0$ ($ke^{St} \neq 0$)

$$\Rightarrow R + LS = 0$$

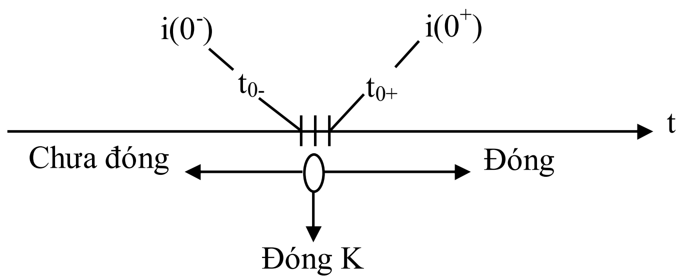
$$\Rightarrow S = -\frac{R}{L}$$

$$\Rightarrow i_{td} = ke^{-\frac{Rt}{L}}$$

Mà: $i_{\text{xác lập}} = \dfrac{E}{R}$

Vậy: $i(t) = \dfrac{E}{R} + ke^{-\frac{R}{L}t}$

Xác định k: Dựa vào điều kiện ban đầu của bài toán $i(0^+) = 0$

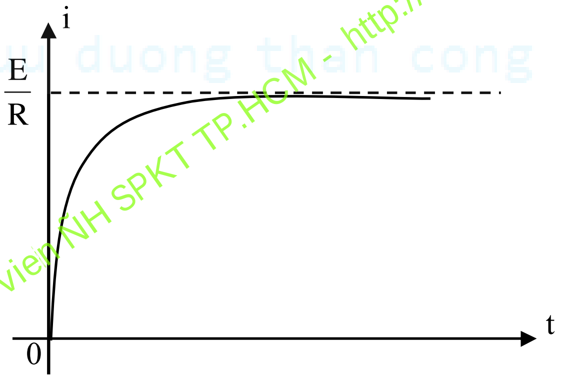


Tại t = 0: $\quad i(0) = \frac{E}{R} + ke^{o} = 0 \quad \Rightarrow k = -\frac{E}{R}$

$$i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (A)$$

Vậy:

- Tại $t = 0 \Rightarrow i = 0$
- Tại $t = \infty \Rightarrow i = \frac{E}{R}$



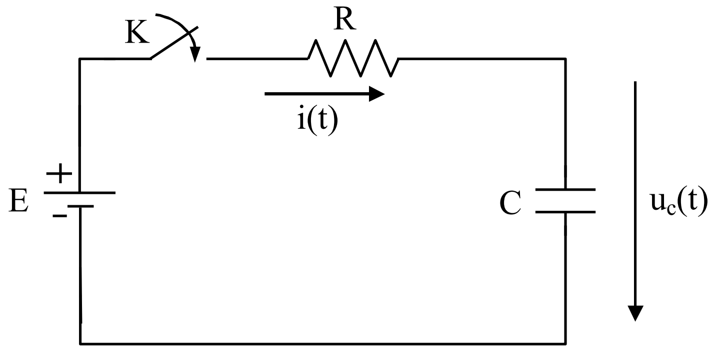
Đặt $\tau = \frac{L}{R}$: hằng số thời gian

$$i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Khi $t = 3\tau$ thì $i \approx i_{xác\ lập}$ (96%)

Thời gian quá độ là thời gian để dòng điện đi từ giá trị ban đầu đến giá trị xác lập.

Ví dụ 2: Cho mạch điện như hình vẽ (1.3):



Hình (1.3)

Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm $u_c(t)$.

Lời giải

Khi đóng khóa K: $u_R + u_c = E$ (1.2.1)

Mà:
$$\left.\begin{aligned} u_R &= iR \\ i &= C\frac{du_C}{dt} \end{aligned}\right\}\ \text{thay vào(1.2.1)}$$

$$u_c + RC\frac{du_C}{dt} = 0 \qquad (1.2.2)$$

Đây là phương trình vi phân. Giải phương trình vi phân trên để tìm $u_c(t)$.

Đặt: $u_c = u_{c\text{ tự do}} + u_{c\text{ xác lập}}$ (1.2.3)

- $u_{c\text{ xác lập}}$: là điện áp xác lập trên tụ một thời gian dài sau khi đóng (hoặc mở) khóa K.

  $u_{c\text{ xác lập}} = E$ (khi tụ đã được nạp đầy)

- $u_{c\text{ tự do}}$: là nghiệm của phương trình vi phân có vế phải bằng không.

$$u_c + RC\frac{du_C}{dt} = 0 \qquad (1.2.4)$$

Đặt: $u_{c\text{ tự do}} = ke^{St}$

Vậy:

$$ke^{St} + \frac{RCd(ke^{St})}{dt} = 0$$

Trong đó:

k: hằng số
S: số phức
t: thời gian

$\Leftrightarrow ke^{St} + RCS.ke^{St} = 0$

$\Leftrightarrow ke^{St}(1 + RCS) = 0$

Do $ke^{St} \neq 0$ nên:

$$(1 + RCS) = 0 \Rightarrow S = -\frac{1}{RC}$$

Phương trình trên là phương trình đặc trưng

$$u_{c\ tự\ do} = k\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u(t) = E + k\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

Xác định k: Dựa vào điều kiện ban đầu của bài toán:

$$u_c(0) = 0$$

Tại $t = 0$:

$$u_c(0) = E + ke^0 = 0$$

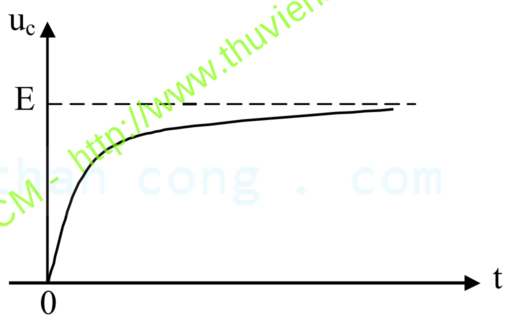
$$\Rightarrow\ k = -E$$

$$\Rightarrow u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Đặt $\tau = RC$: hằng số thời gian của mạch (đơn vị s)

Vậy: $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

- khi $t = 0 \rightarrow u_c(t) = 0$
- khi $t = \infty \rightarrow u_c(t) = E$

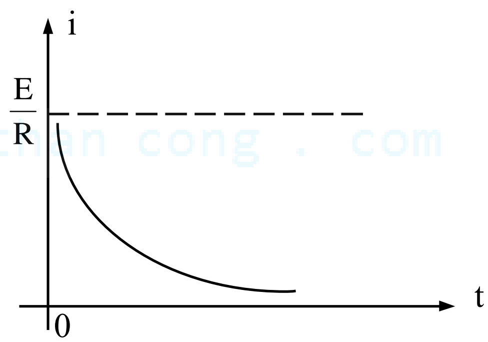


Theo đề bài ta tìm i(t)

$$i = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d(E - E.e^{-\frac{t}{RC}})}{dt} = \frac{CE}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{với } \tau = RC$$

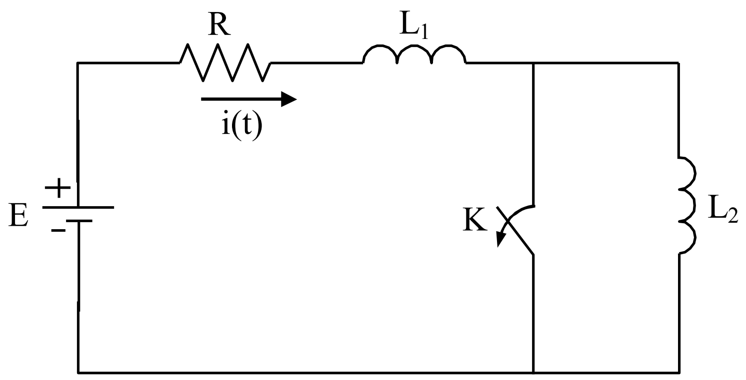
- Tại $t = 0 \Rightarrow i = \dfrac{E}{R}$
- Tại $t = \infty \Rightarrow i = 0$



I.2.2. Giải bài toán với điều kiện đầu khác 0

a. Mạch có cuộn dây

Cho mạch điện như hình vẽ (1.4)



Hình (1.4)

Tại t = 0, mở khóa K. Xác định $i(0^+)$.

Điều kiện bảo toàn từ thông: Tổng từ thông móc vòng trong một vòng kín liên tục tại thời điểm đóng mở:

$\Rightarrow \sum\varphi(0^-) = \sum\varphi(0^+)$ (1.1)

- Tại $t_{0-} \Leftrightarrow \varphi(0^-)$
- Tại $t_{0+} \Leftrightarrow \varphi(0^+)$

Từ thông $\varphi = L.i$

$\sum L.i(0^-) = \sum L.i(0^+)$ (1.2)

❖ Tại t_{0-}:

$$\sum\varphi(0^-) = L_1.i(0^-)$$

$$i_{L1(0-)} = \frac{E}{R}$$

$$i_{L2(0-)} = 0$$

❖ Tại t_{0+}:

$$\sum\varphi(0^+) = L_1.i(0^+) + L_2.i(0^+) = (L_1 + L_2).i(0^+)$$

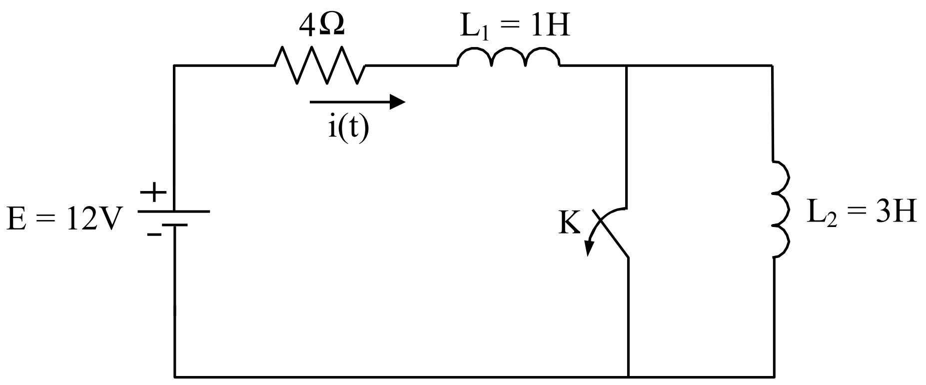
Mà: $\sum\varphi(0^-) = \sum\varphi(0^+)$

$\Rightarrow L_1.i(0^-) = (L_1 + L_2).i(0^+)$

Vậy $\Rightarrow i(0^+) = \dfrac{L_1\dfrac{E}{R}}{L_1 + L_2}$ (1.3)

Ví dụ áp dụng:

Cho mạch điện như hình vẽ (1.5)



Hình (1.5)

Tại t = 0 mở K, tìm i(t).

Lời giải

Trước khi mở K:

$$i(0^-) = \frac{E}{R} = \frac{12}{4} = 3A$$

Tại t_{0+}:

$$i(0^+) = \frac{L_1 i(0^-)}{L_1 + L_2} = \frac{3}{4}A$$

Khi mở K:

$$iR + (L_1 + L_2)\frac{di}{dt} = E \qquad \text{: phương trình vi phân}$$

Giải phương trình vi phân

Đặt $i = i_{td} + i_{xl}$

$$i_{xl} = \frac{E}{R} = 3\ \text{(A)}$$

i_{td} là nghiệm của phương trình vi phân có vế phải bằng 0

$$iR + (L_1 + L_2)\frac{di}{dt} = 0$$

Đặt $i_{td} = ke^{St}$

$$\Leftrightarrow ke^{St}R + (L_1 + L_2)\frac{d(ke^{St})}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow ke^{St}[R + (L_1 + L_2)S] = 0$$

Do $ke^{St} \neq 0$ nên $\Rightarrow R + (L_1 + L_2)S = 0 \Rightarrow S = -\frac{R}{L_1 + L_2}$

$$\Rightarrow i_{td} = ke^{-\frac{R}{L_1+L_2}t}$$

$$i(t) = 3 + ke^{-\frac{R}{L_1+L_2}t}$$

Xác định k:

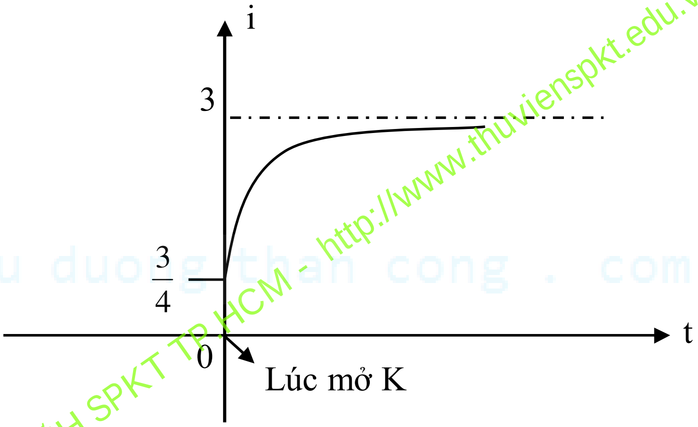
$$i(0^+) = 3 + ke^o = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow k = -\frac{9}{4}$$

Vậy $i(t) = 3 - \frac{9}{4}e^{-\frac{t}{\tau}}$ với $\tau = \frac{L_1 + L_2}{R}$

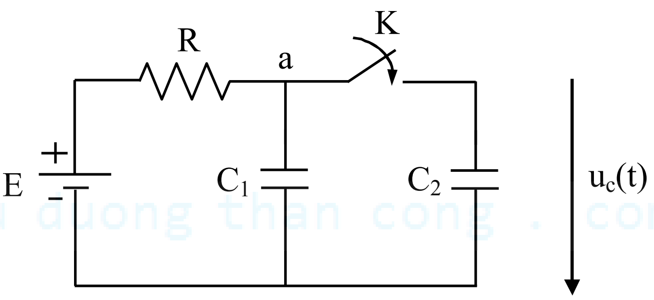
$t_{\text{quá độ}}$ = 3s dòng điện đạt giá trị ổn định.

Khi mở khóa K dòng điện tăng lên 3A (giá trị i_{xl})



b. Mạch có tụ

Cho mạch điện như hình vẽ (1.6)



Hình (1.6)

Tại t = 0 đóng khóa K. Tìm $u_c(t)$.

Lời giải

Trước khi đóng K:

$$u_{c1}(0^-) = E$$

$$u_{c2}(0^-) = 0$$

Tại $t(0_+)$:

$$u_{c1}(0^+) = u_{c2}(0^+) = u_c(0^+)$$

Điều kiện bảo toàn điện tích: Điện tích tại 1 đỉnh (nút) liên tục tại thời điểm đóng mở:

$$\Sigma q(0^+) = \Sigma q(0^-) \qquad (1.4)$$

Điện tích tại a ở $t(0^-)$

Ở $t(0^-)$: $q(0^-) = C_1.u_{c1}(0^-) = C_1.E$

$t(0^+)$: $q(0^+) = C_1.u_{c1}(0^+) + C_2.u_{c2}(0^+) = (C_1 + C_2).U_c(0^+)$

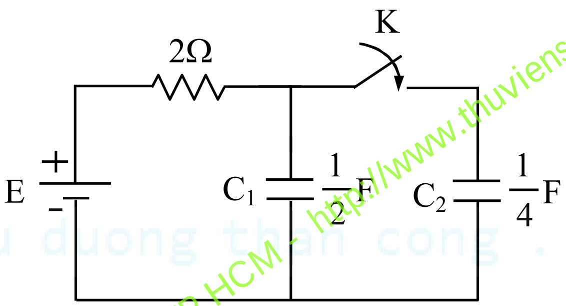
$$q(0^+) = q(0^-)$$

$\Rightarrow (C_1 + C_2).U_c(0^+) = C_1.E$

$$\Rightarrow u_c(0^+) = \frac{C_1E}{C_1 + C_2}$$

Ví dụ áp dụng:

Cho mạch điện như hình vẽ (1.7):



Hình (1.7)

Tại t = 0 đóng K, tìm $u_c(t)$.

Lời giải

+ Tìm điều kiện ban đầu:

$$\Rightarrow u_c(0^+) = \frac{C_1E}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{1}{2}.10}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{20}{3}(V)$$

+ Khi đóng K lại ta có:

$$u_R + u_c = E$$

Với $C = C_1 + C_2$; $u_R = iR = RC\dfrac{du_c}{dt}$

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = E$$: phương trình vi phân

Giải phương trình vi phân tìm u_c

Ta đặt: $u_c(t) = u_{ctd} + u_{cxl}$

Với $u_{cxl} = E$ (điện áp sau khi đóng khóa K thời gian dài)

Tìm u_{ctd} bằng cách cho vế phải của phương trình vi phân bằng 0

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

Đặt $u_{ctd} = ke^{St}$ thay vào phương trình ta được:

$$ke^{St} + \frac{RCd(ke^{St})}{dt} = 0$$

Trong đó:

k: hằng số
S: số phức
t: thời gian

$$\Leftrightarrow ke^{St} + RCS.ke^{St} = 0$$

$$\Leftrightarrow ke^{St}(1 + RCS) = 0$$

Do $ke^{St} \neq 0$ nên:

$$(1 + RCS) = 0 \Rightarrow S = -\frac{1}{RC}$$

Phương trình trên là phương trình đặc trưng.

Ta được $u_c(t) = E + k\,e^{-\frac{t}{RC}}$

Xác định k: Dựa vào điều kiện ban đầu của bài toán.

$u_{c1}(0^-) = E$; $u_{c2}(0^-) = 0$

$$u_c(t) = E + k\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

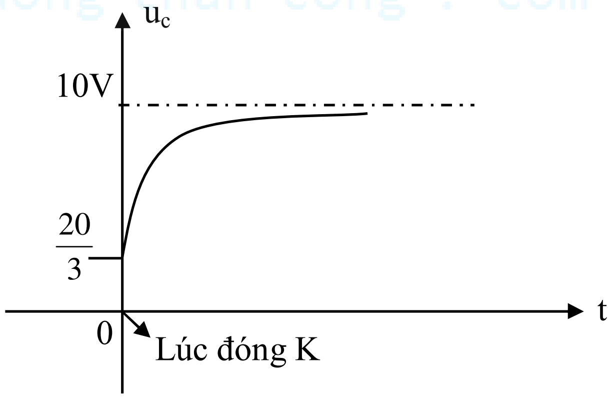
Tại $t = 0 \Leftrightarrow u_c(0^+) = E + ke^0 = 10 + ke^0 = \frac{20}{3}$

$$\Rightarrow k = -\frac{10}{3}$$

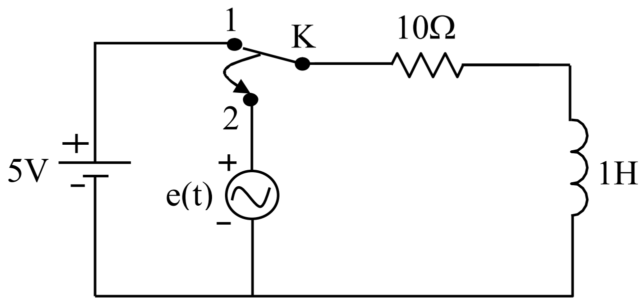
$\tau = RC$: hằng số thời gian của mạch (đơn vị s)

$$\tau = RC = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2}$$

Vậy $u_c(t) = 10 - \frac{10}{3}e^{-\frac{2t}{3}}$ (V)



Ví dụ: Cho mạch điện như hình vẽ (1.8)



Hình (1.8)

Cho $e(t) = 10\cos(10t + 45^0)$. Khi K đang đóng ở vị trí 1, tại t = 0 đóng K sang vị trí 2. Tìm i(t).

Lời giải

Trước khi đóng K sang (2) ta có:

$$i(0^-) = \frac{E}{R} = \frac{1}{2} \text{ (A)}$$

Khi vừa đóng sang (2) $\leftrightarrow i(0^+)$

$$i(0^+) = \frac{1}{2} \text{ (A) (do } L.i(0^-) = L.i(0^+)\text{), không gây đột biến vì chỉ có 1 cuộn dây)}$$

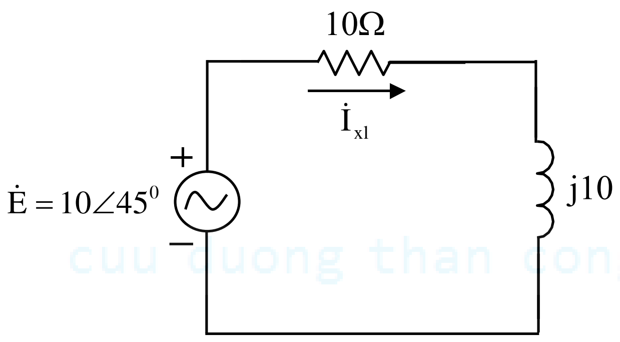
Khi đóng K sang (2)

$$iR + L\frac{di}{dt} = e = 10\cos(10t + 45^0)$$

Đặt $i = i_{td} + i_{xl}$

i_{xl}: dòng điện xác lập là dòng điện khi đóng điện một thời gian dài.

Ta có sơ đồ tương đương:



Tổng trở phức toàn mạch:

$$\dot{Z} = 10 + j10 = 10\sqrt{2}\angle 45^0$$

$$\dot{I}_{XL} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{10\angle 45^0}{10\sqrt{2}\angle 45^0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow i_{xl} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 10t$$

Xác định i_{td} ta giải phương trình vi phân:

$$iR + L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i_{td} = ke^{-\frac{R}{L}t} = ke^{-10t}$$

$$i(t) = ke^{-10t} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 10t$$

Xác định k: Dựa vào điều kiện ban đầu của bài toán

$$i(0^+) = ke^0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 0 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow k = -0,207$$

Vậy $i(t) = -0,207e^{-10t} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 10t$

I.3. ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE GIẢI BÀI TOÁN QUÁ ĐỘ

Phương pháp tích phân kinh điển nghiên cứu ở mục trên có ưu điểm là cho thấy rõ hiện tượng vật lý của dòng điện và điện áp quá độ nhưng không tiện dùng cho các mạch phức tạp vì vậy việc giải trực tiếp phương trình vi phân sẽ khó khăn, khi bậc của phương trình vi phân cao.

Phương pháp toán tử có ưu điểm là ở chỗ, nó cho phép đại số hóa phương trình vi tích phân, với các điều kiện đầu được tự động đưa vào phương trình đại số, do đó kết quả nhận được sẽ nhanh hơn trong trường hợp giải trực tiếp.

I.3.1. Một số kiến thức cơ bản để biến đổi Laplace

Gọi f(t) là hàm gốc, biến thiên theo thời gian t và ta biến đổi thành hàm F(p). F(p) được gọi là hàm ảnh; p: số phức. Biểu thức (1.5) dùng để xác định ảnh của một hàm f(t).

$$\mathscr{L}[f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt \qquad (1.5)$$

Trong đó P là số phức:

$$p = \sigma + j\omega$$

Các tính chất cơ bản của biến đổi Laplace là:

Ảnh của đạo hàm gốc:

$$\mathscr{L}[f'(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} \frac{d}{dt}f(t)e^{-pt}dt \qquad (1.6)$$

Dùng công thức tích phân phân đoạn ta có:

$$\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt = f(t)e^{-Pt}\Big|_0^{\infty} + p\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt = p.F(P) - f(0) \qquad (1.7)$$

Ảnh của đạo hàm gốc bằng hàm ảnh nhân với p.

$$\mathscr{L}\left[\int_0^{\infty} f(t)dt\right] = \frac{F(P)}{P} \qquad (1.8)$$

Ảnh của tích phân hàm gốc bằng hàm ảnh chia cho p.

Nhờ hai tính chất quan trọng của biến đổi Laplace ta chuyển phương trình vi tích phân theo hàm gốc thành phương trình đại số với ảnh là F(p).

BẢNG BIẾN ĐỔI LAPLACE

Hàm gốc f(t)	Hàm ảnh F(p)
1	$\frac{1}{p}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$
$\frac{1}{\alpha}\left(1-e^{-\alpha t}\right)$	$\frac{1}{p\left(p+\alpha\right)}$
$t.e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{\left(p+\alpha\right)^2}$
cosωt	$\frac{P}{P^2+\omega^2}$
sinωt	$\frac{\omega}{P^2+\omega^2}$
t	$\frac{1}{p^2}$
t^n	$\frac{n!}{P^{n+1}}$
$\frac{1}{\alpha_2-\alpha_1}(e^{-\alpha_1 t}-e^{-\alpha_2 t})$	$\frac{1}{(p+\alpha_1)(p+\alpha_2)}$
$\frac{1}{\alpha_1-\alpha_2}(\alpha_1 e^{-\alpha_1 t}-\alpha_2 e^{-\alpha_2 t})$	$\frac{p}{(p+\alpha_1)(p+\alpha_2)}$
$t^n e^{-\alpha t}$	$\frac{n!}{(p+\alpha)^{n+1}};n=0,1,2...$
$\frac{1}{\alpha^2}\left[1-(1+\alpha t)e^{-\alpha t}\right]$	$\frac{1}{p(p+\alpha)^2}$
$\frac{1}{\alpha^2}(e^{-t}+\alpha t-1)$	$\frac{1}{p^2(p+\alpha)}$
$(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$	$\frac{p}{(p+\alpha)^2}$
$e^{-\alpha t}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$
$e^{-\alpha t}\cos\omega t$	$\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$

$\frac{1}{\omega^2}(1-\cos\omega t)$	$\frac{1}{p(p^2+\omega^2)}$
$t\sin\omega t$	$\frac{2\omega p}{(p^2+\omega^2)^2}$
$t\cos\omega t$	$\frac{p^2-\omega^2}{(p^2+\omega^2)^2}$
$\frac{\omega_1\sin\omega_2 t-\omega_2\sin\omega_1 t}{\omega_1^2-\omega_2^2}$	$\frac{\omega_1\omega_2}{(p^2+\omega_1^2)(p^2+\omega_2^2)}$
$\frac{\omega_1\sin\omega_1 t-\omega_2\sin\omega_2 t}{\omega_1^2-\omega_2^2}$	$\frac{p^2}{(p^2+\omega_1^2)(p^2+\omega_2^2)}$
$\frac{\cos\omega_2 t-\cos\omega_1 t}{\omega_1^2-\omega_2^2}$	$\frac{p}{(p^2+\omega_1^2)(p^2+\omega_2^2)}$
$\frac{\omega_1^2\cos\omega_1 t-\omega_2^2\cos\omega_2 t}{\omega_1^2-\omega_2^2}$	$\frac{p^3}{(p^2+\omega_1^2)(p^2+\omega_2^2)}$
$\frac{\sin\omega t}{t}$	$arctg\frac{\omega}{p}$

Ngược lại nếu biết hàm ảnh $F(P)=\frac{P_1(p)}{P_2(p)}$ ta có thể tìm được hàm gốc theo công thức sau:

$$f(t)=\sum_{K=1}^{n}\frac{P_1(p_K)}{P'_2(p_K)}e^{p_K t}$$

Trong đó $P'_2(P_K)$ là đạo hàm của đa thức $P_2(p)$ tại điểm $P = P_K$

❖ Sau đây là một số ví dụ cách tìm hàm gốc:

Ví dụ 1: Cho hàm ảnh

$$F(p)=\frac{4}{(p+1)(p+2)}$$

Hãy tìm hàm gốc f(t).

Lời giải

Khi gặp hàm phức tạp ta dùng phương pháp phân tích:

Bước 1: *Phân tích*

$$\frac{4}{(p+1)(p+2)}=\frac{A}{P+1}+\frac{B}{P+2}$$

Tìm A: nhân 2 vế cho (P+1)

$$\frac{4}{p+2}=A+\frac{B(P+1)}{P+2}$$

Cho $P=-1 \Rightarrow A=4$

Tìm B: nhân 2 vế cho (P + 2)

$$\frac{4}{p+1} = A\frac{(P+2)}{P+1} + B$$

Cho P = – 2 ⇒ B = – 4

Bước 2: *Tra bảng*

$$\Rightarrow f(t) = 4.e^{-t} - 4e^{-2t}$$

Cách 2: Ta có thể tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

$$A = \lim_{P\to -1}(P+1).F(P) = \lim_{P\to -1}\frac{4}{P+2} = 4$$

$$B = \lim_{P\to -2}(P+2).F(P) = \lim_{P\to -2}\frac{4}{P+1} = -4$$

Ví dụ 2:

$$F(P) = \frac{8}{P(P+2)}$$

Hãy tìm hàm gốc f(t).

Lời giải

Bước 1: *Phân tích*

$$\frac{8}{P(P+2)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{P+2}$$

Tìm A: Nhân 2 vế cho p

$$\Leftrightarrow \frac{8}{P+2} = A + \frac{B.P}{P+2}$$

Cho p = 0 ⇒ A = 4

Tìm B: Nhân 2 vế cho p + 2

$$\Leftrightarrow \frac{8}{p} = A\frac{(P+2)}{P} + B$$

Cho p = – 2 ⇒ B = – 4

Bước 2: *Tra bảng*

$$f(t) = 4 - 4e^{-4t}$$

Cách 2: ta có thể tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

$$A = \lim_{P\to 0} P.F(P) = \lim_{P\to 0}\frac{8}{P+2} = 4$$

$$B = \lim_{P\to -2}(P+2).F(P) = \lim_{P\to -2}\frac{8}{P} = -4$$

Ví dụ 3:

$$F(P) = \frac{4}{(P+1)(P+2)^2}$$

Hãy tìm hàm gốc f(t).

Lời giải

Bước 1*: Phân tích*

$$\frac{4}{(P+1)(P+2)^2} = \frac{A}{P+1} + \frac{B}{P+2} + \frac{C}{(P+2)^2}$$

Tìm A: nhân 2 vế cho (P+1)

$$\frac{4}{(P+2)^2} = A + \frac{B(P+1)}{P+2} + \frac{C(P+1)}{(P+2)^2}$$

Cho P = – 1 $\Rightarrow$ A = 4

Tìm C: nhân 2 vế cho $(P + 2)^2$

$$\Leftrightarrow 4 = A(P+2)^2 + B(P+1)(P+2)^2 + C(P+1)$$

Cho P = – 2 $\Rightarrow$ 4 = C (– 2 + 1)

$$\Rightarrow C = -4$$

Tìm B: nhân 2 vế cho $(P + 2)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{(p+1)} = \frac{A(P+2)^2}{P+1} + B(P+2) + C$$

Đạo hàm P theo 2 vế:

$$-\frac{4}{(p+1)^2} = \frac{A(P+2)(....)}{(P+1)^2} + B$$

Giá trị (…) không cần quan tâm

Cho p = – 2 $\Rightarrow$ B = – 4

Bước 2*: Tra bảng*

$$f(t) = 4.e^{-t} - 4.e^{-2t} - 4t.e^{-2t}$$

Cách 2: ta có thể tìm A, B, và C bằng cách lấy giới hạn

$$A = \lim_{P\to -1}(P+1).F(P) = \lim_{P\to -1}\frac{4}{(P+2)^2} = 4$$

$$C = \lim_{P\to -2}(P+2)^2.F(P) = \lim_{P\to -2}\frac{4}{P+1} = -4$$

Tìm B bằng cách nhân 2 vế của phương trình cho $(p + 2)^2$, sau đó lấy đạo hàm 2 vế của phương trình và cho p = – 2, ta được: B = – 4.

I.3.2. Định luật Kirchhoff dạng toán tử

Định luật Kirchhoff 1

Từ biểu thức $\sum i = 0 \Rightarrow \sum I(P) = 0$ (1.9)

Định luật Kirchhoff 2

Cho mạch vòng kín gồm R - L - C nối tiếp đặt vào điện áp u ta có:

$$u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i dt + u_c(0)$$

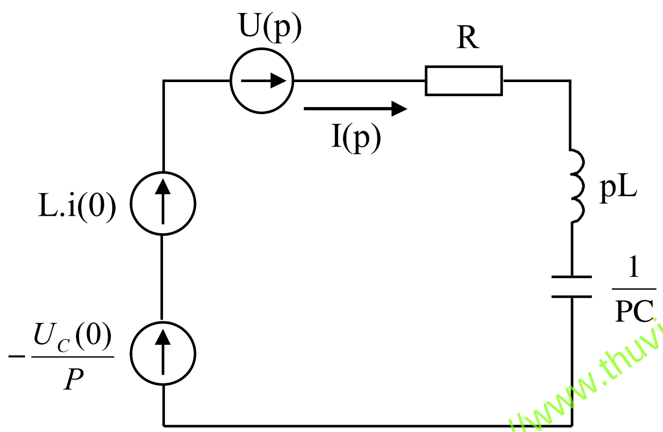
Chuyển sang biến đổi Laplace ta được:

$$U(p) = I(p)\left[R + PL + \frac{1}{pC}\right] + \frac{u_c(0)}{p} - L.i(0) \quad (1.10)$$

Từ đó ta suy ra:

$$I(P) = \frac{U(P) - \frac{u_c(0)}{P} + Li(0)}{R + PL + \frac{1}{PC}}$$

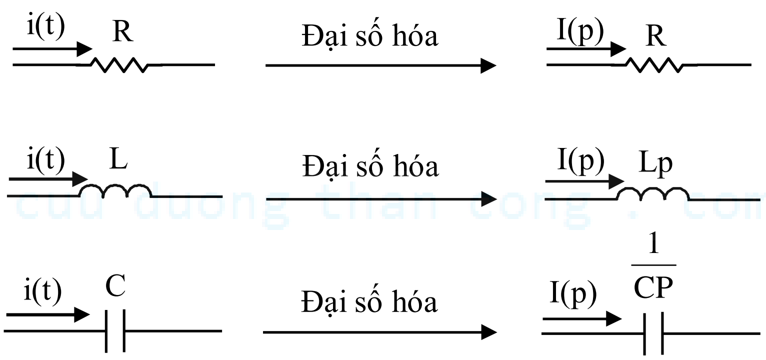
Công thức trên tương ứng với sơ đồ toán tử của hình (1.9) dưới đây:



Hình (1.9)

Trong đó: L.i(0) và $-\frac{U_C(0)}{P}$ đặc trưng cho điều kiện đầu của bài toán.

I.3.3. Sơ đồ toán tử Laplace



I.3.4. Thuật toán tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử

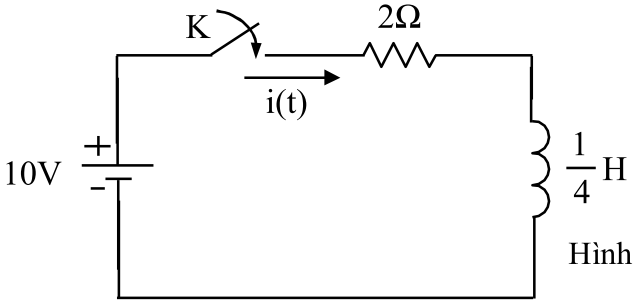
Bước 1: Xác định các điều kiện ban đầu

Bước 2: Lập sơ đồ toán tử, giải sơ đồ toán tử theo các phương pháp đã biết tìm I(p).

Bước 3: Dùng biến đổi Laplace ngược để tìm hàm gốc i(t).

I.3.5. Một số ví dụ về các bài toán quá độ với các điều kiện ban đầu bằng 0

Bài 1: Cho mạch điện như hình vẽ (1.10)



Hình (1.10)

Tại t = 0 đóng khoá K, tìm i(t).

Lời giải

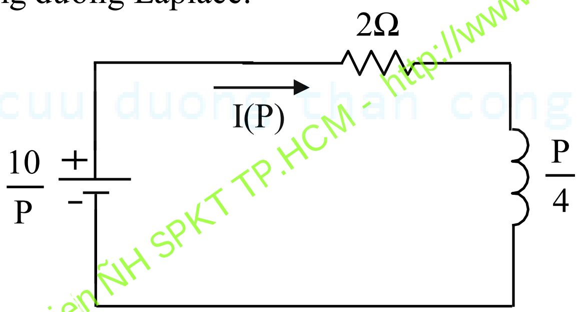
Bước 1: *Xác định điều kiện ban đầu*

Theo đề bài tại t = 0 đóng khóa K để tìm i(t). Trước khi khóa K đóng thì mạch điện hở. Vì thế các điều kiện ban đầu đều bằng không.

Bước 2: *Biến đổi các thông số*

Trước khi muốn giải một bài toán quá trình quá độ ta phải biến đổi các thông số về dạng Laplace và đại số hóa mạch điện (tức là đưa mạch điện về sơ đồ tương đương dưới dạng Laplace).

Sơ đồ tương đương Laplace:



Bước 3: *Tính toán các giá trị theo biến đổi Laplace*

Ta có: Tổng trở của mạch điện là như sau:

$$Z(P) = 2 + \frac{P}{4} = \frac{8+P}{4}$$

Cường độ dòng điện chạy qua mạch:

$$I(P) = \frac{U(P)}{Z(P)} = \frac{\frac{10}{P}}{\frac{8+P}{4}} = \frac{40}{P(P+8)}$$

Bước 4: *Phân tích*

$$\frac{40}{P(P+8)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{P+8} = \mathrm{F(P)}$$

Tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

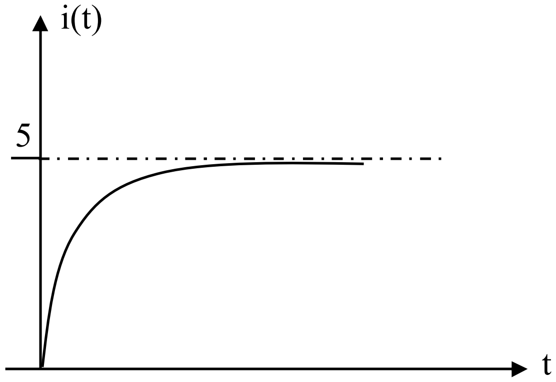
$$\mathrm{A} = \lim_{P\to 0} \mathrm{P.F(P)} = \lim_{P\to 0} \frac{40}{P+8} = 5$$

$$\mathrm{B} = \lim_{P\to -8} \mathrm{(P+8).F(P)} = \lim_{P\to -8} \frac{40}{P} = -5$$

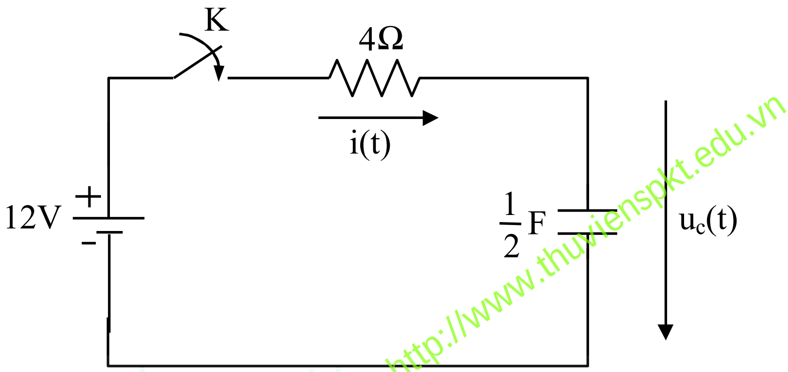
Vậy: $\dfrac{40}{P(P+8)} = \dfrac{5}{P} - \dfrac{5}{P+8} = I(P)$

$\Rightarrow i(t) = 5 - 5e^{-8t} = 5(1 - e^{-8t})$ (A)

Thời gian quá độ là:



Bài 2: Cho mạch điện như hình vẽ (1.11)



Hình (1.11)

Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm i(t) qua R và $u_c(t)$ đặt trên hai đầu tụ điện.

Lời giải

Bước 1: *Xác định điều kiện ban đầu*

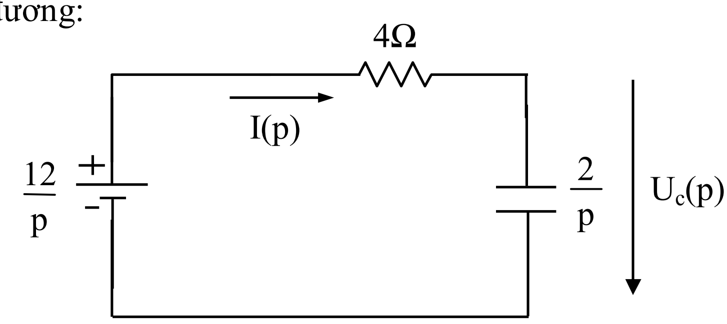
Tại t = 0 đóng khóa K. Do đó trước khi khóa K đóng thì mạch điện trên hở. Vì vậy các điều kiện ban đầu bằng 0.

Bước 2: *Đại số hóa mạch điện* (tức là đưa mạch điện về sơ đồ tương đương dưới dạng Laplace)

$$u_c(t) = 12\text{ V} \Rightarrow U(P) = \frac{12}{P}$$

$$C = \frac{1}{2}\text{ F} \Rightarrow C(p) = \frac{2}{P}$$

Sơ đồ tương đương:



Bước 3: *Tính toán các giá trị theo biến đổi Laplace*

Ta có: Tổng trở của mạch

$$Z(P) = 4 + \frac{2}{P} = \frac{4P+2}{P} = \frac{2(2P+1)}{P}$$

Cường độ dòng điện chạy trong mạch:

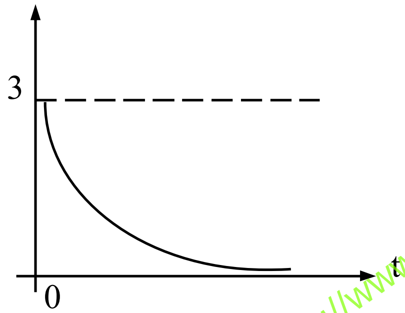
$$\mathrm{I(P)} = \frac{\mathrm{U(p)}}{\mathrm{Z(p)}}$$

$$\mathrm{I(p)} = \frac{\frac{12}{p}}{\frac{2(2p+1)}{p}} = \frac{12}{4p+2} = \frac{3}{p+\frac{1}{2}}$$

Vậy $i(t) = 3e^{-\frac{1}{2}t} A$

Thời gian quá độ:

t = 3τ = 6s



Tìm $u_c(t)$:

Ta có: Điện áp đặt trên hai đầu tụ điện

$$Uc(P) = I(P)\cdot\frac{2}{P} = \frac{12}{4P+2}\cdot\frac{2}{P}$$

$$= \frac{24}{(4P+2)P} = \frac{6}{(P+\frac{1}{2})\cdot P}$$

***Bước 4**: Phân tích*

$$\frac{6}{(P+\frac{1}{2})\cdot P} = \frac{A}{P+\frac{1}{2}} + \frac{B}{P} = \mathrm{F(p)}$$

Tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

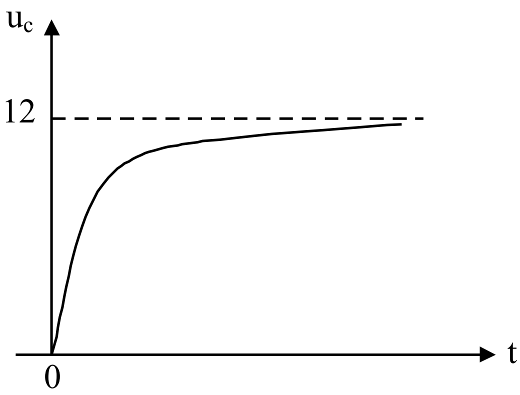
$$\mathrm{A} = \lim_{\mathrm{P}\to-\frac{1}{2}} (\mathrm{P}+\frac{1}{2}).\mathrm{F(P)} = \lim_{P\to-\frac{1}{2}} \frac{6}{P} = -12$$

$$\mathrm{B} = \lim_{\mathrm{P}\to 0} \mathrm{P.F(P)} = \lim_{P\to 0} \frac{6}{P+\frac{1}{2}} = 12$$

Vậy A = –12; B = 12

$$Uc(t) = \frac{12}{P} - \frac{12}{P+\frac{1}{2}}$$

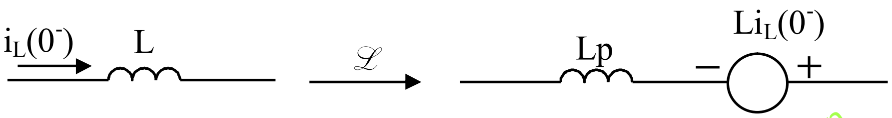
$$\Rightarrow Uc(t) = 12 - 12e^{-\frac{1}{2}t} = 12(1-e^{-\frac{1}{2}t})\ \mathrm{(V)}$$



I.3.6. Các bài toán quá độ với các điều kiện ban đầu khác 0

- $f(t) \rightarrow F(p)$
- $\dfrac{df(t)}{dt} \rightarrow p.F(p) - f(0^-)$
- $i(t) \rightarrow I(p)$
- $\dfrac{di(t)}{dt} \rightarrow p.I(p) - i(0^-)$
- $L\dfrac{di}{dt} \xrightarrow{L} Lp.I(p) - L.i_L(0^-)$

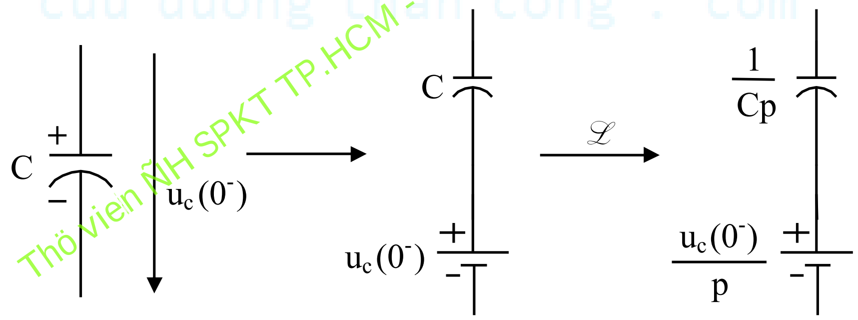
a. Cuộn dây



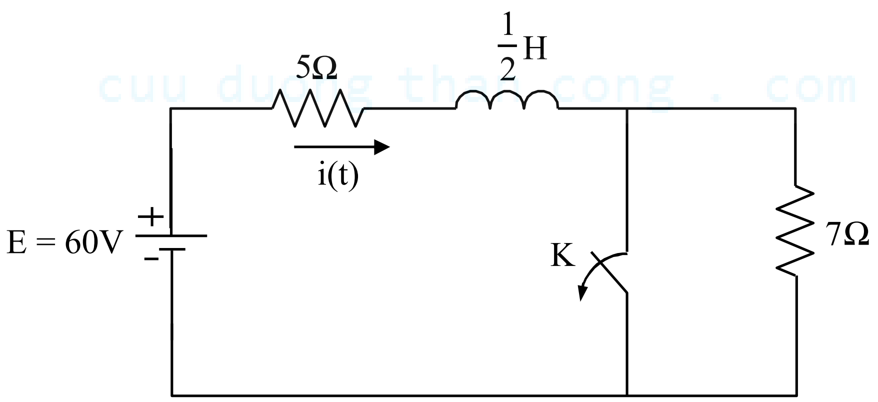
$$u_L = L\frac{di}{dt} \xrightarrow{L} U_L(P) = Lp.I(p) - L.i_L(0^-)$$

b. Đối với tụ điện

Điện áp ban đầu trên tụ:



Bài 1: Cho mạch điện như hình vẽ (1.12)



Hình (1.12)

Yêu cầu:

Tại t = 0 mở khóa K, tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch điện.

Lời giải

Bước 1: *Xác định điều kiện ban đầu*

Tại t = 0 mở khóa K, do đó trước t = 0 thì mạch điện đang hoạt động.

Vậy ta phải xác định điều kiện ban đầu:

+ Xác định dòng điện đi qua cuộn dây trước khi khóa K mở ra:

$$i_L(0^-) = \frac{60}{5} = 12\,(A)$$

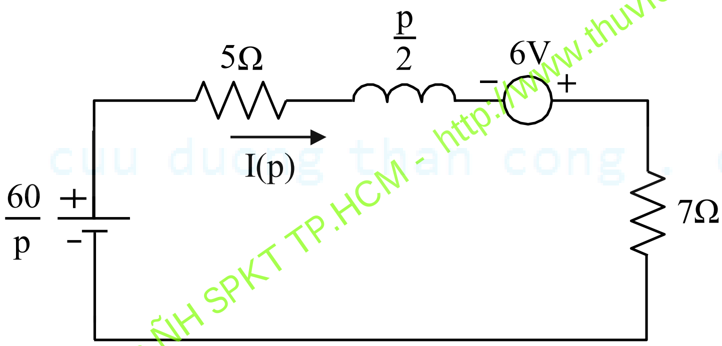
Bước 2: *Biến đổi các thông số*

Đại số hóa mạch điện (tức là biến đổi mạch điện về sơ đồ tương đương dưới dạng Laplace)

$$u(t) = 60\text{ V} \xrightarrow{\mathscr{L}} U(p) = \frac{60}{P}$$

$$L = \frac{1}{2}\text{H} \xrightarrow{\mathscr{L}} L.p = \frac{P}{2}$$

Sơ đồ tương đương:



Bước 3: *Tính toán các thông số theo Laplace*

$$I(P)(5+\frac{P}{2}+7) = \frac{60}{P}+6$$

$$\Rightarrow I(P) = \frac{\frac{60}{P}+6}{5+\frac{P}{2}+7} = \frac{\frac{60+6P}{P}}{\frac{24+P}{2}} = \frac{12(P+10)}{P(24+P)}$$

Bước 4: *Phân tích*

$$\frac{12(P+10)}{P(P+24)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{P+24} = \text{F(p)}$$

Tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

$$A = \lim_{P\to 0} P.F(P) = \lim_{P\to 0}\frac{12(P+10)}{P+24} = 5$$

$$B = \lim_{P\to -24}(P+24).F(P) = \lim_{P\to -24}\frac{12(P+10)}{P} = 7$$

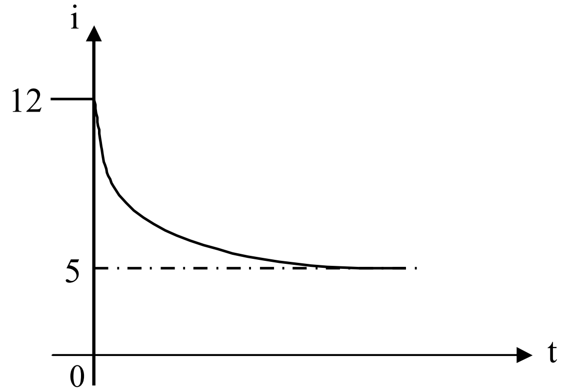
Vậy:

$$\frac{12(p+10)}{p(p+24)} = \frac{5}{p} + \frac{7}{p+24}$$

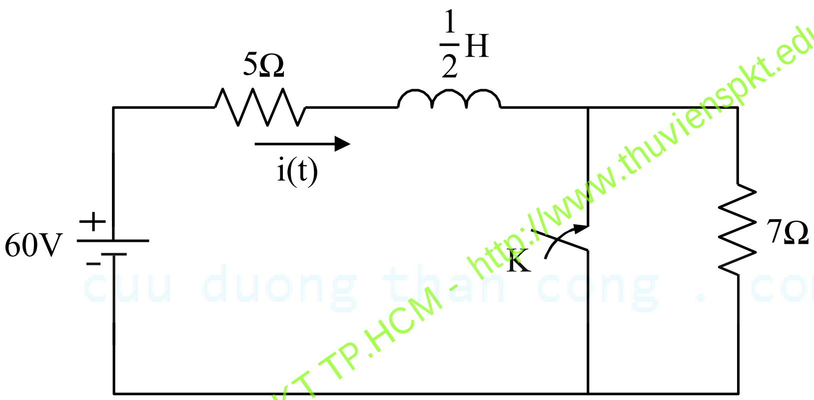
$$\Rightarrow i(t) = 5 + 7e^{-24t}\,(A)$$

Cho $t = 0 \;\Rightarrow\; i = 12\ (A)$

$t = \infty \;\Rightarrow\; i = 5\ (A)$



Bài 2: Cho mạch điện như hình vẽ (1.13)



Hình (1.13)

Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch điện?

Lời giải

Bước 1: *Xác định điều kiện ban đầu*

Tại t = 0 đóng khóa K, do đó trước t = 0 thì mạch điện đang hoạt động. Vì vậy ta phải xác định điều kiện ban đầu.

Cường độ dòng điện chạy qua mạch khi khóa K chưa đóng lại:

$$i_L(0^-) = \frac{60}{12} = 5\,(A)$$

Bước 2: *Biến đổi các thông số*

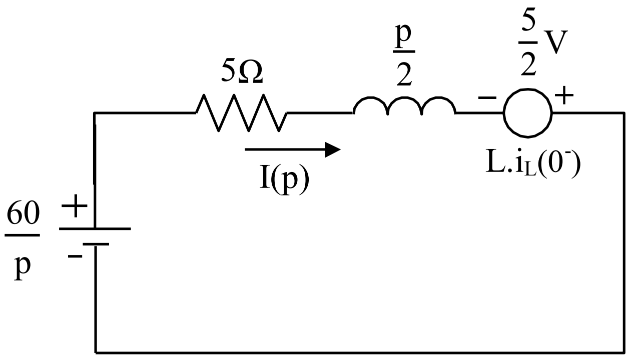
Đại số hóa mạch điện (đưa về mạch điện tương đương dưới dạng Laplace)

$$u(t) = 60 \rightarrow U(p) = \frac{60}{p}$$

$$L = \frac{1}{2}H \quad \rightarrow \quad L.p = \frac{P}{2}$$

$$U_L(0^-) = i_L(0^-).L = 5\frac{1}{2} = \frac{5}{2}(V)$$

Mạch điện tương đương dưới dạng Laplace:



Bước 3: *Tính toán các thông số theo Laplace*

$$I(p)\left(5+\frac{p}{2}\right)=\frac{60}{p}+\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow I(P)=\frac{\frac{60}{p}+\frac{5}{2}}{5+\frac{P}{2}}=\frac{\frac{120+5p}{2p}}{\frac{10+p}{2}}=\frac{5(p+24)}{p(p+10)}$$

Bước 4: *Phân tích*

$$F(p)=\frac{5(P+24)}{P\cdot(P+10)}=\frac{A}{P}+\frac{B}{P+10}$$

Tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

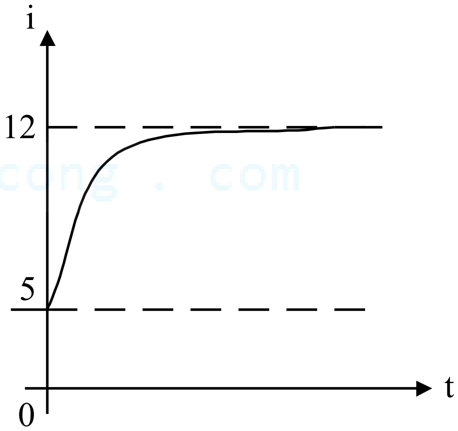
$$A=\lim_{P\to 0}P.F(P)=\lim_{P\to 0}\frac{5(P+24)}{P+10}=12$$

$$B=\lim_{P\to -10}(P+10).F(P)=\lim_{P\to -10}\frac{5(P+24)}{P}=-7$$

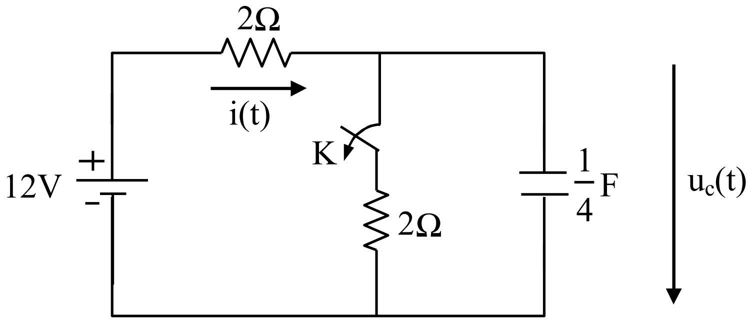
Vậy:

$$\frac{5(P+24)}{P(P+10)}=\frac{12}{P}-\frac{7}{P+10}$$

$$\Rightarrow i(t)=12-7e^{-10t}(A)$$



Bài 3: Cho mạch điện như hình vẽ (1.14)



Hình (1.14)

Tại t = 0 mở khóa K, tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch và điện áp $u_c(t)$ đặt lên hai đầu tụ điện.

Lời giải

Bước 1: *Xác định điều kiện ban đầu*

Tại t = 0 mở khóa K do đó trước t = 0 thì khóa K đóng, vì vậy ta phải xác định điều kiện ban đầu:

$$i(0^-) = \frac{12}{2+2} = 3\,(A)$$

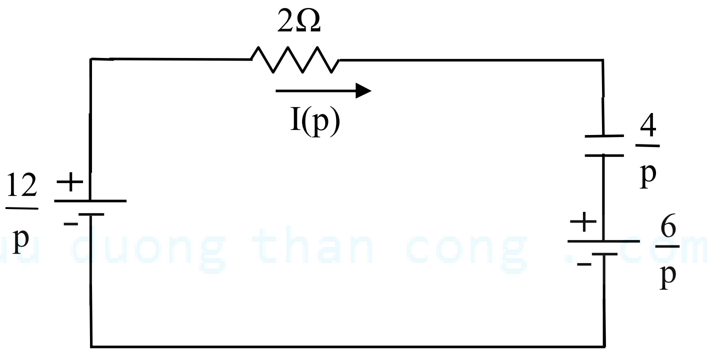
$$u_c(0^-) = i(0^-).2 = 6\ (V)$$

Bước 2: *Đại số hóa mạch điện* (biến đổi mạch điện về sơ đồ tương đương dưới dạng Laplace)

$$u(t) = 12 \Rightarrow U(p) = \frac{12}{p}$$

$$C = \frac{1}{4}F \Rightarrow C(p) = \frac{4}{p}$$

Sơ đồ tương đương:



Bước 3: *Tính toán các thông số theo Laplace*

$$I(p)\left(2 + \frac{4}{p}\right) = \frac{12}{p} - \frac{6}{p}$$

$$\Rightarrow I(p)\left(\frac{2p+4}{p}\right) = \frac{6}{p}$$

$$\Rightarrow I(p) = \frac{6}{2p+4} = \frac{3}{p+2}$$

Vậy:

$$i(t) = 3e^{-2t} \ \text{(A)}$$

Tìm $u_c(t)$:

$$Uc(P) = \frac{3}{(P+2)} \cdot \frac{4}{P} + \frac{6}{P} = \frac{12}{P(P+2)} + \frac{6}{P}$$

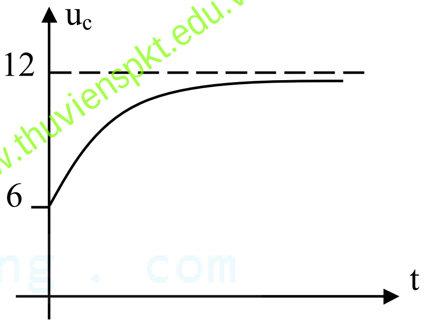
Bước 4: *Phân tích*

$$F(p) = \frac{12}{P(P+2)} = \frac{A}{P} + \frac{B}{P+2}$$

Tìm A và B bằng cách lấy giới hạn

$$A = \lim_{P \to 0} P.F(P) = \lim_{P \to 0} \frac{12}{P+2} = 6$$

$$B = \lim_{P \to -2} (P+2).F(P) = \lim_{P \to -2} \frac{12}{P} = -6$$

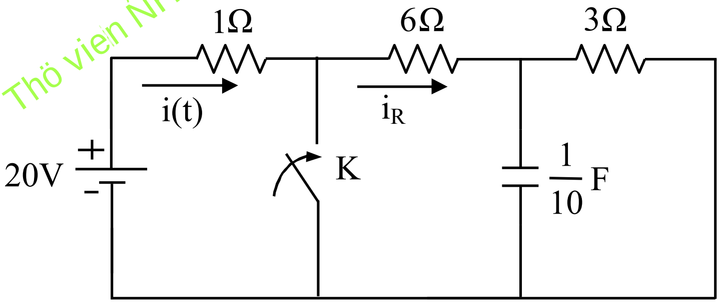


Vậy:

$$\frac{12}{P(P+2)} + \frac{6}{P} = \frac{6}{P} - \frac{6}{P+2} + \frac{6}{P} = \frac{12}{P} - \frac{6}{P+2}$$

$$\Rightarrow u_c(t) = 12 - 6e^{-2t} = 6(2 - e^{-2t})\,(V)$$

Bài 4: Cho mạch điện như hình vẽ (1.15)



Hình (1.15)

Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm cường độ dòng điện $i_R(t)$ chạy trong mạch điện.

Lời giải

Bước 1: *Xác định điều kiện ban đầu*

Tại t = 0 đóng khóa K, do đó trước t = 0 thì khóa K mở. Vì vậy ta phải xác định điều kiện ban đầu.

$$i(0^-) = \frac{20}{10} = 2(A)$$

$$u_c(0^-) = 2.3 = 6(V)$$

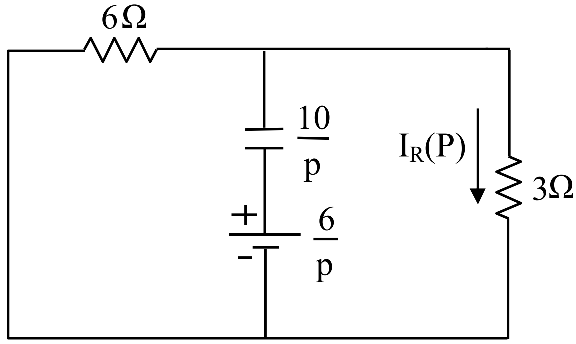
"Điện áp trên tụ điện bằng điện áp trên điện trở 3Ω"

Chương I. Phân tích mạch trong miền thời gian

Bước 2: *khi đóng khóa k ta có*

Sơ đồ toán tử Laplace

$$C = \frac{1}{10}F \to C(P) = \frac{10}{P}$$



Bước 3: *Tính toán các thông số theo Laplace*

Dựa vào phương trình lưới để giải

$$I(P)(Z + \frac{10}{P}) = \frac{6}{P}$$

$$I(P) = \frac{\frac{6}{P}}{\frac{2P+10}{P}} = \frac{3}{P+5} \quad \text{với } Z = \frac{6.3}{6+3} = 2\Omega$$

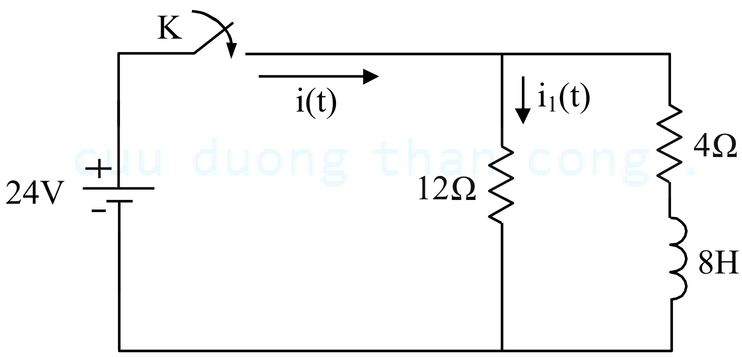
Vậy cường độ dòng điện chạy qua điện trở 3Ω:

$$I_R(p) = I(p)\cdot\frac{6}{9} = \frac{3.6}{(p+5).9} = \frac{2}{p+5}$$

$$\Rightarrow i_R(t) = 2e^{-5t}(A)$$

BÀI TẬP CHƯƠNG I

Bài 1.1: Cho mạch điện như hình vẽ (1.16)



Hình (1.16)

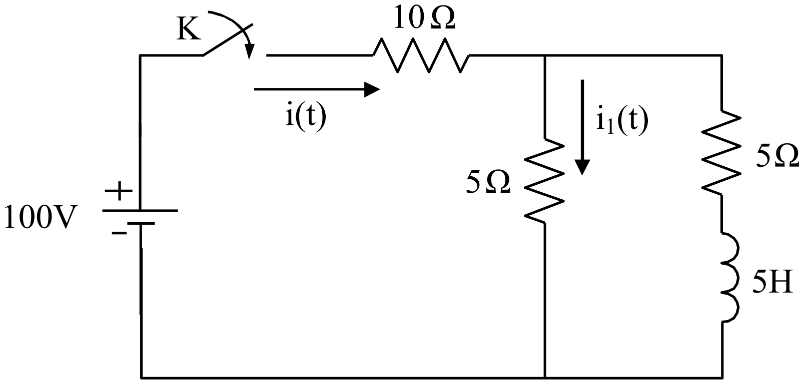
Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K tìm cường độ dòng điện $i_1(t)$ chạy trên điện trở 12Ω.

Đáp số: Cường độ dòng điện chạy trên điện trở 12Ω là $i_1(t) = 2$ (A)

Chương I. Phân tích mạch trong miền thời gian

Bài 1.2: Cho mạch điện như hình vẽ (1.17)

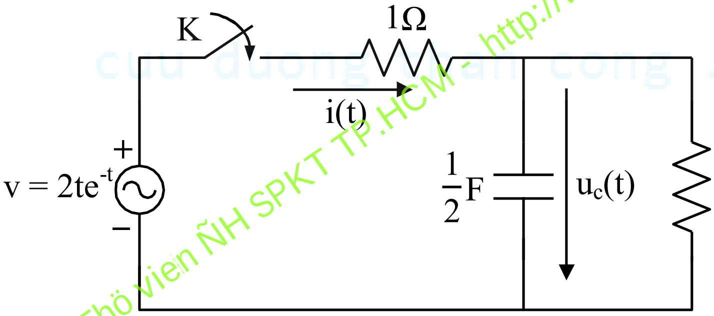


Hình (1.17)

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch.

Đáp số: $i(t) = 8 - \frac{4}{3}e^{-\frac{5}{3}t}$ (A)

Bài 1.3: Cho mạch điện như hình vẽ (1.18)



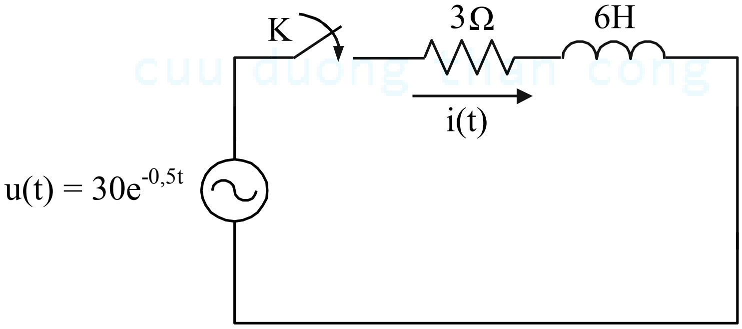
Hình (1.18)

Yêu cầu:

Tại thời điểm t = 0 tìm $u_c(t)$ với $V = 2te^{-t}$ (v).

Đáp số: $u_c(t) = 4e^{-3t} - 4e^{-2t} + 4t.e^{-2t}$ (v)

Bài 1.4: Cho mạch điện như hình vẽ (1.19)



Hình (1.19)

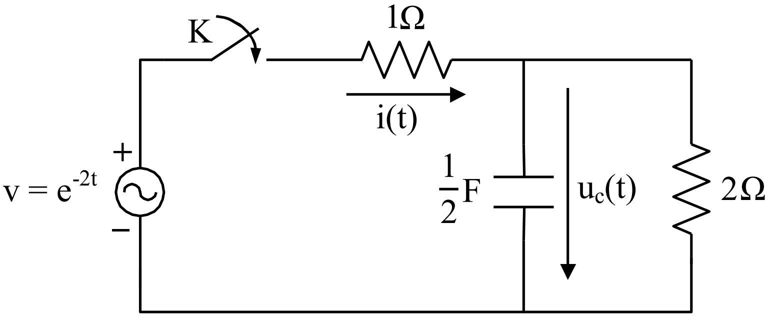
Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch.

Cho biết: $u(t) = 30e^{-0,5t}$ (V)

Đáp số: $i(t) = 5t.e^{-\frac{1}{2}t}$ (A)

Bài 1.5: Cho mạch điện như hình vẽ (1.20)



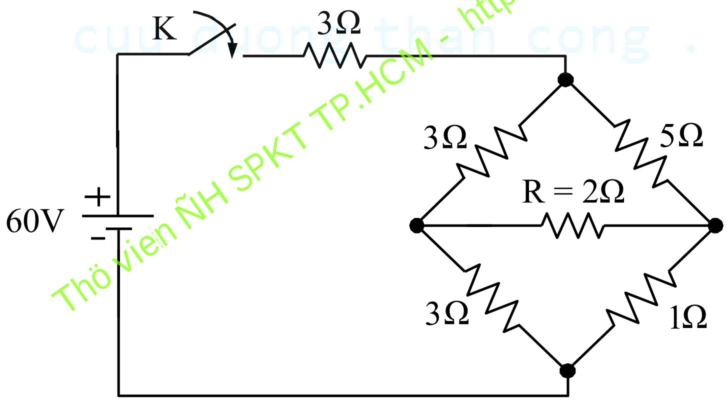
Hình (1.20)

Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm điện áp $u_c(t)$ đặt trên tụ điện.

Đáp số: $u_c(t) = 2e^{-2t} - 2e^{-3t} = 2(e^{-2t} - e^{-3t})$ (V)

Bài 1.6: Cho mạch điện như hình vẽ (1.21)

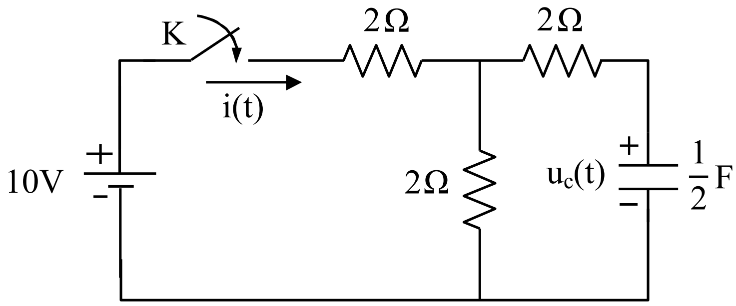


Hình (1.21)

Yêu cầu: Tại t = 0 đóng khóa K, hãy tìm điện áp đặt trên điện trở R = 2Ω.

Đáp số: $u_R(t) = \frac{40}{3}$ (V)

Bài 1.7: Cho mạch điện như hình vẽ (1.22)



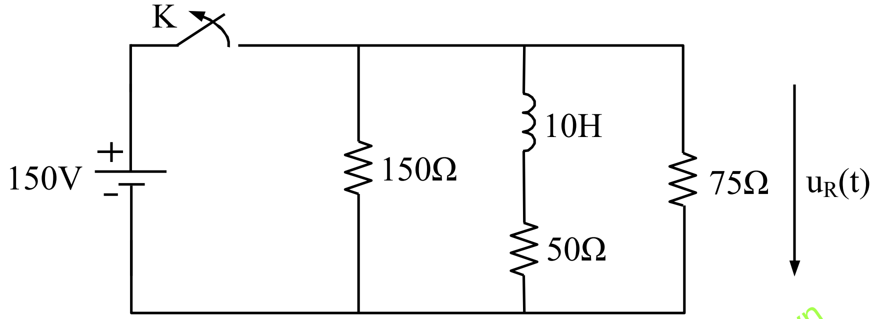
Hình (1.22)

Yêu cầu:

Tại t = 0 đóng khóa K, tìm $u_c(t)$.

Đáp số: $u_c(t) = 5 - 5e^{-\frac{2}{3}t} = 5(1 - e^{-\frac{2}{3}t})$ (V)

Bài 1.8: Cho mạch điện như hình vẽ (1.23)



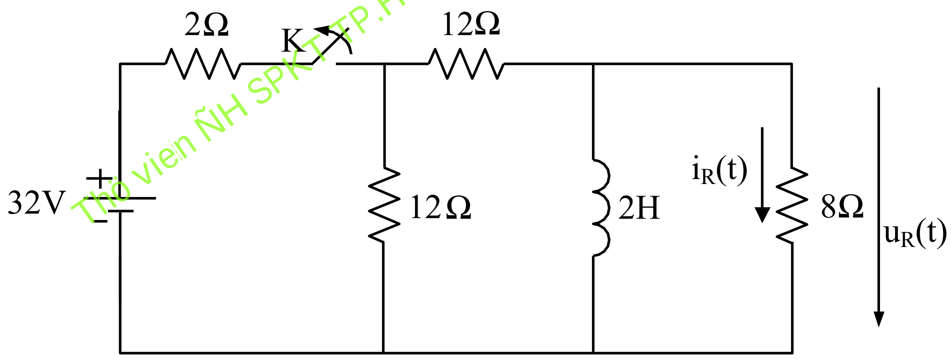
Hình (1.23)

Yêu cầu:

Tại t = 0 mở khóa K, tìm điện áp $u_R(t)$ đặt lên điện trở R = 75 Ω.

Đáp số: $u_R(t) = -150e^{-10t}$ (V)

Bài 1.9: Cho mạch điện như hình vẽ (1.24)

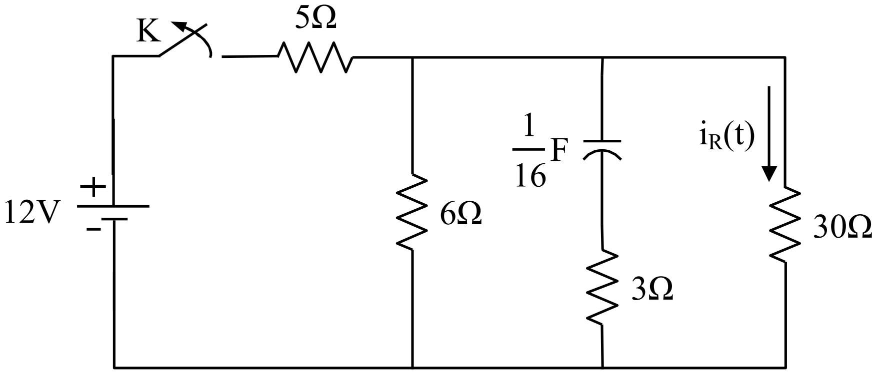


Hình (1.24)

Yêu cầu: Tại t = 0 mở khóa K, tìm điện áp $u_R(t)$ trên điện trở R = 8 Ω.

Đáp số: $u_R(t) = -12e^{-3t}$ (V)

Bài 1.10: Cho mạch điện như hình vẽ (1.25)

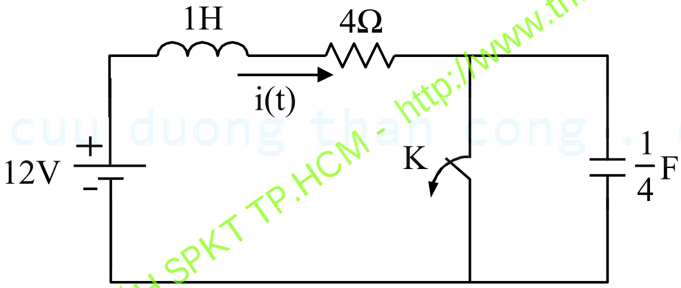


Hình (1.25)

Yêu cầu: Tại t = 0 mở khóa K, tìm $i_R(t)$.

Đáp số: $i_R(t) = \frac{1}{8}e^{-2t}$ (A)

Bài 1.11: Cho mạch điện như hình vẽ (1.26)



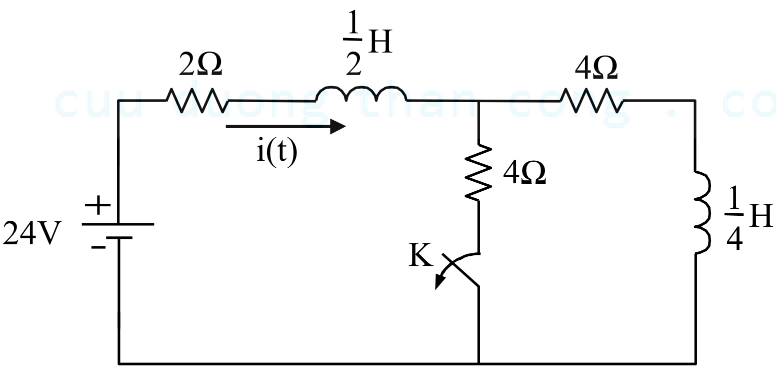
Hình (1.26)

Yêu cầu:

Tại t = 0 mở khóa K, tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch.

Đáp số: $i(t) = 3e^{-2t} + 6t.e^{-2t}$ (A)

Bài 1.12: Cho mạch điện như hình vẽ (1.27)



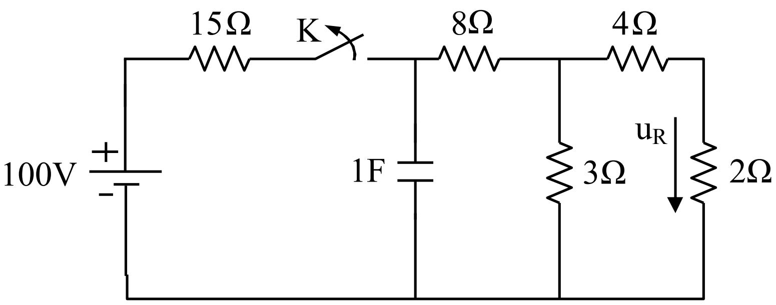
Hình (1.27)

Yêu cầu:

Tại t = 0 mở khóa K, tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch.

Đáp số: $i(t) = 4 + e^{-8t}$ (A)

Bài 1.13: Cho mạch điện như hình vẽ (1.28)



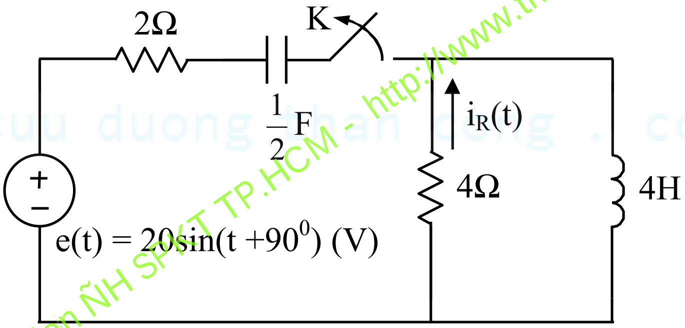
Hình (1.28)

Yêu cầu:

Tại t = 0 mở khóa K, tìm điện áp $u_R(t)$ đặt trên điện trở 2 Ω.

Đáp số: $u_R(t) = \frac{8}{3} e^{-\frac{1}{10}t}$ (V)

Bài 1.14: Cho mạch điện như hình vẽ (1.29)



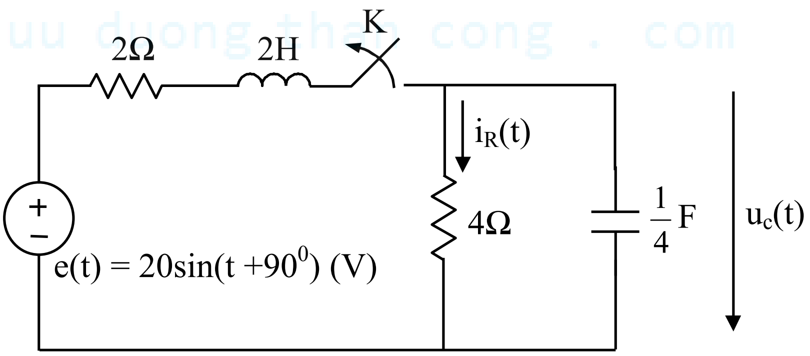
Hình (1.29)

Yêu cầu:

Tại t = 0 mở khóa K. Xác định và vẽ dạng dòng điện $i_R(t)$.

Đáp số: $i_R(t) = 2{,}5e^{-t}$ (A)

Bài 1.15: Cho mạch điện như hình vẽ (1.30)



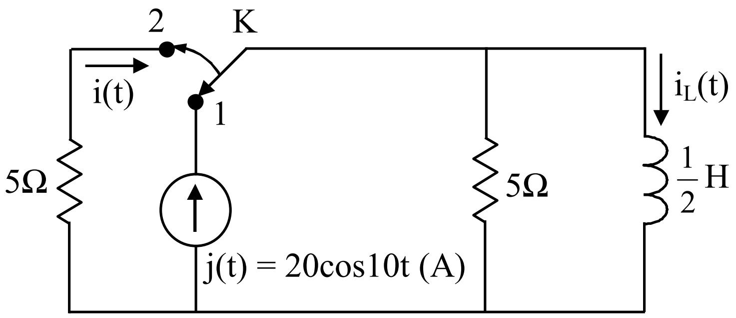
Yêu cầu:

Hình (1.30)

Tại t = 0 mở khóa K. Xác định và vẽ dạng dòng điện $i_R(t)$ và điện áp $u_C(t)$.

Đáp số: $i_R(t) = 2{,}5e^{-t}$ (A) và $u_c(t) = 10e^{-t}$ (V)

Bài 1.16: Cho mạch điện như hình vẽ (1.31)



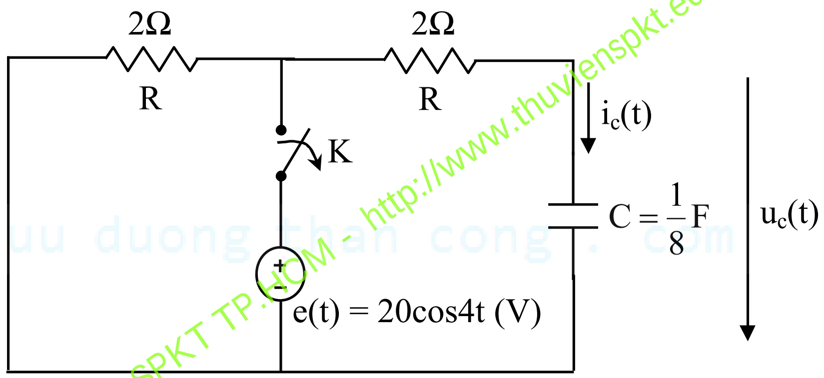
Hình (1.31)

Yêu cầu:

Tại t = 0 khóa K chuyển từ vị trí 1 → 2. Xác định và vẽ dạng dòng điện i(t).

Đáp số: $i(t) = 5e^{-5t}$ (A)

Bài 1.17: Cho mạch điện như hình vẽ (1.32)

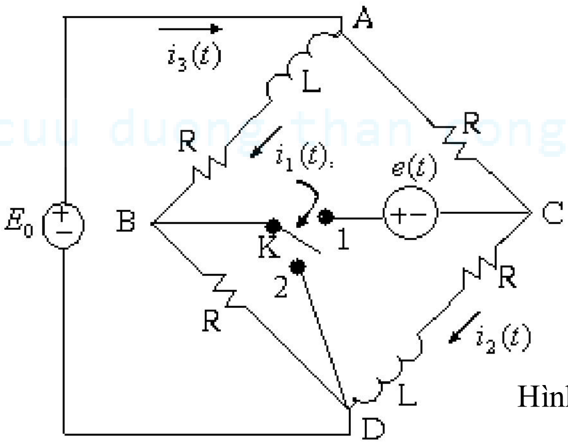


Hình (1.32)

Tại t = 0 mở K. Xác định và vẽ dạng dòng điện $i_c(t)$ và điện áp $u_c(t)$.

Đáp số: $i_c(t) = -2{,}5e^{-2t}$ (A) ; $u_c(t) = 10e^{-2t}$ (V)

Bài 1.18: Cho mạch điện như hình vẽ (1.33)



Hình (1.33)

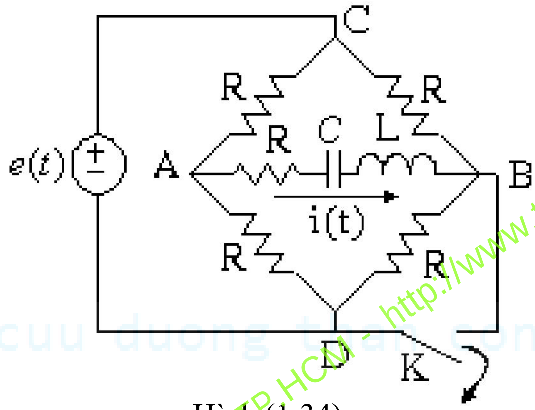
Tại t = 0, khóa K chuyển từ vị trí 1 sang vị trí 2. Hãy xác định và vẽ dạng sóng của dòng điện $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$, biết $e(t) = 2E_0\cos\omega t$, $\omega = \frac{R}{L}$, $E_0 > 0$.

Đáp số: $i_1(t) = \frac{E_0}{R} - \frac{E_0}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E_0}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$ (A)

$i_2(t) = \frac{E_0}{2R} - \frac{E_0}{2R}e^{-\frac{2R}{L}t} = \frac{E_0}{2R}(1 - e^{-\frac{2R}{L}t})$ (A)

$i_3(t) = i_1(t) + i_2(t) = \frac{3E_0}{2R} - \frac{E_0}{R}e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{E_0}{2R}e^{-\frac{2R}{L}t} = \frac{E_0}{R}(\frac{3}{2} - e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{1}{2}e^{-\frac{2R}{L}t})$ (A)

Bài 1.19: Cho mạch điện như hình vẽ (3.34)



Hình (1.34)

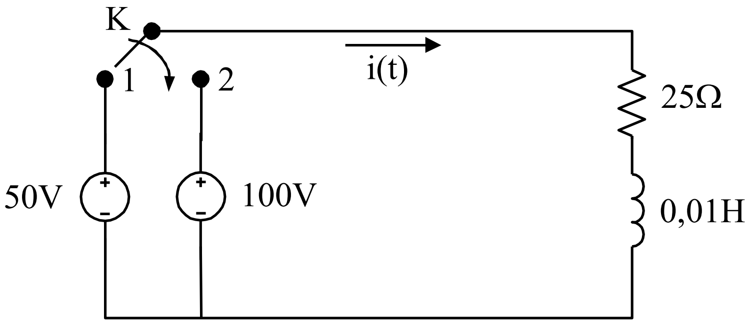
Hãy xác định và vẽ dạng dòng điện i(t) trong mạch trên khi $-\infty < t < +\infty$, nếu tại t = 0 mở khoá K. Biết rằng:

$e(t) = E\cos\omega t$; $E > 0$ và $\omega = \frac{R}{L} = \frac{1}{RC}$

Đáp số: $i(t) = \frac{E}{3R}(1 - \frac{R}{L}t).e^{-\frac{R}{L}t}$ (A)

hay $i(t) = \frac{E}{3R}(1 - \omega t)e^{-\omega t}$ (A)

Bài 1.20: Cho mạch điện như hình vẽ (1.35)



Hình (1.35)

Yêu cầu:

Tại t = 0 chuyển khóa K từ vị trí 1 sang vị trí 2. Tìm cường độ dòng điện i(t) chạy trong mạch.

Đáp số: $i(t) = 4 - 6e^{-2500t}$ (A)

cuu duong than cong . com

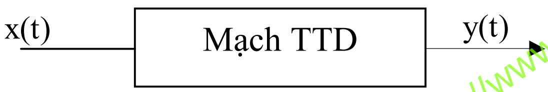
CHƯƠNG II: PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Hàm truyền đạt

Trong mục I.3 ta đã nói đến việc áp dụng phương pháp toán tử để phân tích quá trình quá độ trong mạch TTD. Như vậy với tất cả các phương pháp đã học, ta có thể xác định được tất cả các dòng điện và điện áp trên các phần tử mạch, ở mọi trạng thái của mạch. Trong thực tế đôi khi người ta không quan tâm đến toàn bộ mạch, mà chỉ chú ý đến một bộ phận nào đó. Trong trường hợp như vậy người ta tìm ra một cách khác để mô tả mạch, trong đó chỉ chú ý đến các đại lượng mà ta cần tìm và quan hệ của nó với nguồn tác động. Mạch trong trường hợp này được xét với khái niệm "tác động - đáp ứng" (hay là nhân quả), cũng đồng nghĩa với khái niệm truyền đạt "Vào - Ra".

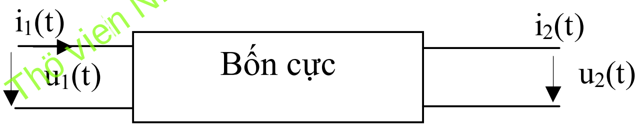
II.1. ĐỊNH NGHĨA HÀM TRUYỀN ĐẠT

Giả thiết rằng, tại t = 0 mạch được tác động bởi nguồn áp hay nguồn dòng (ký hiệu là hàm x(t), và đại lượng cần xét là dòng hoặc áp ở đầu ra ký hiệu là y(t)). Với x(t) và y(t) xuất hiện trên các cực của mạch (Hình vẽ II.1.a, b, c).



Hình II.1.a

Hình II.1.b



Hình II.1.c

Khi điều kiện đầu bằng 0, hàm truyền đạt được định nghĩa như sau:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

Trong đó: $Y(p) = L[y(t)]$

$X(p) = L[x(t)]$

Hàm truyền đạt là một hàm đặc trưng cho các tính chất của mạch, một khi đã biết W(P) ta có thể tìm được đáp ứng của mạch đối với một tác động bất kỳ theo biểu thức sau:

$$Y(p) = W(p).X(p)$$

$$y(t) = L^{-1}[Y(p)]$$

Để quan hệ giữa x(t) và y(t) là đơn trị, thì điều kiện quan trọng là điều kiện đầu phải bằng 0.

Hàm truyền của 2 cực là trở kháng hay dẫn nạp tùy theo các đại lượng vào ra được chọn là dòng hay áp. Khi x(t) = u(t) và y(t) = i(t), thì hàm truyền của 2 cực sẽ là dẫn nạp.

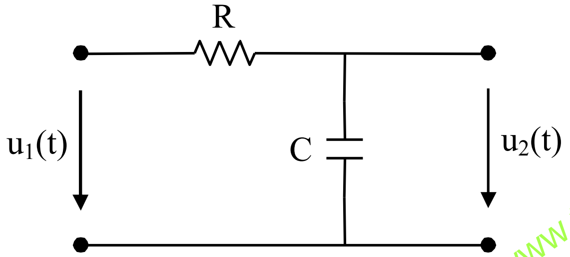
$$W(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = Y(p)$$

Khi x(t) = i(t) và y(t) = u(t), thì hàm truyền của 2 cực sẽ là trở kháng:

$$W(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = Z(p)$$

(Chú thích: Từ “hàm truyền đạt” hay “truyền đạt” thường được dùng cho mạng hai cửa (4 cực) vì nó mang ý nghĩa truyền đạt tín hiệu. Khi dùng cho 2 cực, nó chỉ có ý nghĩa là trở kháng hay dẫn nạp của 2 cực đó).

Ví dụ1: Cho mạch điện như hình vẽ (2.1)



Hình (2.1)

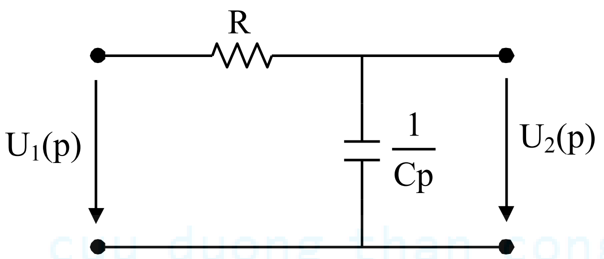
$u_1(t)$: tín hiệu vào của mạch (x(t))

$u_2(t)$: tín hiệu ra của mạch (y(t))

Tính hàm truyền $W(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)}$

Lời giải

Bước 1: Đưa mạch về sơ đồ toán tử Laplace



Ta có: $X(p) = U_1(p)$

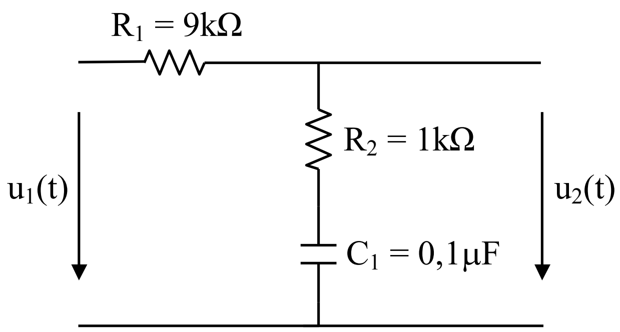
$Y(p) = U_2(p)$

Bước 2: *Xác định hàm truyền đạt áp:*

$$U_2(p) = U_1(p).\frac{\frac{1}{CP}}{R + \frac{1}{CP}}$$

$$W(p) = \frac{U_2(P)}{U_1(P)} = \frac{\frac{1}{CP}}{R + \frac{1}{CP}} = \frac{1}{1 + RCP}$$

Ví dụ 2: Cho mạch điện như hình vẽ (2.2)

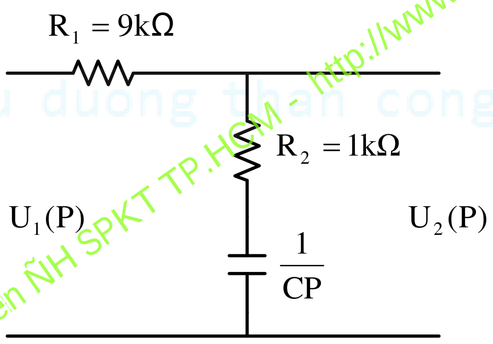


Hình (2.2)

Tính hàm truyền đạt áp W(p).

Lời giải

Bước 1: Đưa mạch về sơ đồ toán tử Laplace



Ta có: $X(p) = U_1(p)$

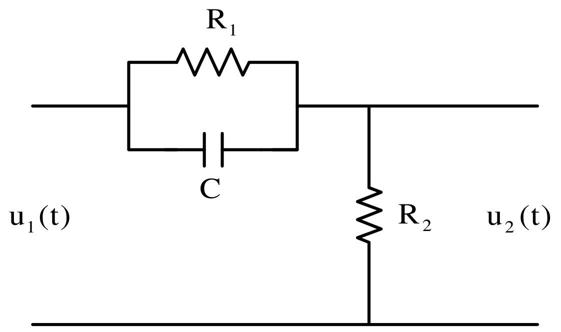
$Y(p) = U_2(p)$

Bước 2: *Xác định hàm truyền đạt áp*

$$W(P) = \frac{U_2(P)}{U_1(P)} = \frac{R_2 + \frac{1}{CP}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{CP}} = \frac{1 + R_2 CP}{1 + (R_1 + R_2)CP}$$

Vậy $W(P) = \dfrac{1 + 10^{-4}P}{1 + 10^{-3}P}$

Ví dụ 3: Cho mạch điện như hình vẽ (2.3)

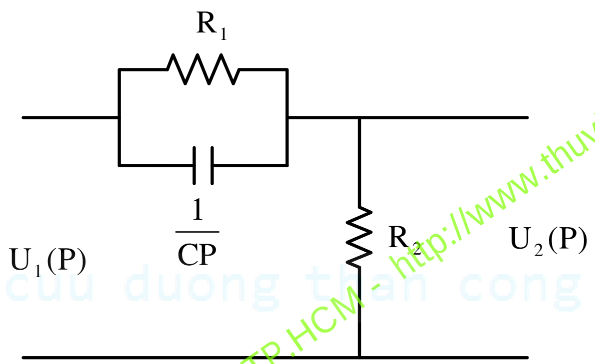


Hình (2.3)

Tính hàm truyền W(p).

Lời giải

Bước 1: Đưa mạch về sơ đồ toán tử Laplace

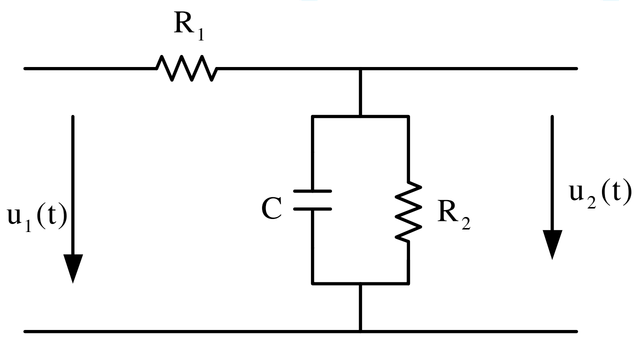


Bước 2: *Xác định hàm truyền đạt áp*

$$U_2(P) = \frac{R_2}{R_2 + \dfrac{R_1 \dfrac{1}{CP}}{R_1 + \dfrac{1}{CP}}}.U_1(P)$$

$$W(p) = \frac{U_2(P)}{U_1(P)} = \frac{R_2(R_1CP+1)}{R_1R_2CP + R_2 + R_1}$$

Ví dụ 4: Cho mạch điện như hình vẽ (2.4)

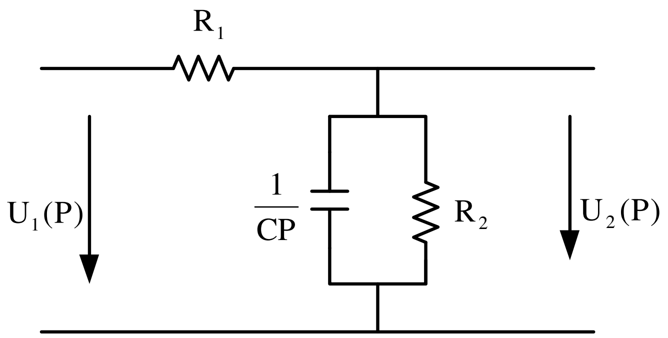


Hình (2.4)

Tính hàm truyền W(p)

Lời giải

Bước 1: Đưa mạch về sơ đồ toán tử Laplace



Bước 2: *Xác định hàm truyền đạt áp*

$$W(p) = \frac{U_2(P)}{U_1(P)} = \frac{\dfrac{R_2 \dfrac{1}{CP}}{R_2 + \dfrac{1}{CP}}}{R_1 + \dfrac{R_2 \dfrac{1}{CP}}{R_2 + \dfrac{1}{CP}}} = \frac{\dfrac{R_2}{R_2CP+1}}{R_1 + \dfrac{R_2}{R_2CP+1}}$$

$$W(p) = \frac{R_2}{R_1R_2CP + R_2 + R_1}$$

II.2. BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ CỦA HÀM TRUYỀN

II.2.1. Đặc tuyến logarit - tần số logarit

Trong thực tế người ta thường quan tâm đến đặc tuyến biên độ W(jω); bởi vì nó dễ đo lường và nó cho ta biết nhiều tính chất của mạch đối với tần số.

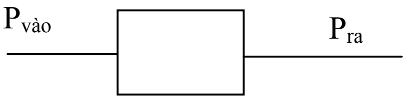
Khái niệm về Bel và Decibel

bel $\rightarrow$ B

decibel $\rightarrow$ dB

1b = 10db

Là đơn vị để đo mức tăng giảm của tín hiệu



$$\lg\frac{P_{ra}}{P_{vào}} \rightarrow [b]$$

$$1b \rightarrow \{P_r = 10\,P_V\}$$

$$10\lg\frac{P_{ra}}{P_{vào}} \rightarrow [db]$$

$$+\,10db \qquad \rightarrow P_r = 10\,P_V$$

$+20db \rightarrow P_r = 100\, P_V$

$0db \rightarrow P_r = P_V$

$-10db \rightarrow P_r = \dfrac{P_V}{10}$

$-20db \rightarrow P_r = \dfrac{P_V}{100}$

$$\frac{P_r}{P_V} = \left(\frac{U_r}{U_V}\right)^2 \Rightarrow 10\lg\frac{P_r}{P_V} = 10\lg\left(\frac{U_r}{U_V}\right)^2 db = 20\lg\frac{U_r}{U_V}\ (db)$$

Thông thường đặc tuyến tần số được viết dưới dạng:

$$W(p) = \frac{1}{1+TP} \text{ hay } W(j\omega) = \frac{1}{1+Tj\omega}$$

Trong đó: $p = j\omega$

$T j\omega$: số phức

Modun $|W(j\omega)|$

Argumen $\varphi(\omega)$

II.2.2. Đặc tuyến biên độ - tần số logarit (Giản đồ Bode)

Ví dụ ta khảo sát sự biến thiên của hàm truyền:

$$W(j\omega) = \frac{1}{1+Tj\omega}$$

$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg\left|\frac{1}{1+Tj\omega}\right| = 20\lg1 - 20\lg|Tj\omega+1| \quad (dB)$$

- Khi $\omega << \dfrac{1}{T} \rightarrow T\omega << 1 \rightarrow |Tj\omega+1| \approx 1$

Vậy $20\lg|W(j\omega)| \approx 0db$

- Khi $\omega >> \dfrac{1}{T} \rightarrow T\omega >> 1 \rightarrow |Tj\omega+1| \approx T\omega$

Vậy $20\lg|W(j\omega)| \approx -20\lg T\omega$ $(-20db/dec)$

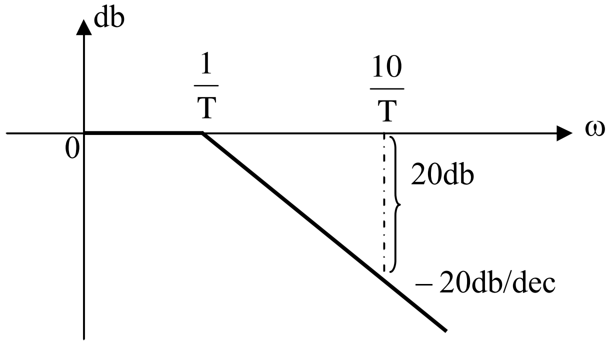
Giải thích:

- dec $\rightarrow$ decade (10 lần tần số)
- $(-20db/dec) \rightarrow$ giảm 20db khi tần số tăng 10 lần
- Tại ω_0

  $-20\lg T\omega = -20\lg T\omega_0 = -x db$
- Tại $\omega = 10\omega_0$

  $-20\lg T\omega = -20\lg T.10.\omega_0 = -20\lg T.\omega_0 - 20\lg10 = -x - 20db$

Đặc tuyến biên độ tần số logarit:



Ví dụ1:

Cho hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K}{1+TP} \qquad \text{với K, T: hằng số}$$

p = jω. Hãy vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit

Lời giải:

Ta có:

$$W(j\omega) = \frac{K}{1+Tj\omega}$$

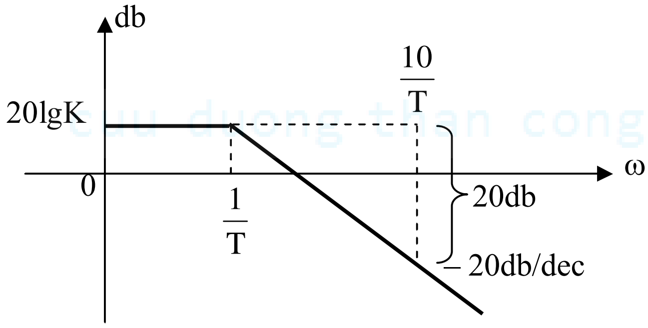
$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg\left|\frac{K}{1+Tj\omega}\right| = 20\lg K - 20\lg|Tj\omega+1|$$

- Khi $\omega << \frac{1}{T} \rightarrow T\omega << 1 \rightarrow |Tj\omega + 1| \approx 1.$

$$\text{Vậy } 20\lg|W(j\omega)| \approx 20\lg K \quad \text{(db)}$$

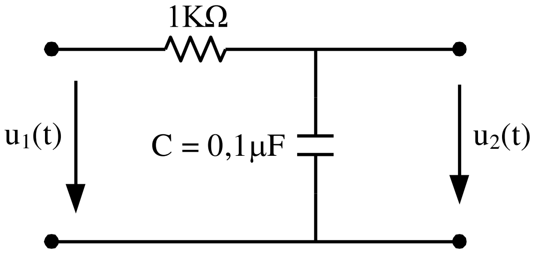
- Khi $\omega >> \frac{1}{T} \rightarrow T\omega >> 1 \rightarrow |Tj\omega + 1| \approx T\omega$

$$\text{Vậy } 20\lg|W(j\omega)| \approx 20\lg K - 20\lg T\omega \quad (-20\text{db/dec})$$



CÁC BÀI TẬP VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho mạch điện như hình vẽ (2.5)



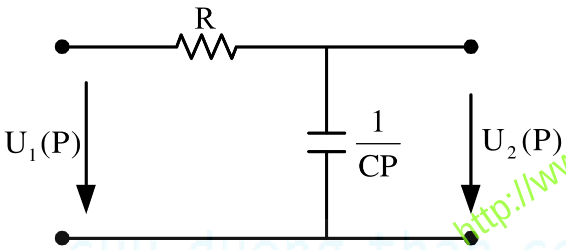
Hình (2.5)

Tính W(p); Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode): $20\lg|W(j\omega)|$

Tìm lại giá trị C để tín hiệu vào tần số 10^5 không bị suy giảm.

Lời giải

Bước 1: Đưa mạch về sơ đồ toán tử Laplace



Bước 2: *Xác định hàm truyền đạt áp*

$$W(P) = \frac{U_2(P)}{U_1(P)} = \frac{\frac{1}{CP}}{R + \frac{1}{CP}} = \frac{1}{1 + RCP} = \frac{1}{1 + 10^3.10^{-7}P} = \frac{1}{1 + 10^{-4}P}$$

$$W(j\omega) = \frac{1}{10^{-4}(j\omega) + 1} \qquad \text{Với } p = j\omega$$

Bước 3: *Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode)*

$$20\lg|W(j\omega)| = -20\lg|10^{-4}(j\omega) + 1|$$

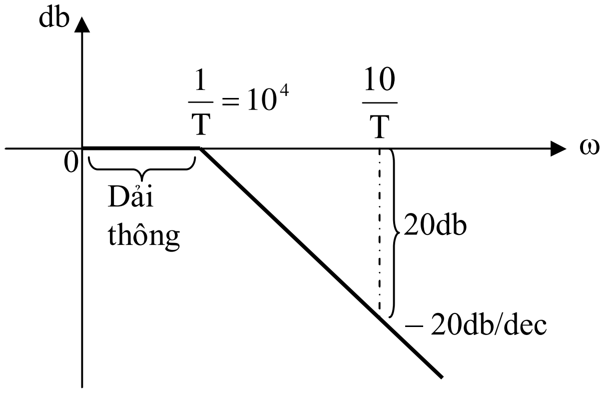
- Khi $\omega << \frac{1}{T}$ $(T = 10^{-4}) \Rightarrow T.\omega << 1 \Rightarrow |Tj\omega + 1| \approx 1$

$$20\lg|W(j\omega)| = 0 \text{ (dB)}$$

- Khi $\omega >> \frac{1}{T}$ $\rightarrow T\omega >> 1 \rightarrow |Tj\omega + 1| \approx T\omega$

$$20\lg|W(j\omega)| = -20\lg T\omega \text{ (dB) } (-20 \text{ dB/dec})$$

Đặc tuyến biên độ tần số logarit:



Ta có: $\omega_C = \frac{1}{T} = \frac{1}{RC} > 10^5 \Rightarrow C < \frac{1}{10^5 R} = \frac{1}{10^5.10^3} = 10^{-8}$ F

Ví dụ 2: Cho hàm truyền: W(p) = K(Tp + 1) Với K, T: hằng số; p = j.ω

Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode).

Lời giải

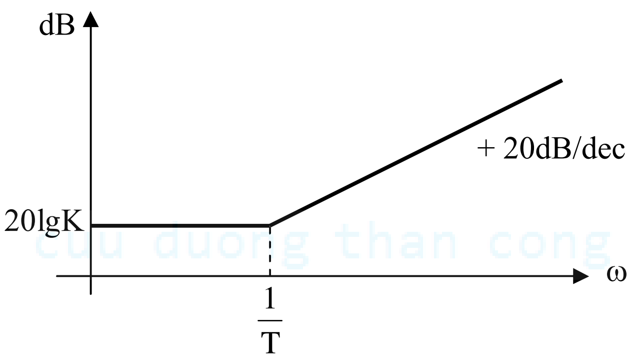
Ta có: $20\lg|W(j\omega)| = 20\lg|K(Tj\omega + 1)| = 20\lg K + 20\lg|(Tj\omega + 1)|$

- Khi $\omega << \frac{1}{T} \Rightarrow T.\omega << 1 \Rightarrow |Tj\omega + 1| \approx 1.$

$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K \text{ (dB)}$$

- Khi $\omega >> \frac{1}{T} \rightarrow T\omega >> 1 \rightarrow |Tj\omega + 1| \approx T\omega$

$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K + 20\lg T\omega \text{ (dB)} \quad \text{(20 dB/dec)}$$



Ví dụ 3: Cho hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K(T_2P + 1)}{T_1P + 1}$$ Với K, T_1, T_2: hằng số; $T_1 > T_2$.

$$|W(j\omega)| = \left|\frac{K(T_2j\omega + 1)}{T_1j\omega + 1}\right|$$

Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode)

Lời giải

Ta có: $20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K + 20\lg|(T_2 j\omega+1)| - 20\lg|(T_1 j\omega+1)|$

- Khi $\omega << \frac{1}{T_1} << \frac{1}{T_2}$ $\Rightarrow T_1\omega << 1; T_2\omega << 1 \Rightarrow |T_1 j\omega +1| \approx 1; |T_2 j\omega +1| \approx 1$

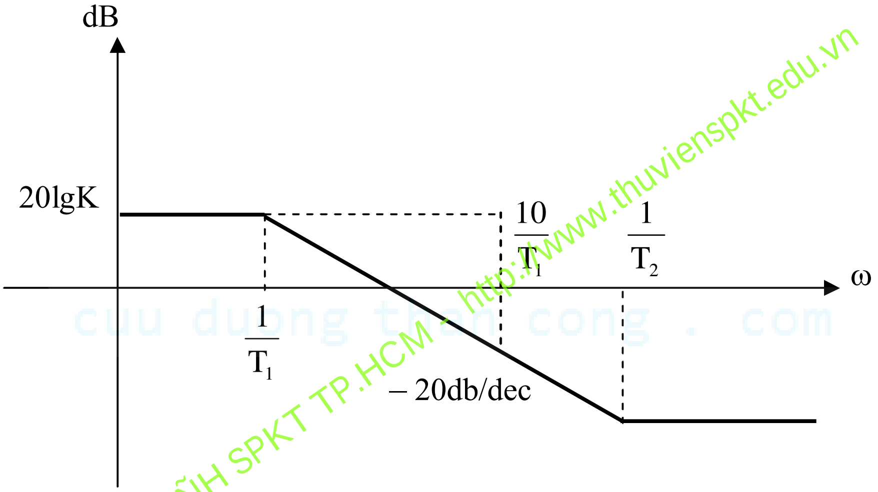
$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K \text{ (dB)}$$

- Khi $\frac{1}{T_1} << \omega << \frac{1}{T_2}$ $\Rightarrow T_1\omega >> 1; T_2\omega << 1 \Rightarrow |T_1 j\omega +1| \approx T_1\omega; |T_2 j\omega +1| \approx 1$

$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K - 20\lg T_1\omega \quad (-20 \text{ dB/dec})$$

- Khi $\frac{1}{T_1} << \frac{1}{T_2} << \omega \Rightarrow T_1\omega >> 1; T_2\omega >> 1 \Rightarrow |T_1 j\omega +1| \approx T_1\omega; |T_2 j\omega +1| \approx T_2\omega$

$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K - 20\lg T_1\omega + 20\lg T_2\omega \quad \text{(0db/dec)}$$



II.2.3. Đặc tuyến pha tần số Logarit

Đặc tuyến pha tần số logarit: $\varphi(\omega) = \arg(W(j\omega)) = \angle W(j\omega)$

Ví dụ 1: Khảo sát hàm truyền đạt

$$W(p) = \frac{K}{TP+1} \qquad \text{với K, T: hằng số}$$

$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega+1}$$

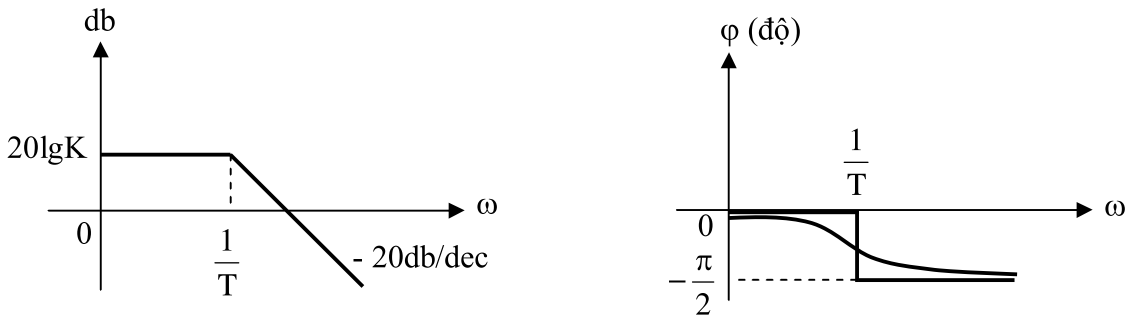
Vẽ đặc tuyến pha - tần số logarit: $\varphi(\omega)$

- Khi $\omega << \frac{1}{T} \rightarrow T\omega << 1 \rightarrow |Tj\omega +1| \approx 1.$

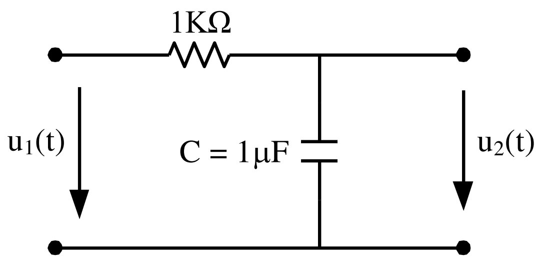
$$W(j\omega) = K \rightarrow \varphi = 0$$

- Khi $\omega >> \frac{1}{T} \rightarrow T\omega >> 1 \rightarrow |Tj\omega +1| \approx Tj\omega$

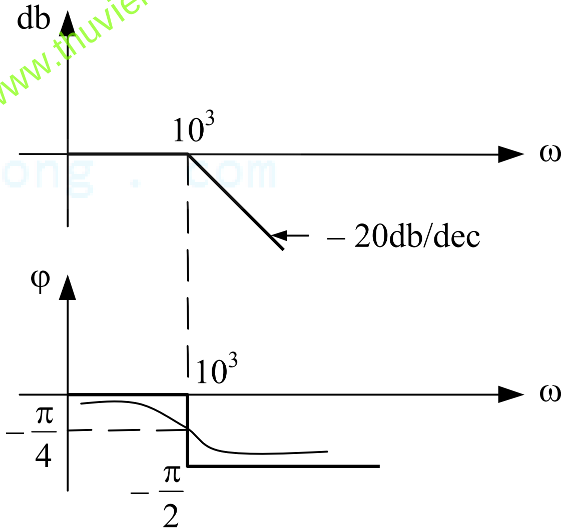
$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega} \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$



Ứng dụng: vẽ đặc tuyến pha tần số của mạch điện hình vẽ (2.6)



Hình (2.6)



$W(p) = \dfrac{1}{TP+1} = \dfrac{1}{10^{-3}P+1}$ với K, T: hằng số

$W(j\omega) = \dfrac{1}{Tj\omega+1}$

Ví dụ 2: Cho hàm truyền đạt

$W(p) = K(Tp + 1)$ với K, T: hằng số

$W(j\omega) = K(Tj\omega + 1)$. Vẽ đặc tuyến pha - tần số logarit: $\varphi(\omega)$.

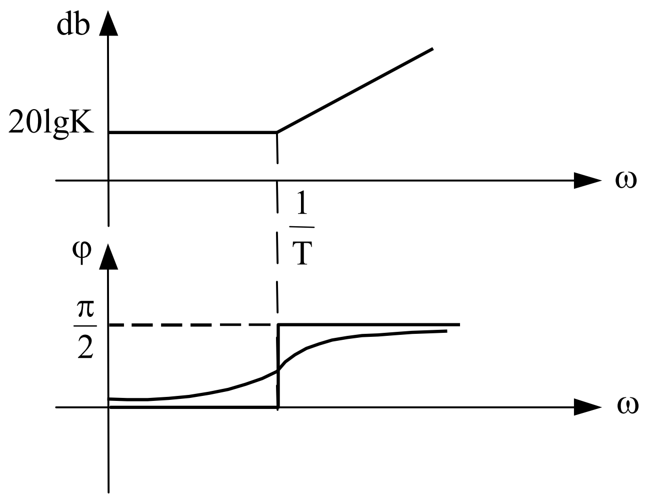
Lời giải

- Khi $\omega \ll \dfrac{1}{T} \rightarrow T\omega \ll 1 \rightarrow |Tj\omega +1| \approx 1$

$W(j\omega) = K \rightarrow \varphi = 0$

- Khi $\omega \gg \dfrac{1}{T} \rightarrow T\omega \gg 1 \rightarrow |Tj\omega +1| \approx Tj\omega$

$W(j\omega) = KTj\omega \rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$



Ví dụ 3: Cho hàm truyền

$$W(p) = \frac{K(T_2P+1)}{T_1P+1} \qquad \text{Với K, } T_1, T_2\text{: hằng số; } T_1 > T_2$$

$$|W(j\omega)| = \left|\frac{K(T_2j\omega+1)}{T_1j\omega+1}\right|$$

Vẽ đặc tuyến pha - tần số logarit: φ(ω)

Lời giải

- Khi $\omega << \frac{1}{T_1} << \frac{1}{T_2} \Rightarrow T_1\omega << 1;\ T_2\omega << 1 \Rightarrow |T_1j\omega+1| \approx 1;\ |T_2j\omega+1| \approx 1$

$$\Rightarrow 20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K \text{ (db)}$$

$$\Rightarrow W(j\omega) = K \Rightarrow \varphi = 0$$

- Khi $\frac{1}{T_1} << \omega << \frac{1}{T_2} \Rightarrow T_1\omega >> 1;\ T_2\omega << 1 \Rightarrow |T_1j\omega+1| \approx T_1\omega;\ |T_2j\omega+1| \approx 1$

$$\Rightarrow 20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K - 20\lg T_1\omega \text{ (–20db/dec)}$$

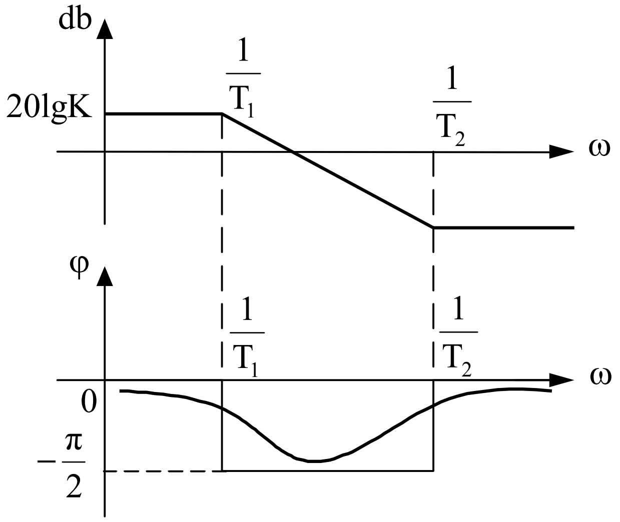
$$\Rightarrow W(j\omega) = \frac{K}{T_1j\omega} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

- Khi $\frac{1}{T_1} << \frac{1}{T_2} << \omega \Rightarrow T_1\omega >> 1;\ T_2\omega >> 1 \Rightarrow |T_1j\omega+1| \approx T_1\omega;\ |T_2j\omega+1| \approx T_2\omega$

$$\Rightarrow 20\lg|W(j\omega)| = 20\lg K - 20\lg T_1\omega + 20\lg T_2\omega \text{ (0db/dec)}$$

$$\Rightarrow W(j\omega) = \frac{KT_2j\omega}{T_1j\omega} \Rightarrow \varphi = 0$$

Chương II. Phân tích mạch trong miền tần số



BÀI TẬP CHƯƠNG II

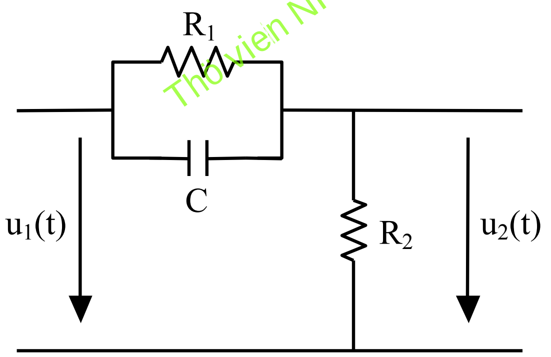
Bài 2.1: Cho hàm truyền

$$W(p) = \frac{K(T_1P+1)}{T_2P+1} \quad \text{Với K, } T_1, T_2\text{: hằng số; } T_1 > T_2$$

$$|W(j\omega)| = \frac{K(T_1 j\omega + 1)}{T_2 j\omega + 1}$$

Vẽ đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha - tần số logarit (giản đồ Bode).

Bài 2.2: Cho mạch điện như hình vẽ (2.7)



Hình (2.7)

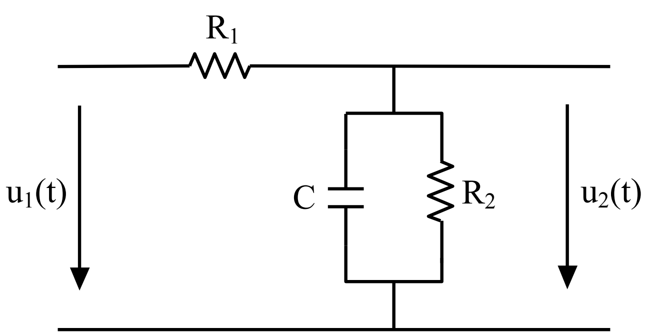
Cho $R_1 = R_2 = 1K\Omega$; $C = 0{,}1\mu F$.

a) Tính hàm truyền W(P).

b) Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode): $20\lg|W(j\omega)|$

Vẽ đặc tuyến pha - tần số logarit.

Bài 2.3: Cho mạch điện như hình vẽ (2.8)



Hình (2.8)

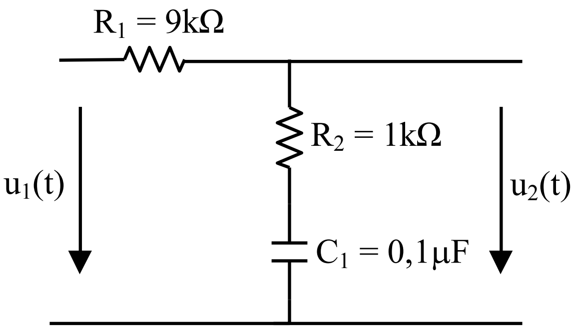
Cho $R_1 = R_2 = 1K\Omega$, $C = 0{,}1\mu F$.

a) Tính hàm truyền W(P).

b) Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode): $20\lg|W(j\omega)|$

Vẽ đặc tuyến pha - tần số logarit.

Bài 2.4: Cho mạch điện như hình vẽ (2.9)



Hình (2.9)

Cho $R_1 = 9K\Omega$; $R_2 = 1K\Omega$; $C = 0{,}1\mu F$.

a) Tính hàm truyền W(P).

b) Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode): $20\lg|W(j\omega)|$

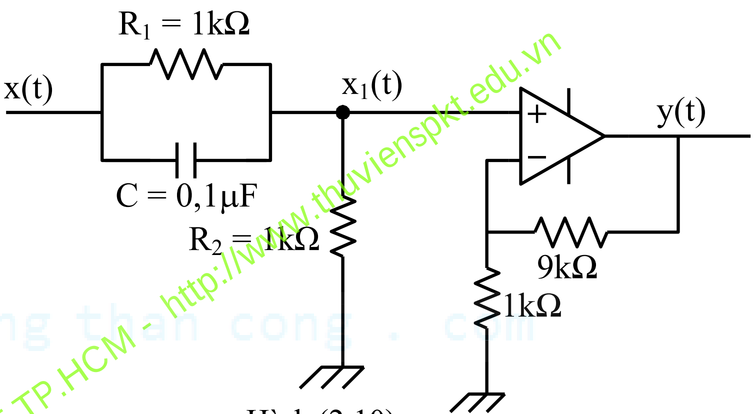
Vẽ đặc tuyến pha - tần số logarit.

Bài 2.5: Cho mạch điện như hình vẽ (2.10)

a) Tính hàm truyền W(P).

b) Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode): $20\lg|W(j\omega)|$

Vẽ đặc tuyến pha - tần số logarit.



Hình (2.10)

Bài 2.6: Cho hàm truyền sau:

$$W(P) = \frac{K}{(T_1P+1)(T_2P+1)}$$

$$W(j\omega) = \frac{K}{(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)}$$

Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode): $20\lg|W(j\omega)|$

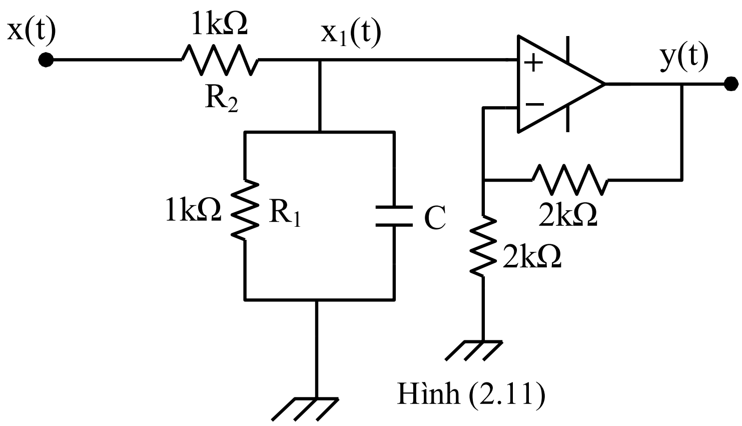
Bài 2.7: Cho mạch điện như hình vẽ (2.11)

Cho $C = 1\mu F$.

a) Tính hàm truyền W(P).

b) Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode): $20\lg|W(j\omega)|$ và đặc tuyến pha - tần số logarit: $\varphi(\omega)$

c) Tín hiệu vào có $\omega = 10^4$ rad/s có qua được mạch không?

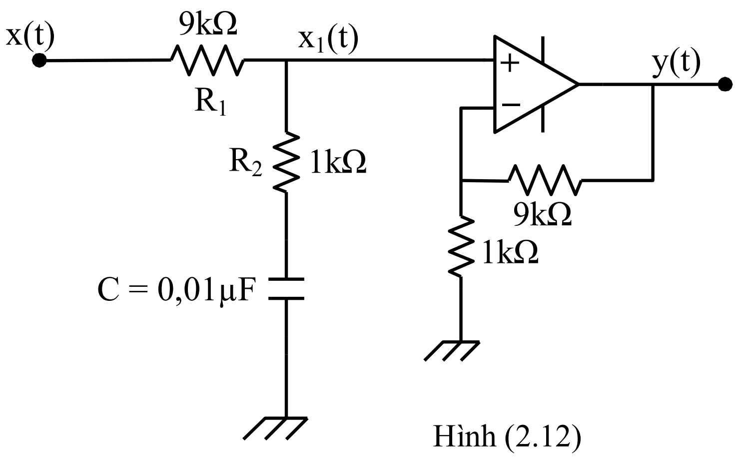


Hình (2.11)

Bài 2.8: Cho mạch điện như hình vẽ (2.12)

a) Vẽ đặc tuyến biên độ - tần số logarit (giản đồ Bode): $20\lg|W(j\omega)|$ và đặc tuyến pha - tần số logarit: $\varphi(\omega)$

b) Tín hiệu vào có $\omega = 10^5$ rad/s có qua được mạch không?



Hình (2.12)

CHƯƠNG III: MẠCH PHI TUYẾN

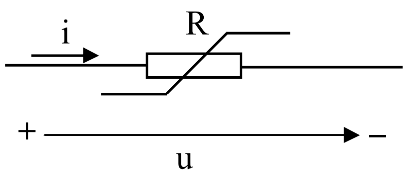
III.1. CÁC PHẦN TỬ KHÔNG TUYẾN TÍNH

Các phần tử KTT được sử dụng để tạo nên các quá trình KTT, mà mạch tuyến tính không thể tạo ra được như các quá trình chỉnh lưu, điều chế, tách sóng, tạo dao động... Mạch KTT là mạch có chứa ít nhất một phần tử KTT, hoặc về mặt toán học có thể nói rằng, mạch KTT được mô tả bằng phương trình vi phân phi tuyến.

Các phần tử KTT nói chung không có biểu diễn giải tích thuận tiện, nó thường được mô tả bằng các đặc tuyến (đặc trưng) thực nghiệm, được cho dưới dạng các quan hệ dòng điện - điện áp đối với điện trở, từ thông - dòng điện đối với cuộn dây và điện tích - điện áp đối với tụ điện.

III.1.1. Điện trở phi tuyến

Ký hiệu:

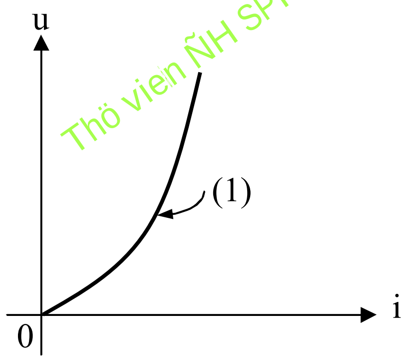


Điện trở phi tuyến được xác định bởi quan hệ giữa dòng điện và điện áp:

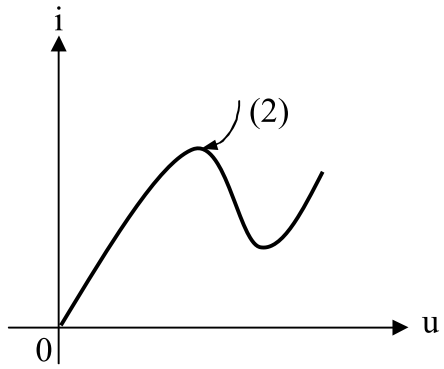
$$u = f_R(i) \quad (3.1) \qquad \text{hay} \qquad I = \varphi_R(u) \quad (3.2)$$

trong đó f_R, φ_R là các hàm liên tục trong khoảng $(-\infty, +\infty)$ và $\varphi_R = f_R^{-1}$ (hàm ngược).

Các đặc tuyến được mô tả bởi các phương trình (3.1) và (3.2) sẽ đi qua gốc tọa độ và nằm ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba.



Hình 3.1a

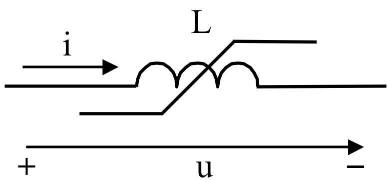


Hình 3.1b

Nếu điện trở có đặc tuyến (1) mà không có (2), ta gọi nó là phần tử phụ thuộc dòng (R thay đổi theo i). Nếu điện trở KTT có đặc tuyến (2) mà không có (1), thì nó là phần tử phụ thuộc áp (R thay đổi theo v). Trong trường hợp phần tử phi tuyến có cả hai đặc tuyến (dòng là hàm đơn trị của áp và ngược lại) thì đó là phần tử phi tuyến không phụ thuộc. Các điện trở không tuyến tính thực tế thường gặp là các bóng đèn dây tóc, các diode điện tử và bán dẫn …

III.1.2. Điện cảm phi tuyến (cuộn dây phi tuyến)

Ký hiệu:

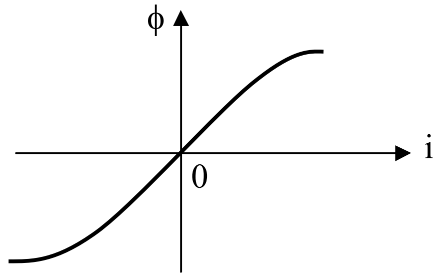


Điện cảm phi tuyến được cho bởi đặc tuyến quan hệ giữa từ thông và dòng điện có dạng:

$$\phi = f_L(i) \quad (3.3) \qquad \text{và} \qquad u = \frac{d\phi}{dt} \quad (3.4)$$

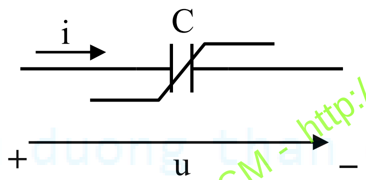
Trong đó f_L là hàm liên tục trong khoảng $(-\infty, +\infty)$, đi qua gốc tọa độ (ϕ, i) và nằm ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba. Ngoài ra phương trình (3.3) còn được biểu diễn dưới dạng:

$$i = \varphi_L(\phi) \qquad \text{với } \varphi_L = f_L^{-1} \quad (3.5)$$



III.1.3. Điện dung phi tuyến

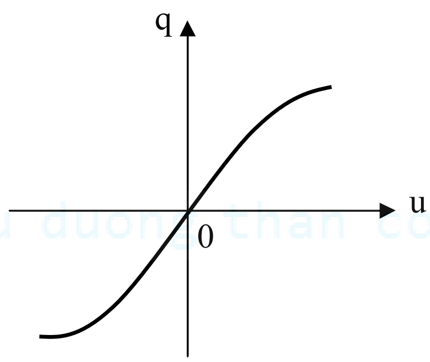
Ký hiệu:



Điện dung phi tuyến được đặc trưng bởi quan hệ KTT (không tuyến tính) giữa điện tích và điện áp trên tụ điện.

$$q = f_c(u) \quad (3.6) \qquad \text{và} \qquad i = \frac{dq}{dt} \quad (3.7)$$

Trong đó f_c là hàm liên tục trong khoảng $(-\infty, +\infty)$, có đạo hàm liên tục khắp nơi, đi qua gốc tọa độ (q, u) và nằm ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba.



Tùy thuộc vào điều kiện làm việc, người ta phân biệt các đặc tuyến của các phần tử KTT thành các loại sau:

- Đặc tuyến tĩnh được xác định khi đo lường phần tử KTT làm việc với các quá trình biến thiên chậm theo thời gian.
- Đặc tuyến động được đo lường khi các phần tử KTT làm việc với quá trình điều hòa.

- Đặc tuyến xung được xác định khi phần tử làm việc với các quá trình đột biến theo thời gian.

III.2. CÁC THÔNG SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA CÁC PHẦN TỬ PHI TUYẾN

III.2.1. Điện trở tĩnh và điện trở động

Điện trở phi tuyến có đặc tuyến $u = f_R(i)$, có điện trở tĩnh được định nghĩa bởi tỉ số giữa điện áp và dòng điện tại điểm làm việc $M(u_o, I_o)$ trên đặc tuyến tĩnh (hình 3.2a).

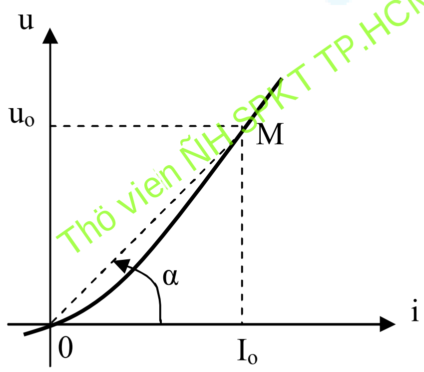
$$R_o = \left.\frac{U}{I}\right|_M$$

Điện trở động của phần tử phi tuyến được định nghĩa bởi đạo hàm của điện áp theo dòng điện tại điểm làm việc (hình 3.2b).

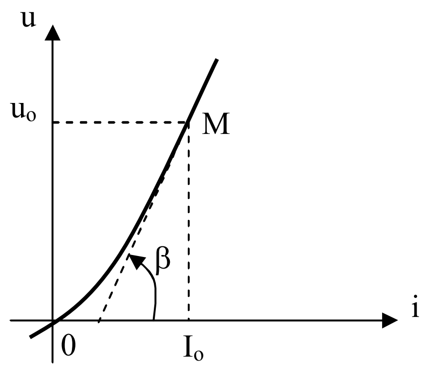
$$R_đ = \left.\frac{du}{di}\right|_M$$

Điện trở tĩnh được minh họa trên hình 3.2a, nó bằng tgα. Với α là góc được tạo nên giữa cát tuyến OM với trục i. Điện trở động là tgβ. Với β là góc giữa đường tiếp tuyến tại điểm M với trục i (hình 3.2b).

Cả điện trở tĩnh và động đều phụ thuộc vào điểm làm việc trên đặc tuyến của phần tử phi tuyến, nó là hàm của dòng điện.



Hình 3.2a



Hình 3.2b

$R_o = R_o(i)$

$R_đ = R_đ(i)$

Chú ý: Với một số phần tử KTT, trong một khoảng biến thiên nào đó của dòng điện và điện áp, điện trở động của nó có thể nhận giá trị âm, còn giá trị của điện trở tĩnh thì luôn luôn dương.

III.2.2. Điện cảm tĩnh và điện cảm động

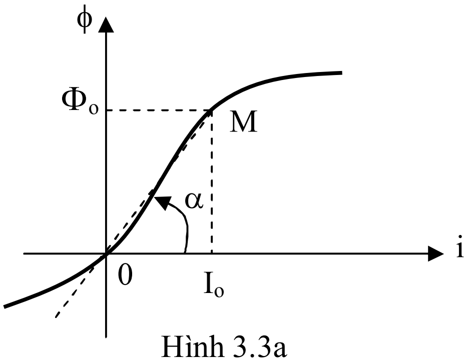
Điện cảm phi tuyến (KTT) có đặc trưng $\phi = f_L(i)$.

Điện cảm tĩnh là tỉ số giữa từ thông và dòng điện tại điểm làm việc $M(\Phi_o, I_o)$ (hình 3.3a).

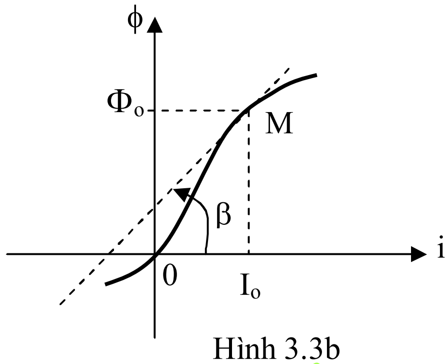
$$L_o = \left.\frac{\Phi}{I}\right|_M$$

Điện cảm động $L_đ$ được định nghĩa bởi đạo hàm của từ thông theo dòng điện tại điểm làm việc M (hình 3.3b).

$$L_đ = \left.\frac{d\phi}{di}\right|_M$$



Hình 3.3a



Hình 3.3b

III.2.3. Điện dung tĩnh và điện dung động

Điện dung phi tuyến (KTT) có đặc tuyến $q = f_c(u)$ có các thông số tĩnh và động được định nghĩa như sau:

$$C_o = \left.\frac{q}{u}\right|_M$$

$$C_đ = \left.\frac{dq}{du}\right|_M$$

Các thông số tĩnh và động của điện dung phi tuyến đều phụ thuộc vào điểm làm việc của phần tử. Khi đã biết giá trị điện dung động $C_đ(u)$ ta có thể xác định dòng điện đi qua nó:

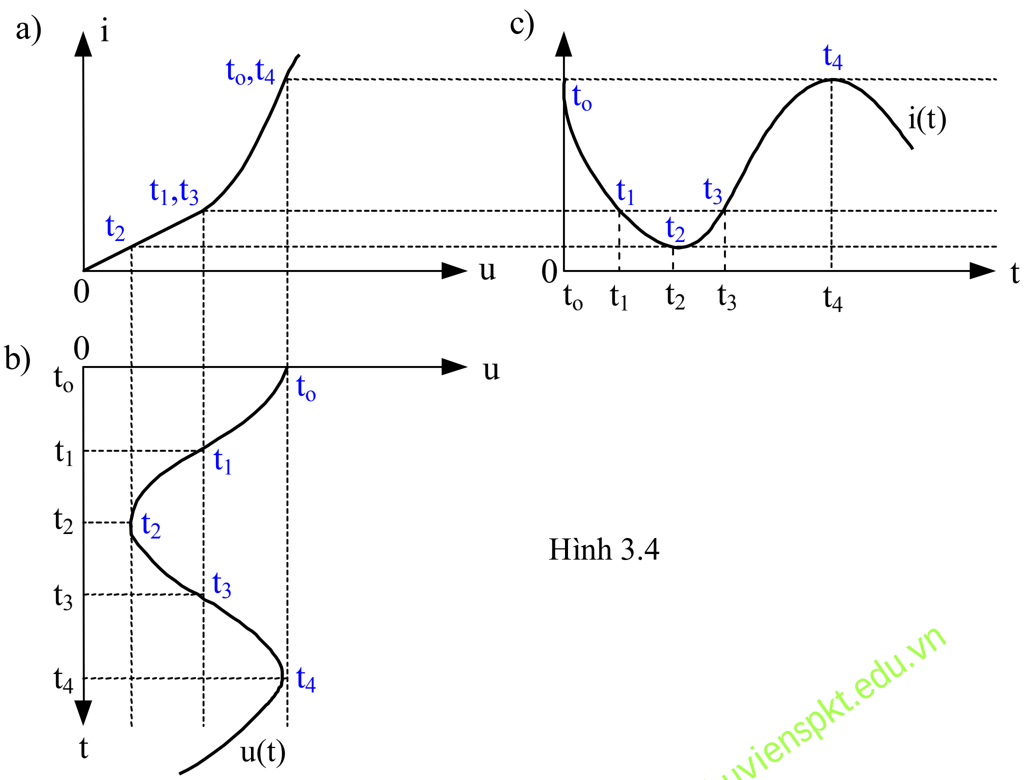
$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{du}\frac{du}{dt} = C_đ(u)\frac{du}{dt}$$

Các thông số tĩnh được dùng để mô tả phần tử KTT tại điểm làm việc tĩnh $M(q_o,u_o)$, còn các thông số động dùng để mô tả phần tử KTT tại điểm làm việc tĩnh, có nguồn tác động biến thiên theo thời gian.

III.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH KTT

III.3.1. Phương pháp đồ thị

Nội dung của các phương pháp này là dựa vào các đặc tuyến của các phần tử KTTđể tìm ra đáp ứng của mạch dưới dạng đồ thị, khi đã biết tác động ở đầu vào. Trên hình (3.4a) là đặc tuyến vôn - ampe của một phần tử KTT nào đó, nếu đặt vào nó một điện áp biến thiên theo thời gian trên hình (3.4b), thì đáp ứng dòng điện ở trên phần tử có thể xác định bằng phương pháp đồ thị.



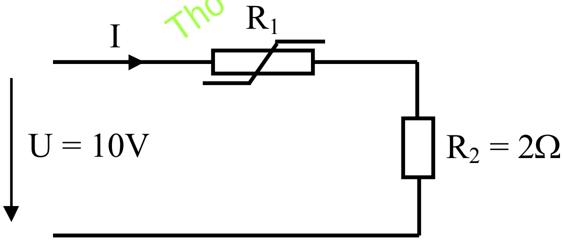
Hình 3.4

Từ hình vẽ, ta có thể xác định giá trị của u(t) tại những thời điểm đã chọn và sau đó dóng lên đặc tuyến của phần tử KTT, từ đó có thể vẽ được dạng của dòng điện theo thời gian hình (3.4c).

Phương pháp đồ thị cho ta kết quả định tính, dễ sử dụng trong trường hợp nguồn tác động có dạng đơn giản. Trong trường hợp phân tích cần kết quả chính xác cần phải áp dụng phương pháp giải tích.

III.3.2. Phương pháp dò

Ví dụ 1: Cho mạch điện như hình vẽ (3.5)



Hình (3.5)

Phần tử không tuyến tính được cho từ đặc tuyến thực nghiệm theo bảng (3.1)sau. Hãy tìm I.

I (A)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
U(v)	1	2	2,5	3	3.5	4	4,5

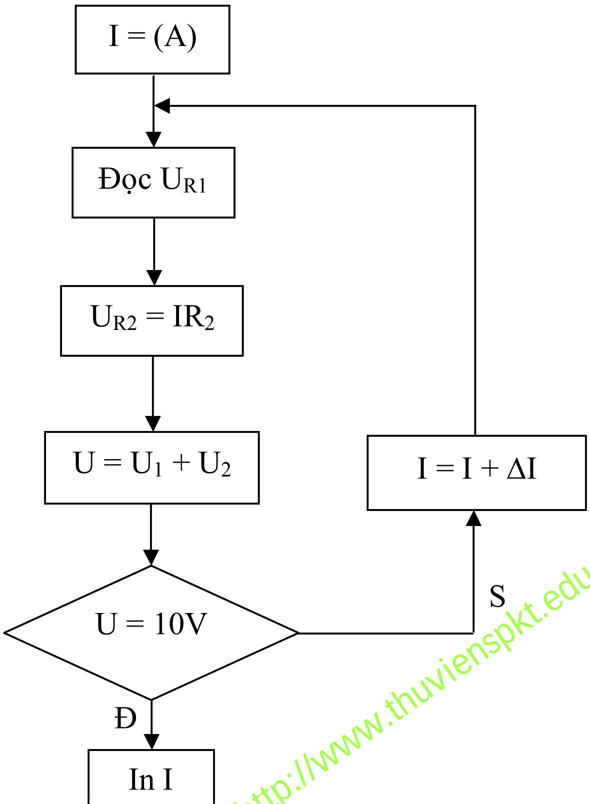
Bảng (3.1)

Lời giải

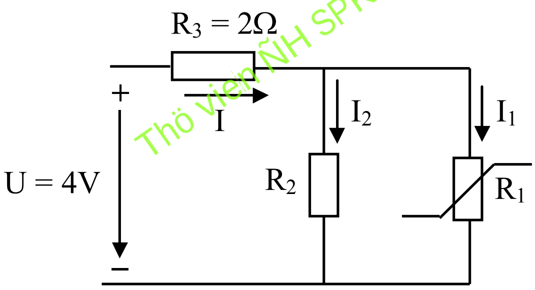
Lập bảng:

n	I	U_{R1}	$U_{R2} = IR_2$	$U = U_{R1} + U_{R2}$	So sánh với 10
1	0,5	1	1	2	Khác
2	1	2	2	4	Khác
3	1,5	2,5	3	5,5	Khác
4	2	3	4	7	Khác
5	2,5	3,5	5	8,5	Khác
6	3	4	6	10	= 10

Vậy I = 3 (A).



Ví dụ 2: Cho mạch điện như hình vẽ (3.6)



Hình (3.6)

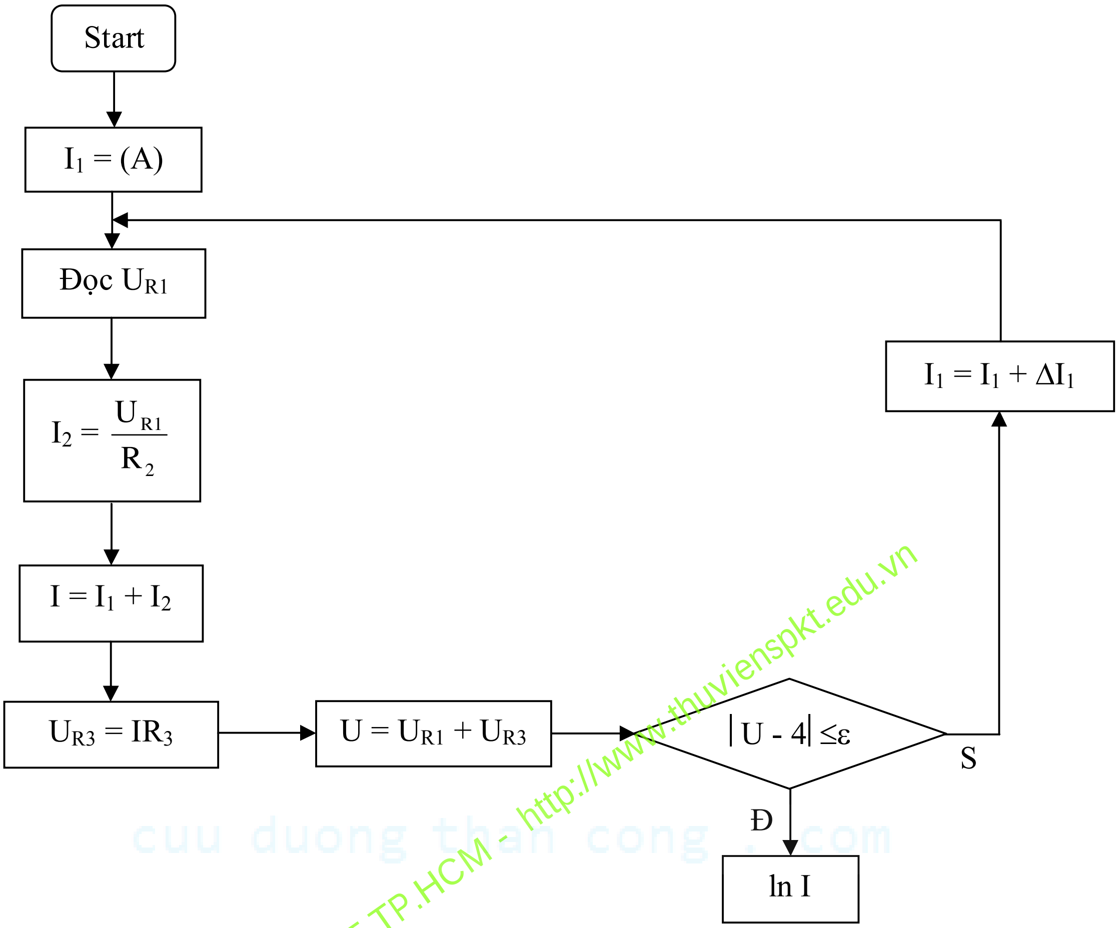
Phần tử không tuyến tính được cho từ đặc tuyến thực nghiệm theo bảng (3.2)sau. Hãy tìm I, I_1, I_2.

I (A)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
U(v)	1,5	2	2,5	3	3.5	4	4,5

Lập bảng:

Số lần n	I_1	U_{R1} (đọc)	$I_2 = \frac{U_{R1}}{R_2}$	$I = I_1 + I_2$	$U_{R3} = IR_3$	$U = U_{R3} + U_{R1}$	So sánh với 4V
1	0,5	1,5	0,75	1,25	2,5	4	= 4V
2	1	2	1	2	4	6	Khác
3	1,5	2,5	1,25	2,75	5,5	8	Khác
4	2	3	1,5	3,5	7	10	Khác
5	2,5	3,5	1,75	4,25	8,5	12	Khác
6	3	4	2	5	10	14	Khác

Vậy $I = 1{,}25$ (A); $I_1 = 0{,}5$ (A); $I_2 = 0{,}75$ (A).



III.3.3. Phương pháp giải tích

❖ ***Biểu diễn gần đúng đặc tuyến bằng đa thức nguyên***

Giả thiết phần tử KTT được cho bởi đặc tuyến $i = f(u)$ có được từ thực nghiệm hoặc từ các nhà sản xuất hình (3.7). Phần tử KTT có điểm làm việc được chọn là $M(u_0, I_0)$. Có thể biểu diễn gần đúng đặc tuyến của phần tử KTT bằng khai triển Taylor tại điểm làm việc M như sau:

$$i = a_0 + a_1(u - u_0) + a_2(u - u_0)^2 + \dots + a_n(u - u_0)^n \qquad (3.3.1)$$

Các hệ số a_n được xác định bởi:

$$a_0 = i(u_0)$$

$$a_1 = i'(u_0)$$

$$a_2 = \frac{i''(u_o)}{2!} \qquad (3.3.2)$$

$$a_n = \frac{i^{(n)}(u_0)}{n!}$$

Trong thực tế tùy theo mức độ chính xác yêu cầu, người ta sẽ hạn chế bậc của đa thức (3.3.1). Biểu thức (3.3.2) là công thức xác định các hệ số khai triển Taylor trong trường hợp hàm f(u) đã xác định. Đối với các phần tử KTT, hàm f(u) thường được cho bằng đặc tuyến thực nghiệm, do đó để xác định các hệ số a_n cũng phải tiến hành bằng thực nghiệm.

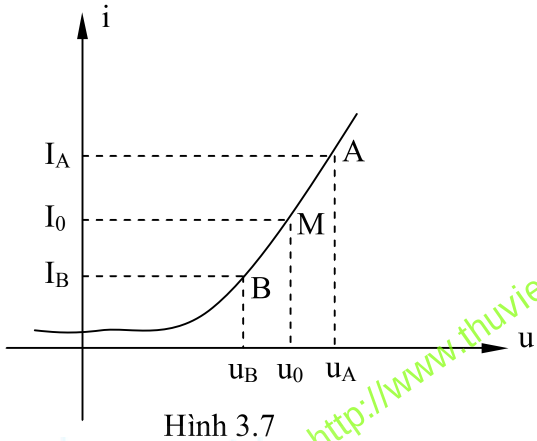
Ví dụ khi hạn chế đa thức (3.3.1) ở bậc hai, ta cần phải xác định ba hệ số a_0, a_1, a_2. để tìm ba hệ số này, ngoài điểm làm việc M, ta cần chọn thêm hai điểm A, B trên đặc tuyến của phần tử KTT hình (3.7). Cách xác định như vậy được gọi là phương pháp ba tung độ. Ta sẽ thiết lập ba phương trình mô tả đặc tuyến của phần tử KTT tại ba điểm chọn là:

$$a_0 = I_0$$

$$a_0 + a_1(u_A - u_0) + a_2(u_A - u_0)^2 = I_A$$

$$a_0 + a_1(u_B - u_0) + a_2(u_B - u_0)^2 = I_B \qquad (3.3.3)$$

Từ ba phương trình (3.3.3) ta sẽ tìm ra ba giá trị của a_0, a_1, a_2.



Hình 3.7

- ***Biểu diễn đặc tuyến bằng đường gãy khúc (phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn)***

Trong thực tế phân tích mạch KTT, nhiều trường hợp phải thay thế đặc tuyến của phần tử KTT bằng những đoạn thẳng, điều đó hoàn toàn là để làm đơn giản việc phân tích và biểu diễn kết quả. Phương pháp này được gọi là phương pháp tuyến tính hóa đặc tuyến của phần tử KTT.

Để thực hiện việc tuyến tính đặc tuyến, hãy xét một phần tử KTT có đặc tuyến $u=f_R(i)$ liên tục và khả vi tại lân cận điểm làm việc $M(u_0, I_0)$ hình (3.8).

Hàm u = f(i) có thể khai triển thành chuỗi Taylor tại điểm $M(u_0, I_0)$:

$$u = f(i) = f(I_0) + f'(I_0)(i - I_0) + \frac{1}{2}f''(I_0)(i - I_0)^2 + \ldots \qquad (3.3.4)$$

Nếu giới hạn đa thức ở bậc nhất, thì một cách gần đúng ta chỉ sử dụng hai số hạng đầu tiên của chuỗi (3.3.4), tức là:

$$u \approx f(I_0) + f'(I_0)(i - I_0) \qquad (3.3.5)$$

Tại điểm $M(u_0, I_0)$ ta có:

$$f(I_0) = u_0$$

$$f'(I_0) = \left.\frac{du}{di}\right|_M = R_đ$$

Nên biểu thức (3.3.5) có thể viết lại dưới dạng:

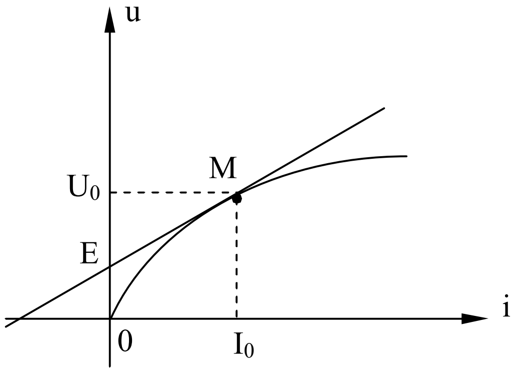
$$u = u_0 + R_đ(i - I_0)$$

hay $\quad u \approx R_đ.i + E \qquad (3.3.6)$

Trong đó $R_đ$ là điện trở động của phần tử KTT tại điểm làm việc, còn E được xác định theo biểu thức:

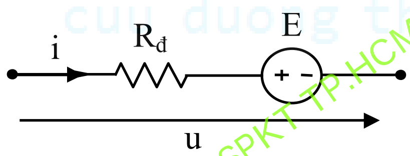
$$E = u_0 - R_đ.I_0 \qquad (3.3.7)$$

Biểu thức (3.3.6) chính là phương trình đường thẳng tiếp tuyến với đặc tuyến u=f(i) tại điểm M và cắt trục điện áp tại điểm E được xác định theo biểu thức (3.3.7).

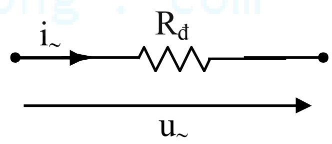


Hình 3.8

Từ những phân tích trên đây có thể thấy rằng, đặc tuyến của phần tử KTT ở lân cận điểm làm việc có thể được làm gần đúng bằng một đoạn thẳng. Điều đó có nghĩa là ta đã thay thế một phần tử KTT bằng một hai cực tuyến tính trên hình (3.9).



Hình 3.9



Hình 3.10

Việc làm đúng trên đây được sử dụng trong trường hợp khi phần tử KTT có tác động là nguồn dòng gồm hai thành phần:

$$i = I_0 + i_{\sim}$$

với I_0: là thành phần một chiều tại điểm làm việc M.

i~: là thành phần xoay chiều thỏa mãn điều kiện $|I_{\sim max}| < I_0$

Khi đó hạ áp trên phần tử KTT cũng sẽ bao gồm hai thành phần:

$$u = u_0 + u_{\sim}$$

Trong đó $u_{\sim}$ là thành phần xoay chiều của điện áp tại điểm làm việc M. Từ pt (3.3.6) ta có thể viết:

$$u_{\sim} = R_đ.i_{\sim}$$

Ví dụ: Cho $i = k\left(1+\frac{u}{E}\right)^{\frac{3}{2}}$ với k, E là hằng số

Khai triển i(u) thành chuỗi Taylor ở lân cận $u_0 = 0$.

Lời giải

$$a_0 = i(u_0) = i(0) = k$$

$$i' = \frac{3}{2}\cdot\frac{k}{E}\left(1+\frac{u}{E}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$a_1 = i'(u_0) = i'(0) = \frac{3k}{2E}$$

$$i'' = \frac{3}{4}\cdot\frac{k}{E^2}\left(1+\frac{u}{E}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$a_2 = \frac{i''(0)}{2!} = \frac{3k}{8E^2}$$

Vậy $i(u) = k + \frac{3k}{2E}u + \frac{3k}{8E^2}u^2 + \ldots +$

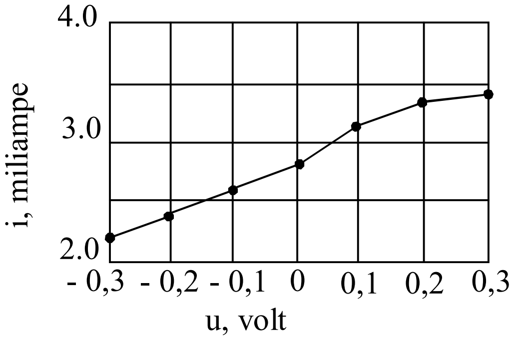
+ Nhận xét:

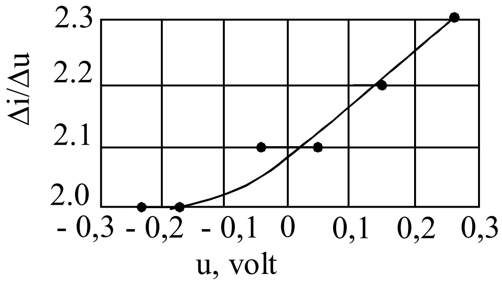
- Xấp xỉ $i(u) = a_0$
- Khi tín hiệu dao động với biên độ nhỏ quanh giá trị u_0 ta chỉ cần khai triển ở bậc 1: $i(u) = a_0 + a_1(u - u_0)$
- Khi tín hiệu dao động với biên độ lớn quanh giá trị u_0 thì bậc của phương trình khai triển tăng lên để đảm bảo tính chính xác.

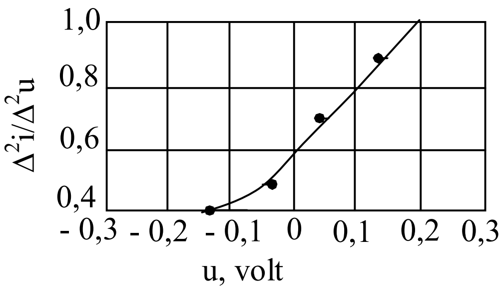
❖ ***Phương pháp xác định hệ số của chuỗi Taylor bằng đồ thị***

Ví dụ: Cho đặc tuyến vôn - ampe được xác định bằng đặc tuyến thực nghiệm theo bảng sau:

v	- 0,3		- 0,2		- 0,1		0		0,1		0,2		0,3
i	2,22		2,42		2,62		2,38		3,04		3,26		3,49
$\frac{\Delta i}{\Delta u}$		2		2		2,1		2,1		2,2		2,3	
Đọc i’			2		2,04		2,09		2,16		2,25		
$\frac{\Delta i'}{\Delta u}$				0,4		0,5		0,7		0,9			
Đọc i”					0,46		0,6		0,78				







- Viết khai triển Taylor của i(v) ở lân cận $u_0 = 0$

$$a_0 = i(u_0) = 2{,}83$$

$$a_1 = i'(u_0) = 2{,}09$$

$$a_2 = \frac{i''(u_0)}{2!} = 0{,}3$$

$$i(u) = 2{,}83 + 2{,}09.u + 0{,}3.u^2$$

- Viết khai triển chuỗi Taylor của i(u) ở lân cận $u_0 = 0{,}1$

$$a_0 = i(u_0) = 3{,}04$$

$$a_1 = i'(u_0) = 2{,}16$$

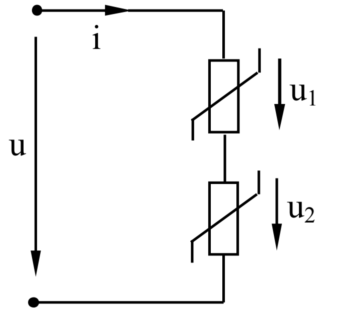
$$a_2 = \frac{i''(u_0)}{2!} = 0{,}39$$

$$i(u) = 3{,}04 + 2{,}16(u - 0{,}1) + 0{,}3(u - 0{,}1)^2$$

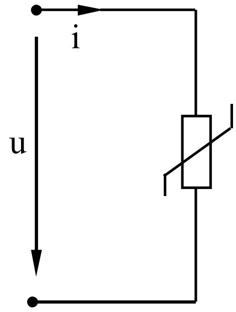
III.4. CÁCH GHÉP NỐI CÁC PHẦN TỬ KTT

III.4.1. Mắc nối tiếp các phần tử KTT

Sơ đồ nối tiếp hai điện trở KTT có đặc tuyến lần lượt là $u_1 = f_{R1}(i)$ và $u_2 = f_{R2}(i)$. Mạch tương đương của cách nối tiếp hai phần tử là mạch trên hình (3.11b).



Hình 3.11a

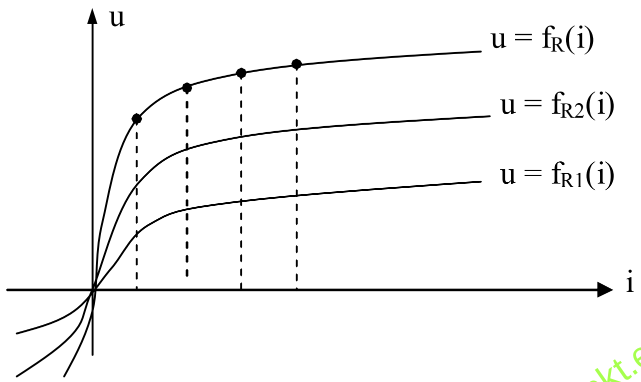


Hình 3.11b

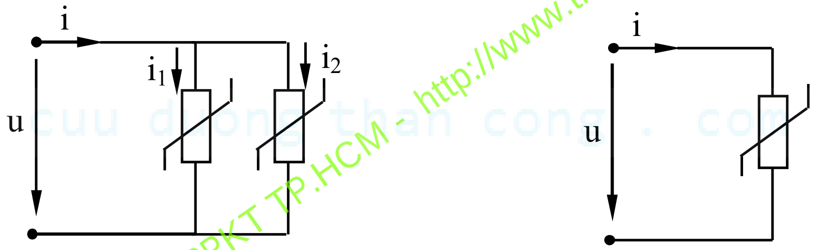
Áp dụng định luật Kirchhoff 2 ta có:

$$u = u_1 + u_2 = f_{R1}(i) + f_{R2}(i) = f_R(i)$$

Bởi vì dòng điện trong mạch nối tiếp là như nhau, nên khi vẽ các đặc tuyến của các phần tử KTT trên cùng một hệ trục tọa độ (u, i), ta có thể xác định điện áp trên từng phần tử tương ứng với từng giá trị của dòng điện. Nối các điểm có cùng dòng điện và điện áp bằng tổng điện áp trên từng phần tử ta sẽ được đặc tuyến của cả hệ thống.



III.4.2. Mắc song song



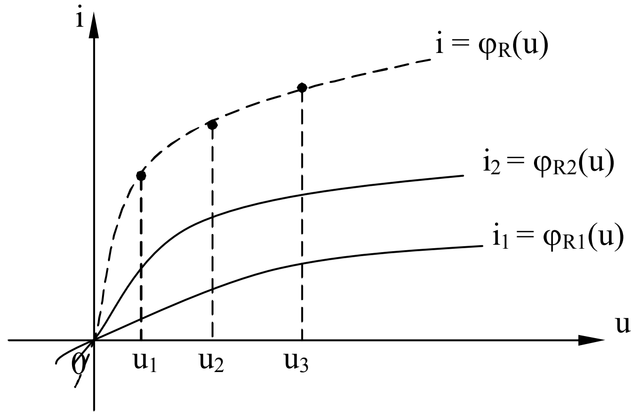
Hình 3.12.a,b. Nối song song hai điện trở KTT

Mạch nối song song hai điện trở KTT có đặc tuyến lần lượt là $i_1 = \varphi_{R1}(u)$ và $i_2 = \varphi_{R2}(u)$ được cho trên hình (3.12.a). Hãy xác định đặc tuyến tổng hợp $I = \varphi_R(u)$ của điện trở KTT tương đương trên hình (3.12.b).

Áp dụng định luật Kirchhoff 1 ta có:

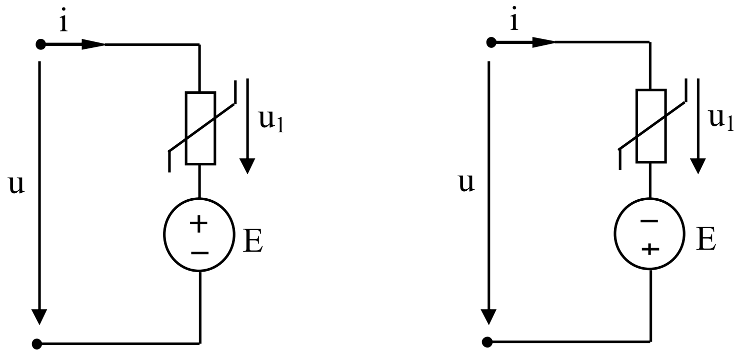
$$i = i_1 + i_2 = \varphi_{R1}(u) + \varphi_{R2}(u) = \varphi_R(u)$$

Với mạch nối song song, điện áp trên các phần tử là như nhau. Do đó, khi vẽ các đặc tuyến vôn - ampe của các phần tử KTT trên cùng một hệ trục tọa độ (u, i), tại các giá trị khác nhau của u, ta sẽ tìm được giá trị của I trên cả hệ thống. Dòng qua phần tử tương đương sẽ bằng tổng các dòng thành phần.



III.4.3. Cách nối các phần tử KTT với nguồn tác động

Trong phân tích mạch KTT nhiều khi cũng cần phải xây dựng đặc tuyến tổng hợp của mạch mắc nối tiếp hoặc song song của điện trở KTT với nguồn áp hoặc dòng.



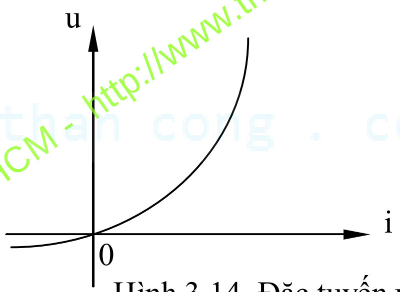
Hình 3.13.a,b. Mắc nối tiếp của nguồn áp với điện trở KTT

Hãy xét mạch mắc nối tiếp trên hình (3.13.a,b) của nguồn áp một chiều có sức điện động E với điện trở KTT có đặc tuyến $u_1 = f_1(i)$ trên hình (3.14).

Với các mạch trên hình 4.1.a,b ta có các phương trình:

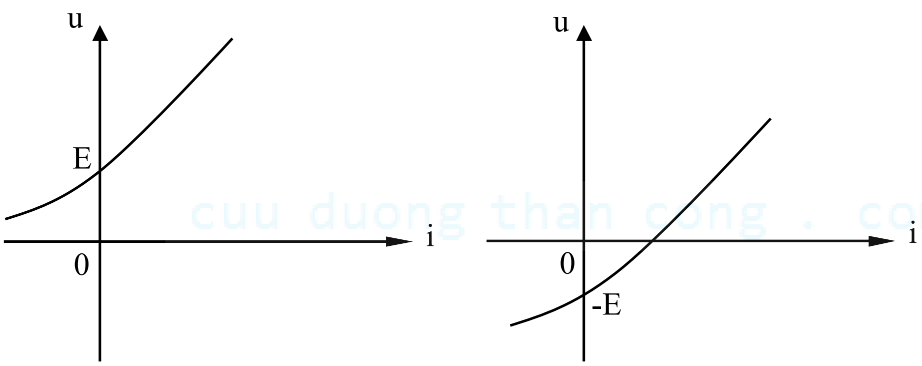
$$u = u_1 + E = f_1(i) + E$$

$$u = u_1 - E = f_1(i) - E$$



Hình 3.14. Đặc tuyến u.i của điện trở KTT

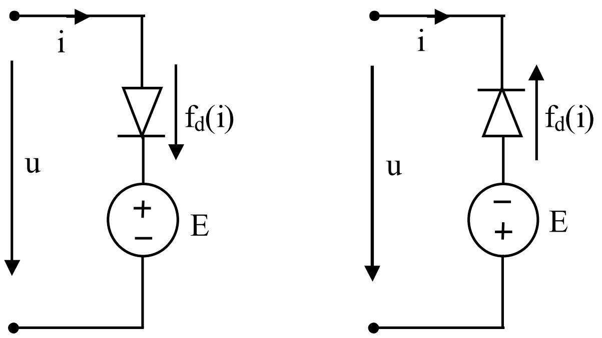
Đồ thị của các phương trình được vẽ trên hình (3.15.a,b).



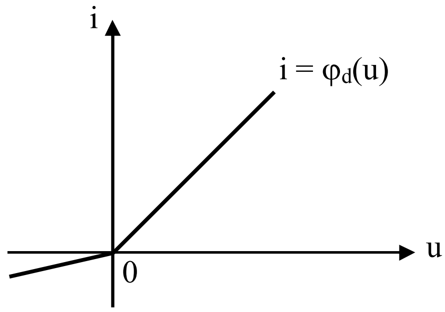
Hình 3.15.a,b. Đặc tuyến tổng hợp

Từ các đồ thị trên hình (3.15.a,b) cho thấy, việc mắc nối tiếp nguồn áp một chiều sẽ làm dịch chuyển đặc tuyến của phần tử KTT dọc theo trục áp một đoạn là ± E.

Ví dụ: Hãy tìm đặc tuyến tổng hợp của mạch mắc nối tiếp của nguồn áp một chiều có sức điện động E với một điot bán dẫn hình (3.16). Đặc tuyến của điot bán dẫn được làm gần đúng bằng hai đoạn thẳng như trên hình (3.17).



Hình 3.16.a,b



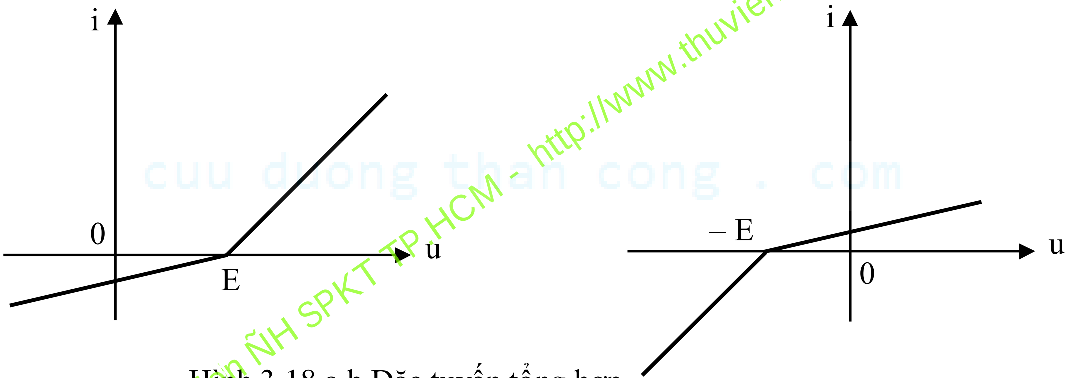
Hình 3.17. Đặc tuyến Diode bán dẫn

Với mạch trên hình (3.16.a,b) ta có thể viết:

(a) $u = f(i) + E$

(b) $u = -f(i) - E$

Đồ thị dòng và áp của các mạch trên hình (3.16) có dạng như trên hình (3.18.a,b).

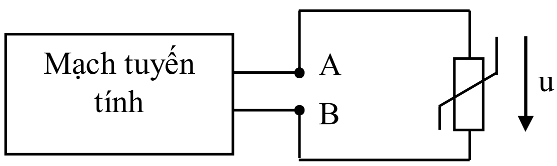


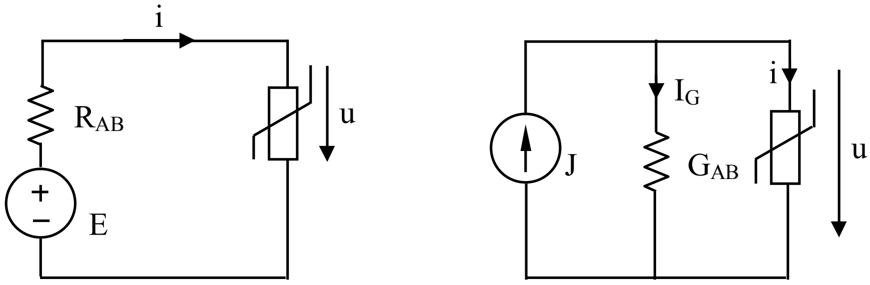
Hình 3.18.a,b Đặc tuyến tổng hợp

III.4.4. Mạch KTT dòng một chiều

Khi mạch bao gồm các điện trở tuyến tính, nguồn áp, nguồn dòng và một điện trở KTT, người ta thường áp dụng phương pháp nguồn tương đương Thevenin và Norton để tìm đặc tuyến tổng hợp của mạch. Để xác định các thông số của nguồn tương đương, phần tử KTT được tách ra khỏi mạch, phần mạch tuyến tính còn lại sẽ được thay thế bằng nguồn tương đương có các thông số được xác định như sau:

- Với nguồn áp Thevenin
  - Điện áp E là điện áp trên các cực A, B hở mạch
  - Điện trở tương đương R_{AB} là điện trở tuyến tinh của hai cực thụ động nhìn từ hai cực A, B.





Hình 3.19.a,b

- Với nguồn dòng Norton
  - Dòng điện J là dòng qua các cực A, B ngắn mạch.
  - Điện dẫn $G_{AB} = \dfrac{1}{R_{AB}}$

Với mạch trên hình, khi đã biết giá trị của nguồn E, đặc tuyến của điện trở KTT i=φ(u) và giá trị R_{AB}, ta có thể tiến hành phân tích mạch KTT bằng phương pháp đồ thị. Dòng điện và điện áp trên các phần tử sẽ được xác định như sau:

$$E = R_{AB}i + u \qquad (4.4.1)$$

hay $$i = \frac{E - U}{R_{AB}} \qquad (4.4.2)$$

Đặc tuyến của phần tử KTT là:

$$i = \varphi(u) \qquad (4.4.3)$$

Khi cân bằng 2 vế của phương trình (4.4.2) và (4.4.3) ta được:

$$\varphi(u) = \frac{E - U}{R_{AB}} \qquad (4.4.4)$$

Phương trình (4.4.4) có thể được giải bằng phương pháp đồ thị, khi ta vẽ chúng trên cùng một hệ tọa độ (u, i) (Hình 3.20.a).

Giao điểm của đường thẳng (4.4.2) với đặc tuyến (4.4.3) là nghiệm của phương trình (4.4.4). Tọa độ của giao điểm M sẽ cho biết dòng điện qua phần tử KTT và hạ áp trên nó. Hạ áp trên phần tử tuyến tính là:

$$u_{RAB} = E - u \qquad (4.4.5)$$

Bằng cách làm tương tự, ta có thể phân tích đối với mạch trên hình (3.19b). Các phương trình mô tả mạch:

$$J - G_{AB}u = i \qquad (4.4.6)$$

hay $$u = \frac{J - i}{G_{AB}} \qquad (4.4.7)$$

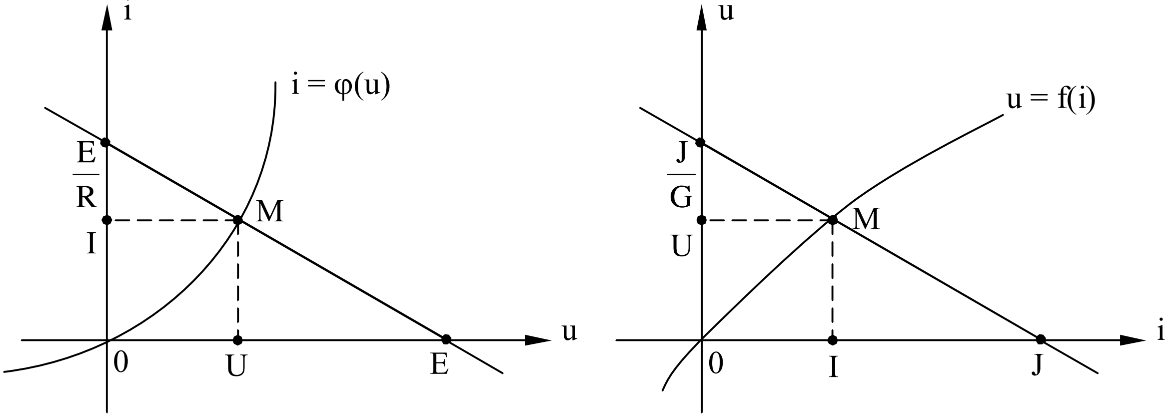
Khi đã biết đặc tuyến của phần tử KTT:

$$u = f(i) \qquad (4.4.8)$$

Cân bằng các vế phải của phương trình (4.4.7) và (4.4.8) ta có:

$$f(i) = \frac{J - i}{G_{AB}} \qquad (4.4.9)$$

Nghiệm của pt (4.4.9) là giao điểm của đường thẳng (4.4.7) và đặc tuyến (4.4.8), tọa độ của điểm M cho biết hạ áp trên các cực của mạch và dòng điện đi qua phần tử KTT (hình 3.20b). Dòng qua điện dẫn G_{AB} là: $I_G = J - i$

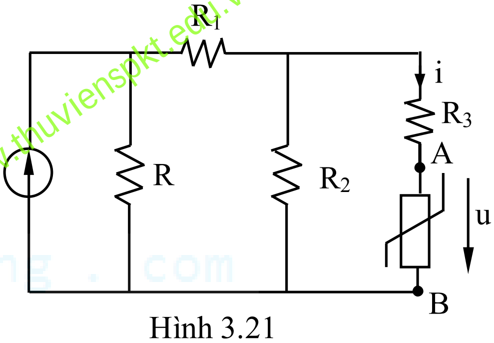


Hình 3.20.a,b

Ví dụ: Cho mạch KTT như hình vẽ (3.21)

Hãy dùng phương pháp đồ thị để tìm điện áp và dòng điện qua điện qua điện trở KTT và công suất tiêu hao trên nó.

Biết J = 7 [mA]; R_1 = 200Ω R = 600Ω; R_2 = 800Ω; R_3 = 300Ω, và đặc tuyến dòng áp của điện trở KTT theo bảng sau:



Hình 3.21

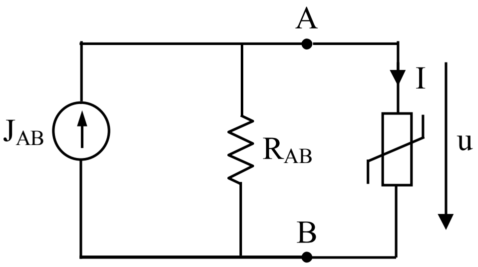
u[V]	0,1	0,32	0,6	1,1	2	2,8
i[mA]	0,5	1	1,5	2	2,5	3

Lời giải

Thay thế phần mạch tuyến tính nhìn từ hai cực A, B bằng nguồn dòng tương đương Norton trên hình (3.22).

$$J_{AB} = J\frac{R}{R + R_1 + \dfrac{R_2R_3}{R_2 + R_3}}\frac{R_2}{R_2 + R_3} = J\frac{RR_2}{RR_2 + RR_3 + R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = 3\ [mA]$$

$$R_{AB} = R_3 + \frac{(R + R_1)R_2}{R + R_1 + R_2} = \frac{RR_3 + R_1R_3 + R_2R_3 + RR_2 + R_1R_2}{R + R_1 + R_2} = 700\Omega$$

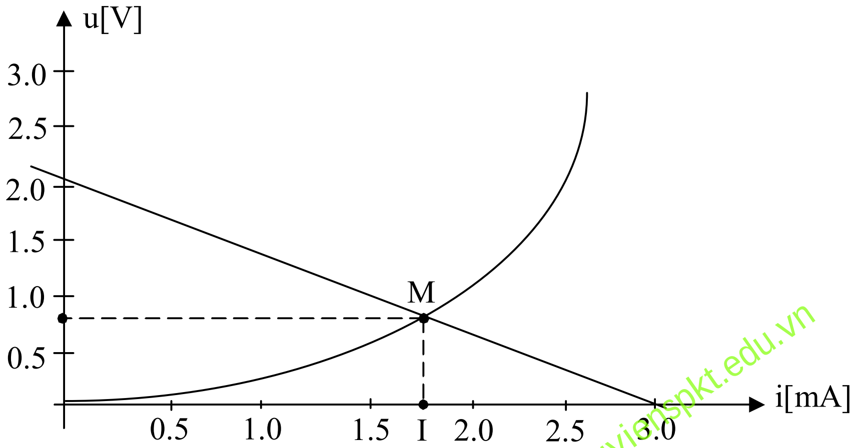


Hình 3.22

Dòng và áp trên điện trở KTT sẽ được xác định bằng phương pháp đồ thị. Dựa trên sơ đồ tương đương hình (3.22) và các thông số vừa xác định ta có phương trình:

$$u = (J_{AB} - I)R_{AB} \qquad (4.4.10)$$

Trên cùng một hệ trục toạ độ (u, i) ta vẽ đặc tuyến của phần tử KTT và phương trình đường thẳng (4.4.10). Giao điểm M có tọa độ xác định từ đồ thị M chính là hạ áp và dòng điện trên điện trở KTT.



III.5. BÀI TẬP CHƯƠNG III (Mục III.4)

Bài 3.1: Người ta mắc nguồn áp E = 100V vào hai cực nối tiếp của điện trở tuyến tính R = 200Ω và điện trở KTT có đặc trưng cho ở bảng (3.3) sau:

Bảng (3.3)

u[V]	0	10	20	30	40	50	60
I[A]	0	0,23	0,30	0,34	0,37	0,395	0,42

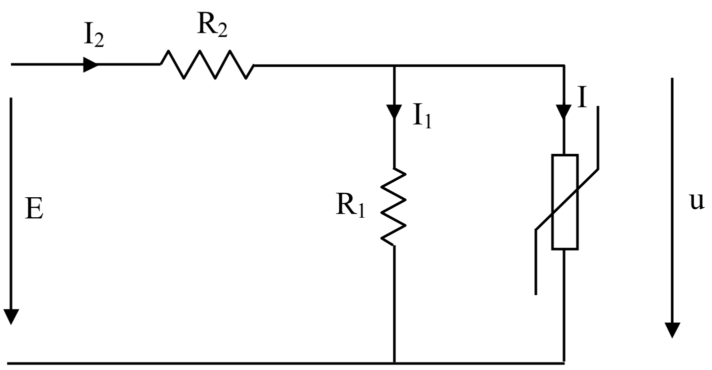
Hãy xác định dòng qua nhánh và áp trên mỗi phần tử bằng phương pháp đồ thị.

Đáp số: I = 0,34[A]; u = 31[V]

Bài 3.2: Phần tử không tuyến tính có đặc trưng:

u[V]	0	100	200	300	400	500
I[mA]	0	0,06	0,16	0,28	0,60	2,0

được nối với điện trở R_1 = 0,4[M Ω], cả hệ thống được mắc nối tiếp với R_2 = 0,1[M Ω] và nguồn áp E = 500[V]. Hãy xác định điện áp trên phần tử KTT và dòng điện qua mỗi phần tử của mạch trên hình 3.23.



Hình 3.23

Đáp số: u= 365[V], I = 0,44[mA];

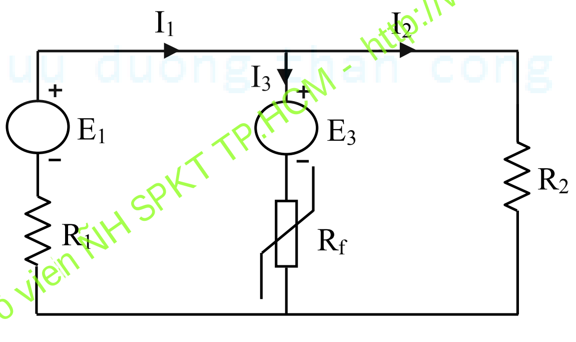
$I_1 = \dfrac{u}{R_1} = \dfrac{365}{0,4} = 0,91[mA];$

$I_2 = I + I_1 = 0,44 + 0,91 = 1,35[mA]$

<u>Bài 3.3</u>: Cho mạch trên hình vẽ (3.24) với các số liệu:

$E_1 = 64[V]$; $E_3 = 10[V]$

$R_1 = 8[\Omega]$; $R_2 = 24[\Omega]$



Hình 3.24

Đặc trưng của phần tử KTT được cho dưới dạng bảng (3.4):

I[A]	0	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0
u[V]	0	36	45	50	55	57

Hãy xác định các dòng điện I_1, I_2, I_3.

Đáp số: $I_3 = 0,85[A]$ và u = 32,9V

$\Rightarrow U_{CD} = E_3 + u = 10 + 32,9 = 42,9$ V

$I_2 = \dfrac{U_{CD}}{R_2} = 1,78[A];$

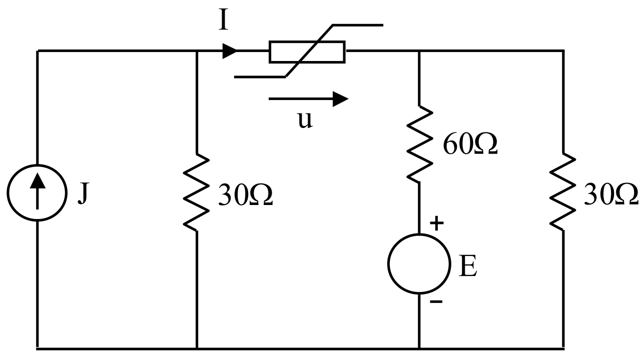
$I_1 = I_2 + I_3 = 1,78 + 0,85 = 2,64[A];$

<u>Bài3. 4</u>:

Cho mạch điện trên hình(3.25) với J = 2,5[A], E = 60[V] và phần tử KTT có đặc trưng:

$u = 5I^3$

Hãy xác định dòng điện và điện áp trên phần tử KTT.



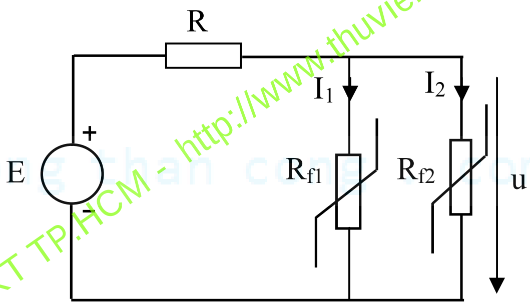
Hình 3.25

Đáp số: I = 1[A]; u = 5[V]

Bài 3.5: Cho mạch trên hình (2.26) với giá trị của nguồn áp E = 30[V], R = 20Ω và đặc trưng của các phần tử KTT:

$I_1 = 0{,}01u_1 + 0{,}003u_1^2$

$I_2 = 0{,}04u_2 + 0{,}002u_2^2$



Hình 3.26

Hãy xác định điện áp u và dòng qua nhánh I_1, I_2 (với u >0)

Đáp số: u = 10V

$I_1 = 0{,}01.10 + 0{,}003.10^2 = 0{,}4$ A

$I_2 = 0{,}04.10 + 0{,}002.100 = 0{,}6$ A

III.6. CHUỖI FOURIER

III.6.1. Chuỗi Fourier lượng giác

Một tín hiệu được gọi là tuần hoàn nếu nó thỏa mãn điều kiện:

$f(t) = f(t + nT)$; với n: là số nguyên

Trong đó T là chu kỳ lặp lại của tín hiệu, tần số tương ứng với chu kỳ T được gọi là tần số cơ bản của tín hiệu, nó được xác định theo biểu thức sau: $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$ [rad/s].

Một tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ T, thỏa mãn điều kiện Dirichlet, sẽ được biểu diễn bằng chuỗi Fourier lượng giác có dạng như sau:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \qquad (3.6.1)$$

Chuỗi (3.6.1) bao gồm một số hạng không phụ thuộc thời gian và tổng vô hạn các hàm điều hòa có tần số bằng n lần tần số cơ bản. Các hệ số a_0, a_n, b_n được gọi là các hệ số khai triển Fourier và được xác định theo các công thức sau:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)dt \qquad (3.6.2)$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\cos n\omega_0 dt, \qquad \text{trong đó } n = 1, 2, 3\ldots \qquad (3.6.3)$$

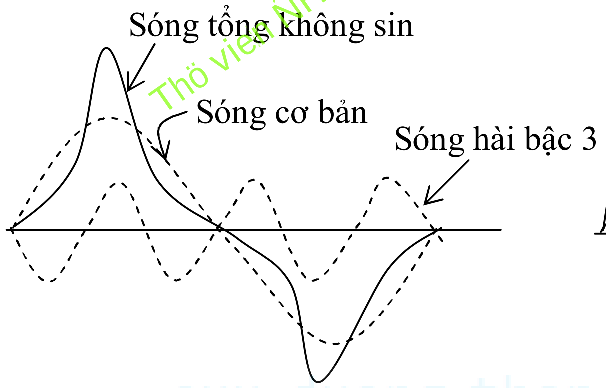
$$b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\sin n\omega_0 dt \qquad (3.6.4)$$

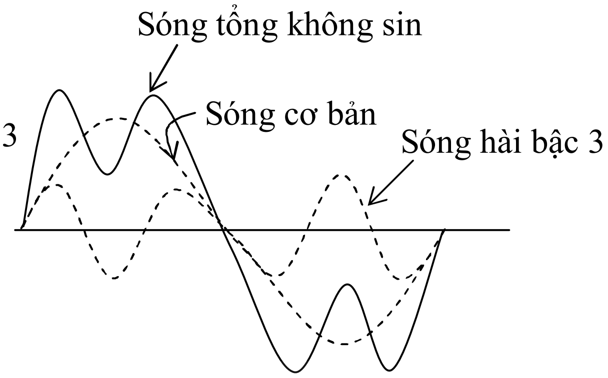
Thành phần a_0 không phụ thuộc thời gian, biểu thị giá trị trung bình của hàm f(t) trong 1 chu kỳ, nó còn được gọi là thành phần 1 chiều của tín hiệu. Các hệ số a_n, b_n là biên độ của các thành phần cosin và sin tương ứng với các tần số $n\omega_0$.

Hay ta có thể viết:

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + a_1\cos\omega t + a_2\cos 2\omega t + a_3\cos 3\omega t + \ldots$$
$$+ b_1\sin\omega t + b_2\sin 2\omega t + b_3\sin 3\omega t + \ldots$$

1 chiều | Sóng cơ bản | Hài bậc 2 | Hài bậc 3





Sóng hài bậc 1 (sóng cơ bản): sóng sin tần số ω

Sóng hài bậc 3: sóng sin tần số 3ω

❖ ***Nhận xét:***

Một dạng sóng tuần hoàn bất kỳ có thể được phân tích thành tổng những dạng sóng hình sin có tần số khác nhau.

III.6.2. Chuỗi Fourier dạng phức

Tín hiệu tuần hoàn f(t) còn có thể được biểu diễn bằng chuỗi phức Fourier có dạng sau:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{F}_n e^{jn\omega_0 t} \qquad (3.6.5)$$

Trong đó $\dot{F}_n$ được gọi là hệ số khai triển Fourier và được xác định bởi biểu thức:

$$\dot{F}_n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)e^{-jn\omega_0 t}dt \qquad (3.6.6)$$

Với một tín hiệu f(t) thực ta luôn có:

$$\left|\dot{F}_n\right| = \left|\dot{F}_{-n}\right| \quad \text{và } \arg\dot{F}_n = -\arg\dot{F}_{-n}$$

hay:

$$\dot{F}_n e^{jn\omega_0 t} + \dot{F}_{-n} e^{-jn\omega_0 t} = \left|\dot{F}_n\right|\left[e^{j(\arg\dot{F}_n + n\omega_0 t)} + e^{-j(\arg\dot{F}_n + n\omega_0 t)}\right]$$

$$= 2\left|\dot{F}_n\right|\cos(n\omega_0 t + \arg\dot{F}_n)$$

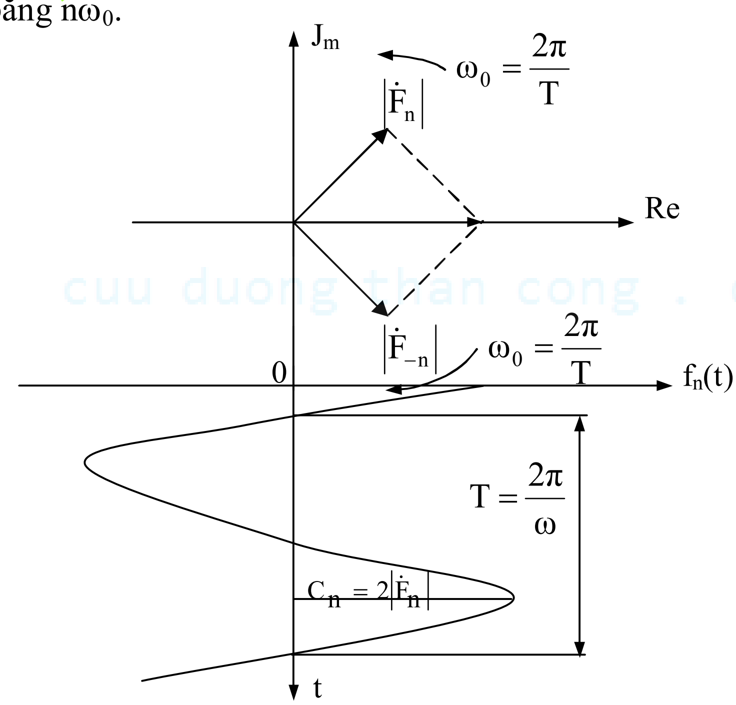
$$= C_n\cos(n\omega_0 t + \psi_n) \qquad (3.6.7)$$

Với $C_n = 2\left|\dot{F}_n\right|$ và $\psi_n = \arg\dot{F}_n$ $\qquad$ (3.6.8)

$$\left.\begin{aligned} & F_0 = C_0 = a_0 \\ & \dot{F}_n = \frac{a_n - jb_n}{2} \quad ; a_n = \dot{F}_n + \dot{F}_{-n} \quad ; b_n = j(\dot{F}_n - \dot{F}_{-n}) \\ & \left|\dot{F}_n\right| = \frac{C_n}{2} = \frac{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (3.6.9)$$

$$\arg\dot{F}_n = \psi_n = \varphi_n - \frac{\pi}{2} \qquad (3.6.10)$$

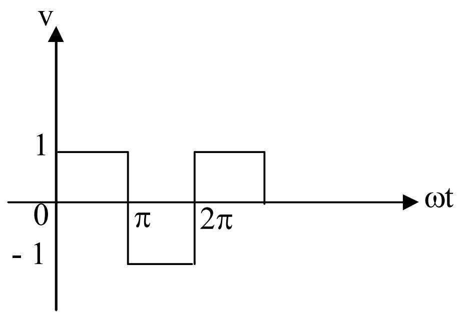
Từ biểu thức (3.6.5) có thể thấy rằng, chuỗi phức Fourier bao gồm hai chuỗi vô hạn các vecto liên hiệp phức đối với trục thực và quay ngược chiều nhau với vận tốc góc $n\omega_0$. Tổng hình học của mỗi cặp vecto liên hiệp phức tại mọi thời điểm sẽ cho ta thành phần hài thứ n hình (3.27). Nói cách khác, thành phần hài thứ n bao gồm hai thành phần có hình chiếu trên trục thực bằng nhau, quay ngược chiều nhau với vận tốc bằng $n\omega_0$.



Hình 3.27

Ví dụ 1: Phân tích dạng sóng sau thành chuỗi Fourier, có biên độ là 1; chu kỳ 2π.

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + a_1\cos\omega t + a_2\cos2\omega t + a_3\cos3\omega t + \ldots + b_1\sin\omega t + b_2\sin2\omega t + b_3\sin3\omega t + \ldots$$



$f(x) = 1 \qquad 0 < x < \pi$

$f(x) = -1 \qquad \pi < x < 2\pi$

Lời giải

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + a_1\cos x + a_2\cos 2x + \ldots + b_1\sin x + b_2\sin 2x + \ldots$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x).\cos nx dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\pi} 1.\cos nx dx + \int_{\pi}^{2\pi}(-1)\cos nx dx\right]$$

$$a_n = \frac{1}{\pi n}\left(\sin nx\Big|_0^{\pi} - \sin nx\Big|_{\pi}^{2\pi}\right) = \frac{1}{\pi n}(2\sin n\pi x - \sin n2\pi)$$

Ta thấy $a_n = 0$ với $n = 0, 1, 2\ldots$ $\quad (a_1, a_2, \ldots, a_n = 0)$

+ Xác định a_0:

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x).\cos 0x dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x).dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\pi} 1.dx + \int_{\pi}^{2\pi}(-1)dx\right] = 0$$

+ Xác định b_n:

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x).\sin nx dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\pi} 1.\sin nx dx + \int_{\pi}^{2\pi} -\sin nx dx\right] = \frac{1}{\pi n}\left(-\cos nx\Big|_0^{\pi} + \cos nx\Big|_{\pi}^{2\pi}\right)$$

$$= \frac{1}{\pi n}\{1 - 2\cos n\pi + \cos n2\pi\}$$

- Khi n lẻ:

$$b_n = \frac{4}{n\pi}$$

$$b_1 = \frac{4}{\pi} \quad ; b_3 = \frac{4}{3\pi} \quad ; b_5 = \frac{4}{5\pi}$$

- Khi n chẵn:
  $b_n = 0$

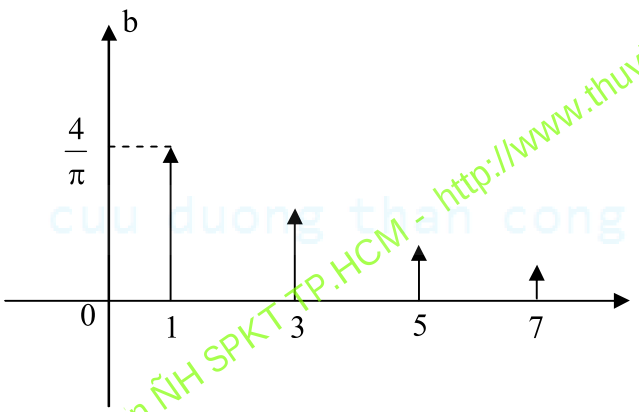
Vậy $f(t) = \frac{4}{\pi}(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \dots)$

Khi T = 1ms $\Rightarrow f = \frac{1}{T} = 1000Hz \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2000\pi$

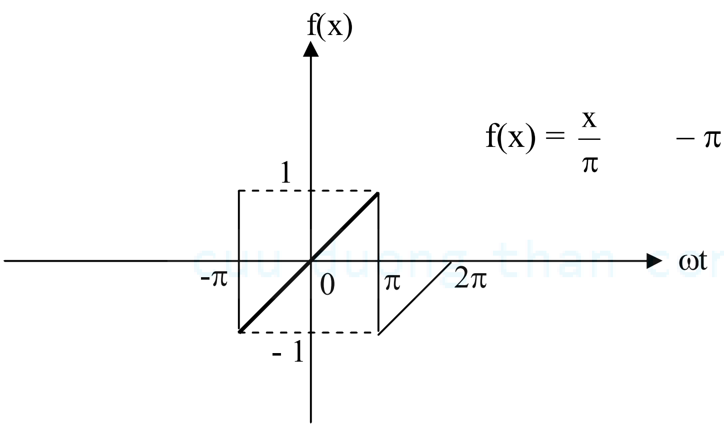
❖ Nhận xét:
   - Chuỗi Fourier là tổng các dạng sóng hình sin có tần số từ thấp đến cao.
   - Biên độ sóng hài bậc càng cao thì càng nhỏ.

❖ Phổ tần số:
   Phổ tần số cho ta biết biên độ các sóng hài

$f(t) = \frac{4}{\pi}(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \dots)$



Ví dụ 2: Phân tích dạng sóng sau thành chuỗi Fourier:



$f(x) = \frac{x}{\pi} \qquad -\pi < x < \pi$

Tính hệ số chuỗi Fourier.

Lời giải

Tính a_n:

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x}{\pi}.\cos nx dx = \frac{1}{\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}x.\cos nx dx$$

$$= \frac{1}{\pi^2}\left[\frac{1}{n^2}\cos nx + \frac{x}{n}\sin nx\right]_{-\pi}^{\pi}$$

$$a_n = \frac{1}{\pi^2}\left[\frac{1}{n^2}\cos n\pi - \cos n\pi) + \frac{1}{n}(\pi \sin n\pi - \pi \sin n\pi)\right]$$

$n \neq 0$

$a_n = 0$

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x}{\pi}.dx = 0$$

- Tính b_n: $b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x}{\pi}.\text{sinnxdx} = \frac{1}{\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}x.\text{sinnxdx}$

$$= \frac{1}{\pi^2}\left[\frac{1}{n^2}\sin nx - \frac{x}{n}\cos nx\right]_{-\pi}^{\pi} = \frac{1}{\pi^2 n}(\sin n\pi - n\pi\cos n\pi)$$

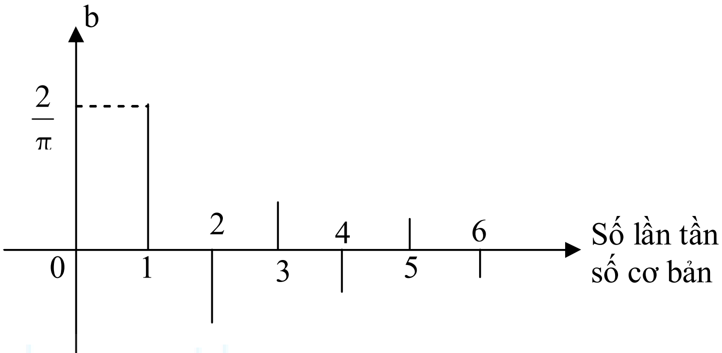
- n lẻ: $b_n = \frac{2}{n\pi}$

$b_1 = \frac{2}{\pi}$; $b_3 = \frac{2}{3\pi}$; $b_5 = \frac{2}{5\pi}$ …

- n chẵn: $b_n = -\frac{2}{n\pi}$

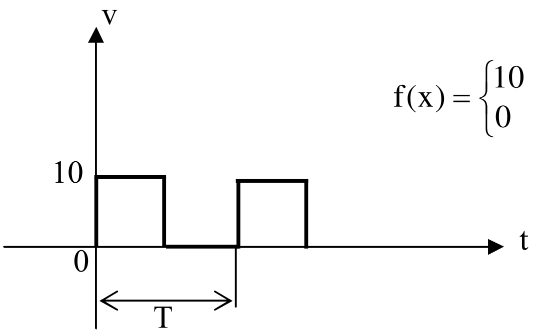
$b_2 = -\frac{1}{\pi}$; $b_4 = -\frac{1}{2\pi}$; $b_6 = -\frac{1}{3\pi}$ …

Vậy $f(t) = \frac{2}{\pi}(\sin\omega t - \frac{1}{2}\sin 2\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t - \frac{1}{4}\sin 4\omega t + \ldots)$



Nhận xét: Biên độ sóng hài càng cao thì bậc càng nhỏ

Ví dụ 3: Phân tích dạng sóng sau thành chuỗi Fourier.



$$f(x) = \begin{cases} 10 & 0 < x < \pi \\ 0 & \pi < x < 2\pi \end{cases}$$ giả sử T = 0,628ms

Lời giải

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + a_1\cos x + a_2\cos 2x + \dots + b_1\sin x + b_2\sin 2x + \dots$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x).\cos nx dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\pi} 10.\cos nx dx + \int_{\pi}^{2\pi}(0)\cos nx dx\right] = \frac{10}{\pi n}\sin nx\Big|_0^{\pi}$$

$$= \frac{10}{\pi n}\sin n\pi$$

Ta thấy $a_n = 0$ với n = 0, 1, 2… ($a_1, a_2, \dots, a_n = 0$)

+ Xác định a_0:

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x).\cos 0x dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x).dx = \frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\pi} 10.dx + \int_{\pi}^{2\pi}(0)dx\right] = 10$$

+ Xác định b_n:

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x).\sin nx dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\pi} 10.\sin nx dx\right] = \frac{10}{\pi n}(-\cos nx\Big|_0^{\pi})$$

$$= \frac{10}{\pi n}\{1 - \cos n\pi\}$$

- Khi n lẻ:

$$b_n = \frac{20}{n\pi}$$

$$b_1 = \frac{20}{\pi} \quad ; b_3 = \frac{20}{3\pi} \quad ; b_5 = \frac{20}{5\pi}$$

- Khi n chẵn:

$$b_n = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + a_1\cos x + a_2\cos 2x + \dots + b_1\sin x + b_2\sin 2x + \dots$$

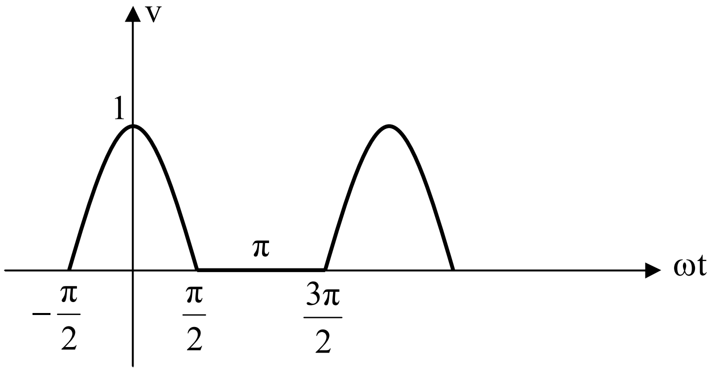
Vậy $f(t) = 5 + \frac{20}{\pi}(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \dots)$

Khi T = 0,628ms $\Rightarrow f = \frac{1}{T} = 1592{,}36$Hz $\Rightarrow \omega = 2\pi f = 10000$ rad/s

Vậy $v(t) = 5 + \frac{20}{\pi}(\sin 10000t + \frac{1}{3}\sin 30000t + \frac{1}{5}\sin 50000t + \dots)$

III.7. BÀI TẬP CHƯƠNG III (Mục III.6)

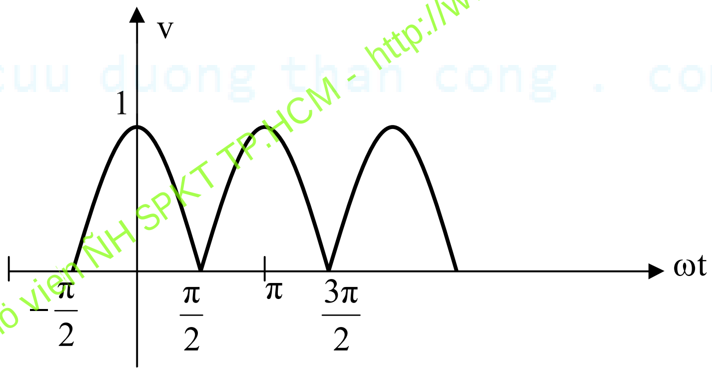
Bài 3.6: Cho sóng chỉnh lưu bán kỳ như sau:



Hãy phân tích dạng sóng trên thành chuỗi Fourier.

Đáp số: $f(t) = \frac{1}{\pi}(1 + \frac{\pi}{2}\cos\omega t + \frac{2}{3}\cos 2\omega t - \frac{2}{15}\cos 4\omega t + \frac{2}{35}\cos 6\omega t + \ldots)$

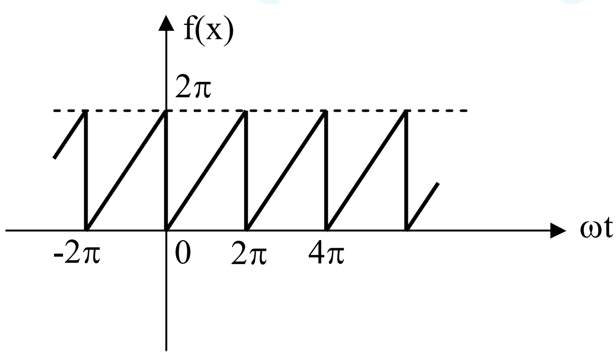
Bài3. 7: Cho sóng chỉnh lưu toàn kỳ như sau:



Hãy phân tích dạng sóng trên thành chuỗi Fourier.

Đáp số: $f(t) = \frac{2}{\pi}(1 + \frac{2}{3}\cos 2\omega t - \frac{2}{15}\cos 4\omega t + \frac{2}{35}\cos 6\omega t + \ldots)$

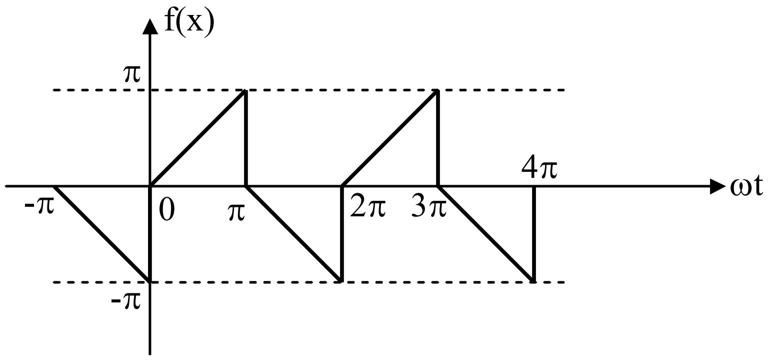
Bài 3.8: Hãy phân tích dạng sóng sau thành chuỗi Fourier:



Đáp số:

$$f(t) = \pi - 2\sin\omega t - \sin 2\omega t - \frac{2}{3}\sin 3\omega t - \frac{1}{2}\sin 4\omega t - \frac{2}{5}\sin 5\omega t - \frac{1}{3}\sin 6\omega t + \ldots$$

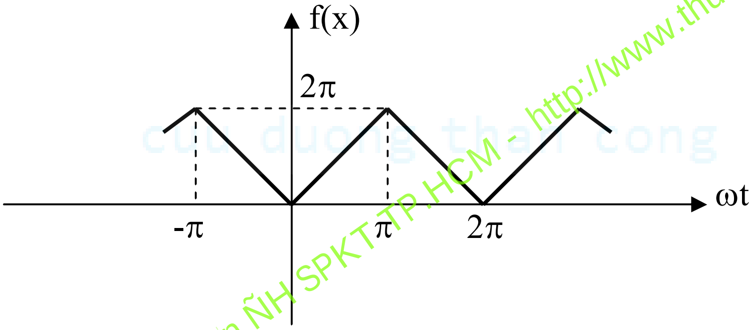
<u>Bài 3.9:</u> Khai triển chuỗi Fourier của dạng sóng sau:



Đáp số:

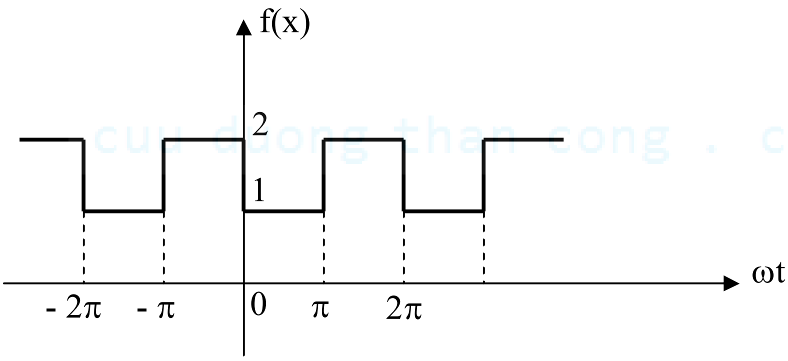
$$f(t) = -\frac{4}{\pi}\cos\omega t - \frac{4}{9\pi}\cos 3\omega t - \frac{4}{25\pi}\cos 6\omega t + 2\sin\omega t + \frac{2}{3}\sin 3\omega t + \frac{2}{5}\sin 5\omega t$$

<u>Bài 3.10:</u> Khai triển chuỗi Fourier của dạng sóng sau:



Đáp số: $f(t) = \pi - \frac{8}{\pi}\cos\omega t - \frac{8}{9\pi}\cos 3\omega t - \frac{8}{25\pi}\cos 5\omega t$

<u>Bài 3.11</u>: Khai triển chuỗi Fourier của dạng sóng sau:



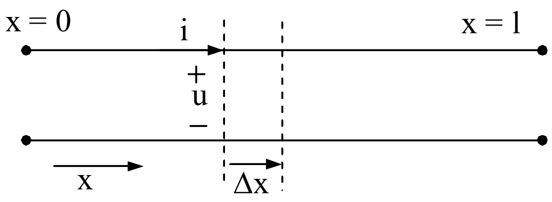
Đáp số: $f(t) = \frac{3}{2} - \frac{2}{\pi}(\sin\omega t + \frac{2}{3}\sin 3\omega t + \frac{2}{5}\sin 5\omega t)$

CHƯƠNG IV

ĐƯỜNG DÂY DÀI

IV.1. CÁC THÔNG SỐ ĐƠN VỊ CỦA ĐƯỜNG DÂY DÀI

IV.1.1. Định nghĩa :



Sơ đồ đường dây dài *Hình 4-1*

- Điện cảm đơn vị của đường dây dài, biểu thị năng lượng tích lũy trong từ trường của đoạn dây có độ dài 1m, ký hiệu L_0 và có đơn vị [H/m].
- Điện dung đơn vị của đường dây, biểu thị năng lượng tích lũy trong điện trường giữa các dây dẫn có độ dài 1m, được ký hiệu là C_0 và có đơn vị là [F/m].
- Điện trở đơn vị của đường dây biểu thị tổn hao nhiệt trong các dây dẫn, có độ dài 1m, được ký hiệu là r_0 và có đơn vị [Ω/m]
- Điện dẫn rò đơn vị giữa các dây dẫn biểu thị tổn hao nhiệt trong điện môi của đoạn dây có độ dài 1m, được ký hiệu là G_0 và có đơn vị [S/m].

Các thông số đơn vị được nêu trên đây được gọi là các thông số sơ cấp của đường dây dài.

Cách xác định các thông số đơn vị:

Đường dây / Thông số	Song hành	Đồng trục
L_0	$\frac{\mu}{\pi}\ln\frac{d}{r}$	$\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$
C_0	$\frac{\pi\varepsilon}{\ln\frac{d}{r}}$	$\frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$
r_0	$\frac{1}{r}\sqrt{\frac{\mu_0 f\rho}{\pi}}$	$\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)\sqrt{\frac{\mu_0 f\rho}{4\pi}}$
G_0	$\omega.C_0.tg\delta$	$\omega.C_0.tg\delta$
Zc	$\frac{120}{\sqrt{\varepsilon_r}}\ln\frac{d}{r}$	$\frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}}\ln\frac{r_2}{r_1}$

r : bán kính dây dẫn
d : khoảng cách giữa 2 dây
r_1: bán kính dây dẫn trong của đường dây đồng trục
r_2 : bán kính dây dẫn ngoài của đường dây đồng trục
ρ : điện trở suất của dây dẫn

δ : góc tổn hao điện môi

$\mu = \mu_r\mu_0$; $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$

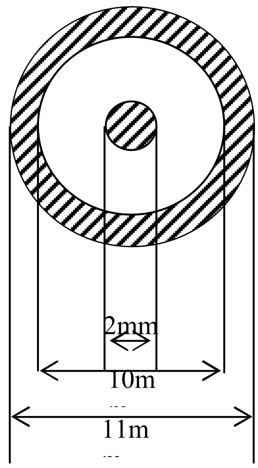
Zc : trở kháng đặc tính.

$\varepsilon_0 = \dfrac{1}{26\pi}.10^{-9}$ [F/m] ; hằng số điện môi của chân không

ε_r : hằng số điện môi của môi trường

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ [H/m] : độ từ thẩm của chân không

μ_r : độ từ thẩm của môi trường



Hình 4-2

Ví dụ 1: Một đường dây đồng trục làm bằng đồng, có hằng số điện môi $\varepsilon_r = 2,4$; $tg\delta = 10^{-4}$,
$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$. Đường dây làm việc ở tần số f = 100MHz, có kích thước hình học như trên hình 2 và điện trở suất $\rho = 1,75.10^{-8}\Omega$.m. Hãy xác định các thông số đơn vị của đường dây đồng trục.

Giải:

Điện trở đơn vị đối với dòng điện xoay chiều :

$$r_0 = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\sqrt{\frac{\mu_0 f\rho}{4\pi}} = \left(\frac{1}{10^{-3}} + \frac{1}{5.10^{-3}}\right)\sqrt{\frac{4\pi.10^{-7}.10^{8}.1,75.10^{-8}}{4\pi}} = 0,627\ [\Omega.m]$$

Điện cảm đơn vị :

$$L_0 = \frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1} = 2.10^{-7}.\ln 5 = 3,219.10^{-7}\ [H/m]$$

Điện dung đơn vị

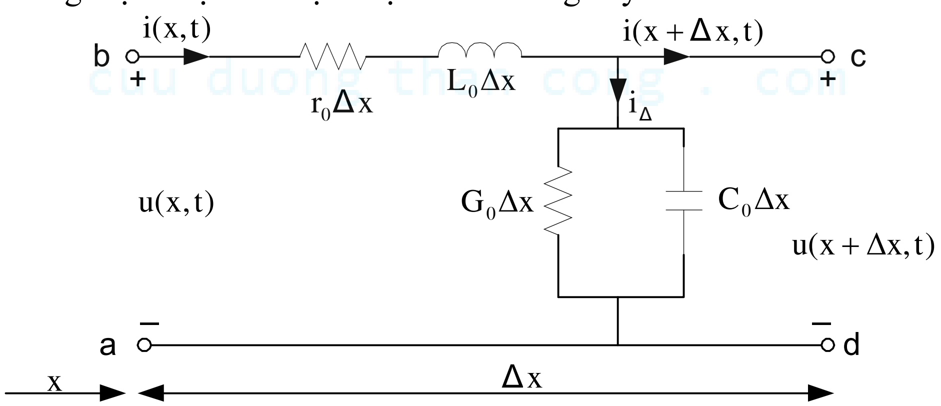
$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}} = \frac{2,4.10^{-9}}{18\ln 5} = 8,284.10^{-11}\ [F/m]$$

Điện dẫn rò đơn vị

$$G_0 = \omega.C_0.tg\delta = 2\pi.10^{8}.8,284.10^{-11}.10^{-4} = 5,205.10^{-6}\ [S/m]$$

IV.1.2. Phương trình đường dây dài và nghiệm :

Bởi vì các thông số của đường dây dài phân bố dọc theo chiều dài của nó, nên điện áp và dòng điện được xác định dọc theo đường dây.



Hình4- 3

Hình 4-3 là sơ đồ tương đương của đoạn dây có độ dài Δx, được xét ở khoảng cách so với đầu đường dây là x.

Theo định luật Kirchhoff 2 ta có :

$$u(x,t) = r_0\Delta x.i(x,t) + L_0\Delta x\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + u(x + \Delta x, t) \quad (4.1)$$

$$-\frac{u(x+\Delta x,t)-u(x,t)}{\Delta x} = r_0 i(x, t) + L_0\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (4.2)$$

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = r_0 i(x, t) + L_0\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (4.3)$$

Tại nút c theo định luật Kirchhoff 1 ta có :

$$i(x, t) = i_\Delta + i(x + \Delta x, t) \quad (4.4)$$

Trong đó :

$$i_\Delta = G_0\Delta x\ u(x + \Delta x, t) + C_0\Delta x\frac{\partial u(x+\Delta x,t)}{\partial t}$$

Sử dụng khai triển Taylor u(x + Δx, t) ở lân cận x:

$$u(x + \Delta x, t) = u(x, t) + \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\Delta x + \ldots$$

$$\Rightarrow i_\Delta = G_0\Delta x\ u(x, t) + G_0\frac{\partial u(x,t)}{\partial x^2}\Delta x^2 + \ldots$$

$$C_0\Delta x\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + C_0\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x\partial t}\Delta x^2 + \ldots$$

Khi bỏ qua các đại lượng tương ứng với Δx^2 ta được :

$$i_\Delta = G_0\Delta x\ u(x, t) + C_0\Delta x\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \quad (4.5)$$

Thay (4.5) vào (4.4) ta có :

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G_0 u(x, t) + C_0\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \quad (4.6)$$

Từ kết quả phân tích trên ta có hệ phương trình cơ bản của đường dây dài như sau :

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = r_0 i(x, t) + L_0\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (4.7a)$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G_0 u(x, t) + C_0\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \quad (4.7b)$$

IV.1.3. Nghiệm của phương trình đường dây dài với tác động sin

Giả sử tại x = 0 có đặt nguồn tác động sin tần số ω, trong khoảng thời gian t(-∞, + ∞). Đồng thời cũng giả thiết rằng điện áp và dòng điện tại một điểm x bất kỳ trên đường dây [0,1] cũng là sin cùng tần số với nguồn tác động, còn biên độ và góc pha tùy thuộc vào khoảng cách x.

Khi giả thiết như vậy ta có thể phân tích đường dây dài theo phương pháp biên độ phức.

$$u(x, t) \rightarrow \dot{U} = |U|\angle\varphi_u$$

$$i(x, t) \rightarrow \dot{I} = |I|\angle\varphi_i$$

Thay vào (4.7) ta sẽ được phương trình ĐDD ở trạng thái xác lập sin :

$$-\frac{d\dot{U}(x)}{dx} = (r_0 + j\omega L_0).\dot{I}(x) \quad (4.8a)$$

$$-\frac{d\dot{I}(x)}{dx} = (G_0 + j\omega C_0).\ \dot{U}(x) \quad (4.8b)$$

Vi phân phương trình (4.8a) và thay (4.8b) vào ta sẽ được :

$$\frac{d^2\dot{U}(x)}{dx^2} - (r_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0).\ \dot{U}(x) = 0 \quad (4.9)$$

Đặt $\gamma = \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)}$ (4.10)

Phương trình (4.9) trở thành :

$$\frac{d^2\dot{U}(x)}{dx^2} - \gamma^2\dot{U}(x) = 0 \quad (4.11)$$

Tiến hành tương tự cho dòng điện, ta sẽ có :

$$\frac{d^2\dot{I}(x)}{dx^2} - \gamma^2\dot{I}(x) = 0 \quad (4.12)$$

Nghiệm của hệ (4.11) và (4.12) có dạng:

$$\dot{U}(x) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x} \quad (4.13a)$$

$$\dot{I}(x) = Ce^{-\gamma x} + De^{\gamma x} \quad (4.13b)$$

Trong bốn hằng số A, B, C, D chỉ có 2 hằng số là độc lập bởi vì các nghiệm (4.13a, b) đồng thời cũng là nghiệm của (4.8)

Khi thay (4.13) vào (4.8) ta có :

$$C = \frac{A}{Z_c}\ ;\ D = -\frac{B}{Z_c} \quad (4.14)$$

Trong đó :

$$Zc = \sqrt{\frac{(r_0 + j\omega L_0)}{(G_0 + j\omega C_0)}} \quad (4.15)$$

Zc : được gọi là trở kháng sóng (hay trở kháng đặc tính) của đường dây dài.

Khi thay (4.14) vào (4.13) ta được :

$$\dot{U}(x) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x} = \dot{U}_t(x) + \dot{U}_{fx}(x) \quad (4.16a)$$

$$\dot{I}(x) = \frac{A}{Z_c}e^{-\gamma x} - \frac{B}{Z_c}e^{\gamma x} = \dot{I}_t(x) + \dot{I}_{fx}(x) \quad (4.16b)$$

$$\dot{U}_t(x) = Ae^{-\gamma x} = Ae^{-\alpha x}.e^{-j\beta x} \quad (4.17a)$$

$$\dot{U}_{fx}(x) = Be^{\gamma x} = Be^{\alpha x}.ej^{\beta x} \quad (4.17b)$$

$$\dot{I}_t(x) = \frac{A}{Z_c}e^{-\gamma x} = \frac{A}{Z_c}e^{-\alpha x}.e^{-j\beta x} \quad (4.18a)$$

$$\dot{I}_{fx}(x) = \frac{B}{Z_c}e^{\gamma x} = \frac{B}{Z_c}e^{\alpha x}.\ ej^{\beta x} \quad (4.18b)$$

Hệ phương trình (4.16a, b) chính là nghiệm tổng quát của ĐDD ở trạng thái xác lập Sin.

Hệ số γ có thể viết lại $\gamma = \alpha + j\beta$

Trong đó, phần thực α được gọi là hệ số suy giảm đơn vị, đối với đường dây dài thực tế nó là một số không âm.

$$\alpha = Re\{\gamma\} \geq 0$$

Phần ảo β được gọi là hệ số di pha đơn vị, đó là một số luôn luôn dương

$$\beta = \mathrm{Im}\{\gamma\} > 0$$

Các hằng số A, B có thể được xác định với các điều kiện bờ tại x = 0. Khi thay x = 0 (4.17) ta có :

$$\dot{U}_t(0) = A = \dot{U}_{t1}$$

$$\dot{U}_{fx}(0) = B = \dot{U}_{fx1}$$

Với các hằng số A, B vừa được xác định trên đây, ta có thể viết quá trình thời gian của các đại lượng $u_t(x, t)$, $u_{fx}(x, t)$, $i_t(x, t)$, $i_{fx}(x, t)$ như sau :

$$u_t(x, t) = |U_{t1}|\ e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1)$$

$$u_{fx}(x, t) = |U_{fx1}|\ e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2)$$

$$i_t(x, t) = \left|\frac{U_{t1}}{Z_c}\right|\ e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \psi_1)$$

$$i_{fx}(x, t) = \left|\frac{U_{fx1}}{Z_c}\right|\ e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \psi_2)$$

trong đó :

$$\dot{U}_{t1} = |U_{t1}| e^{j\varphi_1}$$

$$\dot{U}_{fx1} = |U_{fx1}| e^{j\varphi_2}$$

$$\psi_1 = \varphi_1 - \arg\{Zc\}$$

$$\psi_2 = \varphi_2 - \arg\{Zc\}$$

Sóng $u_t(x, t)$ lan truyền trên đường dây dọc theo chiều tăng của x nên được gọi là sóng điện áp tới. Tốc độ lan truyền của nó được gọi là tốc độ pha, là tốc độ dịch chuyển các điểm cùng pha, được xác định theo phương trình : $\omega t - \beta x + \varphi_1 = \text{const}$

Tốc độ pha :

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\omega}{\beta}$$

Sóng $u_{fx}(x, t)$ có biên độ tăng hàm mũ theo khoảng cách x, còn dịch pha thì giảm. Như vậy sóng này sẽ dịch chuyển từ cuối đường dây theo chiều x giảm, với vận tốc pha, và được gọi là sóng phản xạ.

$i_t(x, t)$: là sóng dòng điện tới

$i_{fx}(x, t)$: là sóng dòng điện phản xạ.

Theo lý thuyết trường điện từ, tốc độ lan truyền của sóng trong điện môi được xác định theo công thức :

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

Tốc độ của ánh sáng trong chân không là :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3.10^8\ (\text{m/s})$$

Nên tốc độ của sóng điện áp và dòng điện :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

Nếu chấp nhận dây dẫn làm đường dây là các vật liệu không phải sắt từ (tức là $\mu_r = 1$), và môi trường giữa các dây dẫn là không khí, thì tốc độ pha v = c. Nếu môi trường giữa các dây dẫn là điện môi, có hằng số $\varepsilon_r > 1$ thì v < c.

Ví dụ 2: Ở đầu đường dây tại x = 0, có đặt 1 nguồn áp $e_1(t) = 100\cos 10^4 t$ [v]. Giả thiết rằng trên đường dây chỉ có sóng tới, hãy xác định các quá trình thời gian của $i_1(t)$ ở đầu đường dây, điện áp $u_2(t)$, dòng điện $i_2(t)$ ở cuối dây và tốc độ pha v. Biết $\alpha = 3.10^{-5}$ [Np/m]; l = 10[km]; $\beta = \pi.10^{-4}$ [rad/m]; Zc = $250.ej^{45}$ [Ω]

Lời Giải

Áp dụng phương pháp biên độ phức cho đường dây ở trạng thái xác lập sin. Theo giả thiết trên đường dây chỉ có sóng tới, thì tại một điểm bất kỳ x ta có :

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_t(x) = \dot{U}_{t1}e^{-\gamma x}$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_t(x) = \dot{I}_{t1}e^{-\gamma x} = \frac{\dot{U}_{t1}}{Z_c}e^{-\gamma x}$$

Ở đầu đường dây, tại x = 0:

$$\dot{U}(x=0) = \dot{U}_{t1} = \dot{E}_1 = 100\angle 0^0 \quad (V)$$

$$\dot{I}(x=0) = \dot{I}_{t1} = \frac{\dot{U}_{t1}}{Z_c} = \frac{100}{250\angle 45^0} = 400\angle -45^0 \ [mA]$$

Ở cuối đường dây, tại x = l:

$$\dot{U}(x=l) = \dot{U}_{t2} = \dot{U}_2 = E_1e^{-\gamma l} = E_1e^{-\alpha l}e^{-j\beta l}$$

$$= 100e^{-0,3}e^{-j\pi} = 74,1\angle -180^0 \quad [V]$$

$$\dot{I}(x=l) = \dot{I}_{t2} = \dot{I}_2 = \dot{I}_1e^{-\gamma l} = \frac{E_1}{Z_c}e^{-\alpha l}$$

$$= 400.e^{-0,3}e^{-j(180+45)} = 296,3\angle -225^0 \quad [mA]$$

Vậy :

$$u_2(t) = 74,1\cos(10^4t - 180^0) \ [V]$$
$$i_2(t) = 296,3\cos(10^4t - 225^0) \ [mA]$$

Tốc độ pha của sóng lan truyền :

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{10^4}{\pi 10^{-4}} = \frac{1}{\pi}.10^8 = 0,318.10^8 \ [m/s]$$

IV.1.4. Các quan hệ năng lượng trên đường dây dài :

P_1 = công suất cung cấp từ nguồn cho ĐDD

P_2 = công suất cung cấp cho tải

pđd = $p_1 - p_2$ = công suất tiêu hao trên đường dây

$P_t(x)$ = công suất của sóng tới

$P_{fx}(x)$ = công suất của sóng phản xạ

$$P_1 = \frac{1}{2}\left|\dot{I}_1\right|^2 \mathrm{Re}\{Z_v\}$$

$$P_2 = \frac{1}{2}\left|\dot{I}_2\right|^2 \mathrm{Re}\{Z_2\}$$

$$P_t = \frac{1}{2}\left|\dot{I}_t(x)\right|^2 Z_c$$

$$P_{fx} = \frac{1}{2}\left|\dot{I}_{fx}(x)\right|^2 Z_c$$

IV.2. BÀI TẬP CHƯƠNG IV

Bài 4.1: Xác định các thông số sơ cấp của đường dây trên không không tổn hao có tổng trở sóng Z = 600Ω

Lời Giải

$Z = 600 = \sqrt{L_0 / C_0}$ và v = 3.10^5 km/s = $\frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$

Suy ra $L_0 = \frac{Z}{v} = \frac{600}{300.10^3}$ = 2,0mH/km

$C_0 = \frac{1}{Zv_0} = \frac{1}{600.3.10^5} = \frac{1}{180}$ μF/km = 5,5nF/km

Bài 4.2: Đường dây cáp dài l = 80km có các thông số sau: r_0 = 11,4Ω/km, $L_0 = 0{,}6.10^{-3}$H/km, $C_0 = 38.10^{-9}$ F/km, $g_0 = 0{,}8.10^{-6}$S/km. Ở các tần số f_1 = 300Hz và f_2 = 2400Hz, xác định tổng trở sóng Z, hệ số tắt dần α, hệ số pha β, tốc độ pha v và thời gian lan truyền t_1 và t_2 của sóng trên toàn chiều dài của đường dây. Giải thích nguyên nhân làm méo tín hiệu.

Lời Giải

Ở tần số f_1 = 300Hz có:

$Z_0 = 11{,}4 + j2\pi 300.0{,}6.10^{-3} = 11{,}5e^{j5^0 40'}$ Ω/km

$Y_0 = 10^{-6}(0{,}8 + j2\pi 300.38.10^{-3}) = 71{,}6.10^{-6}e^{j89^0 20'}$ S/km

$Z = \sqrt{Z_0 / Y_0} = 400e^{-j41^0 50'}$ Ω

$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = 10^{-3}(19{,}5 + j21{,}3)\text{km}^{-1}$

Suy ra

α = 0,0195 neper/km; β = 0,0213 rad/km

Tốc độ pha $v = \frac{\omega}{\beta}$ = 89000km/s. Thời gian lan truyền của sóng $t_1 = 9.10^{-4}$s

Ở tần số f_2 = 2400Hz có:

$Z_0 = 14{,}5e^{j38^0 30'}$ Ω/km ; $Y_0 = 572.10^{-6}e^{j90^0}$ S/km

$Z = \sqrt{Z_0 / Y_0} = 159e^{-j25^0 45'}$ Ω

$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = (0{,}0394 + j0{,}082)\text{km}^{-1}$

Do đó: α = 0,0394 neper/km; β = 0,082 rad/km; Tốc độ pha v = 183.000km/s.

Thời gian lan truyền của sóng $t_2 = 4{,}37.10^{-4}$s

Nguyên nhân tắt dần của biên độ tín hiệulà do sự khác nhau của hệ số tắt dần ở các tần số f_1 và f_2. Nguyên nhân của sự biến dạng pha là do tốc độ pha khác nhau khi sóng lan truyền có tần số là f_1 và f_2.

Bài 4.3: Khi đo tổng trở đầu vào của đường dây dài l = 50km ở tần số f = 800Hz có các kết quả sau: $Z_{v,nm} = 4620\angle -53^0 35'$ Ω; $Z_{v,hm} = 386\angle 42^0 26'$ Ω.

Tính các thông số đường dây, tổng trở đầu vào (ứng với các thông số) của đường dây dài 100km khi hở mạch và ngắn mạch.

Lời giải:

Tổng trở sóng của đường dây:

$Z = \sqrt{Z_{v,nm}.Z_{v,hm}} = 1{,}34.10^3\angle - 5^0 35' \ \Omega$

Hệ số lan truyền được xác định như sau:

$$th\gamma l = \sqrt{\frac{Z_{v,nm}}{Z_{v,hm}}} = 2{,}31 - j\,2{,}55$$

$$e^{2\gamma l} = \frac{1 + th\gamma l}{1 - th\gamma l} = 1{,}5e^{j203^0 20'}$$

$$2\gamma l = \ln 1{,}5 + \frac{j2\pi 203^0 20'}{360} = 0{,}41 + j3{,}54$$

$$\gamma = 35{,}5.10^{-3}\, e^{j83^0 20'} km^{-1}$$

Thông số của đường dây

$Z_\gamma = r_0 + j\omega L_0 = 11 + j46{,}2$

$$\frac{\gamma}{Z} = g_0 + j\omega C_0 = (0{,}475 + j25).\,10^{-6}$$

Do đó: $r_0 = 11\Omega$/km; $\omega L_0 = 46{,}2\Omega$

L_0 9,1. 10^{-3} H; $g_0 = 0{,}475.\,10^{-6}$ S/km

$\omega C_0 = 25.\,10^{-6}$ S/km; $C_0 = 5.10^{-9}$ F/km

Với l = 100km ta có:

$\gamma l_2 = 0{,}41 + j3{,}54$

$$th(0{,}41 + j3{,}54) = \frac{sh2.0{,}41 + j\sin 2.3{,}54}{ch2.0{,}41 + \cos 2.3{,}54} = 0{,}57e^{j37^0 50'}$$

Tổng trở đầu vào của đường dây khi hở mạch

$$Z_{v,hm} = \frac{Z}{th\gamma l} = 2{,}35.10^3\angle - 43^0 25'\ \Omega$$

Và khi ngắn mạch:

$Z_{v,nm} = 763\angle 32^0 15'\ \Omega$

<u>*Bài 4.4*</u>: Để xác định các thông số sơ cấp của đường dây trên không không tổn hao dài 3m, đã tiến hành đo tổng trở đầu vàoở trạng thái ngắn mạch là Z_{nm} 290Ω ở tần số 10MHz.

Xác định các thông số sơ cấp và thứ cấp của đường dây.

Đáp số: $L_0 = 1{,}33$mH/km; $C_0 = 8{,}3$nF/km

$Z = 400\Omega$; $\beta = 12$grad/m

cuu duong than cong . com

<u>*Bài 4.5*</u>: Đường dây trên không với dây dẫn bằng đồng có đường kính d = 3m, khoảng cách giữa các dây dẫn là D = 200mm, xác định điện cảm L_0 và điện dung C_0 trên một km của đường dây.

Đáp số: $L_0 = 1{,}95.\,10^{-3}$ H/km

$C_0 = 5{,}7.\,10^{-9}$ F/km

IV.3. QUÁ ĐỘ TRÊN ĐƯỜNG DÂY DÀI :

IV.3.1. Phương trình toán tử của ĐDD

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R_0 i(x,t) + L_0 \dfrac{\partial i(x,t)}{\partial t} & (4.19\text{ a}) \\ -\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G_0 u(x,t) + C_0 \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} & (4.19\text{ b}) \end{cases}$$

Khi thực hiện biến đổi Laplace phương trình (4.7a,b) ta được :

$$\begin{cases} -\dfrac{dU(P)}{dx} = r_0 I(P) + PL_0 I(P) - L_0.IL(0^-) & (4.20a) \\ -\dfrac{dI(P)}{dx} = G_0 U(P) + PC_0 U(P) - C_0 Uc(0^-) & (4.20b) \end{cases}$$

Trong trường hợp các điều kiện đầu bằng không, ta có thể đưa về dạng phương trình vi phân cấp hai như sau:

$$\frac{d^2U(P)}{dx^2} - \gamma^2 U(P) = 0 \qquad (4.21)$$

Với:

$$\gamma^2(P) = \sqrt{(R_0 + PL_0)(G_0 + PC_0)} \qquad (4.22)$$

= gọi là độ chắn sóng toán tử của ĐDD

Dòng điện:

$$I(P) = -\frac{1}{(R+PL)}\frac{dU(P)}{dx} \qquad (4.23)$$

Bằng cách sử dụng các điều kiện bờ:

$$U(P)*_{x=0} = U_1(P) \qquad (4.24a)$$

$$I(P)*_{x=0} = I_1(P) \qquad (4.24b)$$

Và ký hiệu:

$$Zc = \sqrt{\frac{R_0 + PL_0}{G_0 + PC_0}} \qquad (4.25)$$

Ta có nghiệm toán tử của phương trình ĐDD

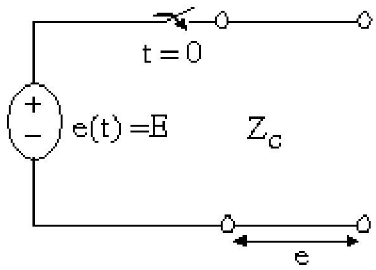
$$\begin{cases} U(P) = U_1(P)Ch\gamma x - Zc(P)I_1(P)Sh\gamma x & (4.26a) \\ I(P) = -\dfrac{U_1(P)}{Z_c(P)}Sh\gamma x + I_1(P)Ch\gamma x & (4.26b) \end{cases}$$

Việc phân tích nghiệm trong trường hợp tổng quát là tương đối khó khăn. Do đó, ta chỉ nêu ra một vài trường hợp cho cho việc tìm hiểu quá trình quá độ xuất hiện trên ĐDD và chỉ giới hạn bài toán khảo sát trên đường dây dài không tổn hao.

IV.3.2. Đóng điện áp vào đường dây hở mạch cuối

Cho đường dây trên hình 4-4:

Chương IV. Đường dây dài



Hình 4-4

Ta có: $I_2(P) = 0$; $U_1(P) = \dfrac{E}{P}$

Đường dây không tổn hao nên: $\gamma(P) = P\sqrt{L_0C_0}$; $Zc = \sqrt{\dfrac{L_0}{C_0}} = Rc$

Từ (4.26) ta suy ra:

$$I_1(P) = \frac{U_1(P)Sh\gamma(P)}{R_c Ch\gamma(P)l}$$

Và:
$$U(P) = U_1(P)\frac{[Ch\gamma xl - Sh\gamma x Sh\gamma l]}{Ch\gamma l}$$

$$U(P) = \frac{E}{P}\frac{Ch\gamma(l-x)}{Ch\gamma l} = \frac{L(P)}{PM(P)} \qquad (4.27)$$

Để tìm quá trình thời gian tại một điểm x so với đầu đường dây ta phải tìm biến đổi ngược L^{-1} của (4.27). Sau khi biến đổi ta có được:

$$u_2(t) = E\left\{1 - \frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{\cos\left[\left(\frac{2k+1}{2}\right)(1-x)\pi\right]\cos\left[\frac{2k+1}{2}\pi\frac{t}{l\sqrt{L_0C_0}}\right]}{2k+1}\right\} \qquad (4.28)$$

Cuối cùng ta có quá trình điện áp tại cuối đường dây (x=l) là:

$$u_2(t) = E\left\{1 - \frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{\cos\left[\frac{2k+1}{2}\pi\frac{t}{l\sqrt{L_0C_0}}\right]}{2k+1}\right\};\ t > 0$$

Tốc độ pha trên đường dây không tổn hao là $v = 1/\sqrt{L_0C_0}$

Do đó: $l/\sqrt{L_0C_0}$ chính là thời gian sóng điện áp lan truyền hết đường dây. Khi ký hiệu $T_d = l/\sqrt{L_0C_0}$ ta có:

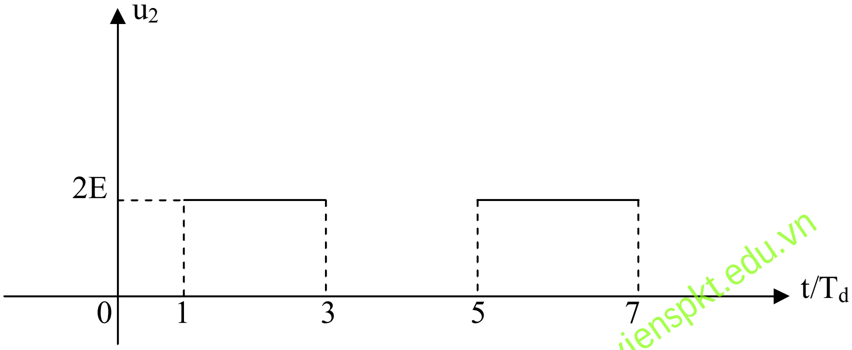
$$u_2(t) = E\left\{1 - \frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{\cos\left[\frac{2k+1}{2}\pi\frac{t}{T_d}\right]}{2k+1}\right\};\ t > 0 \qquad (4.29)$$

Có thể tìm được: $u_2(t) = 0$; với $0 < \frac{t}{T_d} < 1$

$u_2(t) = 2E$; với $1 < \frac{t}{T_d} < 3$

$u_2(t) = 0$; với $3 < \frac{t}{T_d} < 5$

Quá trình thời gian của điện áp trên đường dây hở mạch cuối được biểu diễn trên hình 4-5, đó là tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ: $T = 4T_d$



Hình 4-5: Biểu diễn áp cuối đường dây hở mạch cuối

IV.3.3. Đóng điện áp vào đường dây tải điện trở

Tại t = 0, đóng một nguồn áp e(t) vào đường dây không tổn hao tải điện trở R_2. Ta có:

$$I_2(P) = -\frac{U_1(P)}{Z_c(P)} Sh\gamma(P)l + I_1 Ch\gamma(P)l = \frac{U_2(P)}{R_2}$$

Rút $I_1(P)$ từ phương trình này và thế vào (3.26a) ta sẽ có:

$$U_2(P) = \frac{U_1(P).R_2}{R_2 Ch\gamma(P)l + Z_c(P)Sh\gamma(P)}$$

Khi biểu diễn các hàm hyperbolic qua các hàm mũ, điện áp trên tải sẽ có dạng:

$$U_2(P) = U_1(P)e^{-PTd}\frac{(1+n_2)}{(1+n_2 e^{-2PT_d})}$$

Trong đó: $n_2 = \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c}$ là một số thực.

Thời gian truyền sóng trên đường dây là:

$$Td = 1\sqrt{L_0 C_0} = \frac{1}{v}$$

Nếu nguồn áp đầu đường dây là nguồn áp một chiều, ta có $U_1(P) = E/P$ nên:

$$U_2(P) = \frac{E}{P}\frac{(1+n_2)}{(1+n_2 e^{-2PT_d})}.e^{-2PTd} \quad (4.30)$$

Do: $*n_2*[\ 1$; $e^{-2PTd} < 1$; với $Re\{P\} > 0$ nên:

$$U_2(P) = \frac{E}{P}(1+n_2)e^{-PTd}\{1 - n_2 e^{-2PTd} + n_2^2 e^{-4PTd} - n_2^3 e^{-6PTd} + ...\}$$

$$= \frac{E}{P}(1+n_2)\{e^{-PTd} - n_2 e^{-3PTd} + n_2^2 e^{-5PTd} - n_2^3 e^{-7PTd} + ...\}$$

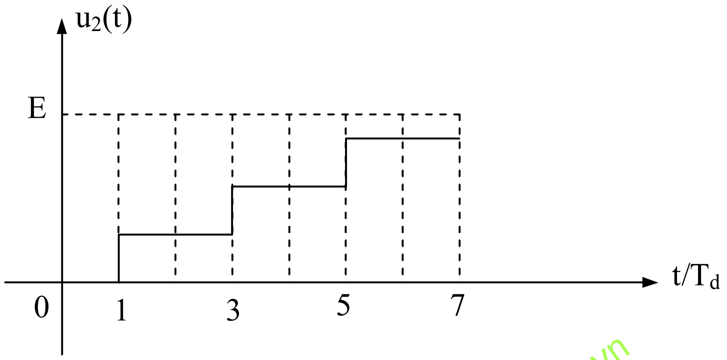
Biến đổi Laplace để tìm $u_2(t)$ ta có:

$$u_2(t) = E(1 + n_2)\{1(t - T_d) - n_2 1(t - 3T_d) + n_2^2 1(t - 5Td) - \ ...\}$$

$$= E[1(t - Td) + n_2 1(t - Td) - n_2 1(t - 3Td) + ...]$$

$$= E\sum_{j=0}^{\infty}\{(-1)^j n_2^j 1[t-(2j+1)T_d] + n_2^{(j+1)} 1[t-(2j+1)T_d]\} \qquad (4.31)$$

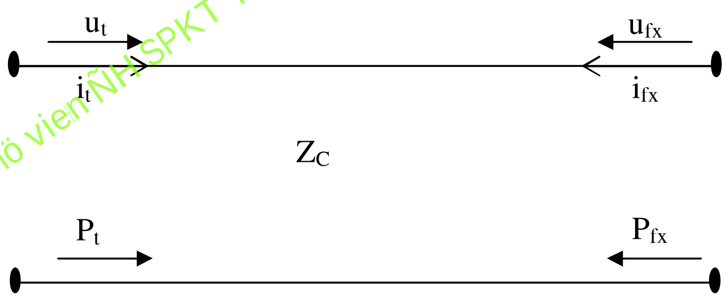
Với $-1 < n_2 < 0$, quá điện áp được vẽ trên hình 4-6:



Hình 4-6: Điện áp tại cuối đường dây tải điện trở.

IV.3.4. Đồ thị Zig – Zac (giản đồ bounce)

Từ biểu thức (4.31) có thể thấy quá trình điện áp ở cuối đường dây (hay tại một điểm bất kỳ 0[x [1) là kết quả của sự xếp chồng sóng tới và sóng phản xạ từ hai đầu đường dây.



Hình 4-7: Các thành phần sóng tới và sóng phản xạ.

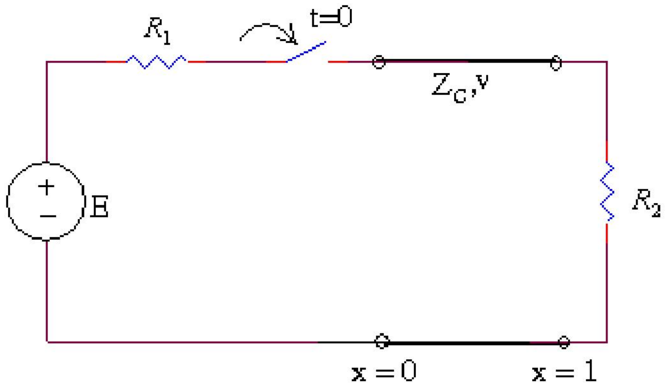
Từ hình 4-7, ta thấy:

$$u = ut + ufx \qquad (4.32)$$

$$i = it - ifx = \frac{1}{Z_c}(ut - ufx) \qquad (4.33)$$

$$P = Pt - Pfx = \frac{u_t^2}{Z_c} - \frac{u_{fx}^2}{Z_c} \qquad (4.34)$$

Cho một mô hình đường dây điện trở như sau:



Ta giả sử rằng không tồn tại áp và dòng trên đường dây tại: t < 0; tại t = 0^+, trên đường dây chỉ có sóng điện áp tới. Trở kháng vào của đường dây có giá trị bằng trở kháng sóng. Như vậy, điện áp tới tại đầu đường dây:

$$u_{t1}^{1} = E\frac{Z_c}{R_1 + Z_c} \qquad (4.35a)$$

$$i_{t1}^{1} = \frac{E}{R_1 + Z_c} \qquad (4.35b)$$

Sau khoảng thời gian Td = 1/v, sóng tới đi đến tải và bị phản xạ. Ta có:

$$u_{fx2}^{1} = u_{t2}^{1}.n_2 \qquad (4.36)$$

$$i_{fx2}^{1} = \frac{1}{Z_c}u_{fx2}^{1} \qquad (4.37)$$

Với: $n_2 = \dfrac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c}$

Sau đó, sóng phản xạ sẽ truyền ngược về đầu đường dây, và xuất hiện phản xạ tại t = $2T_d$, để tạo ra sóng tới lần thứ hai lan truyền về phía tải. Điện áp và dòng tại đầu đường dây khi có thêm thành phần sóng tới lần thứ hai được viết:

$$u = u_{t1}^{1} + u_{fx1}^{1} + u_{t1}^{2} \qquad (4.38)$$

$$i = \frac{1}{Z_c}(u_{t1}^{1} - u_{fx1}^{1} + u_{t1}^{2}) \qquad (4.39)$$

Trong đó: u_{t1}^{2} là sóng tới tại điểm đầu đường dây lần thứ hai.

Theo điều kiện biên tại đầu đường dây:

$$u = E - R_1 i \Rightarrow u_{t1}^{1} + u_{fx1}^{1} + u_{t1}^{2} = E - \frac{R_1}{Z_c}(u_{t1}^{1} - u_{fx1}^{1} + u_{t1}^{2})$$

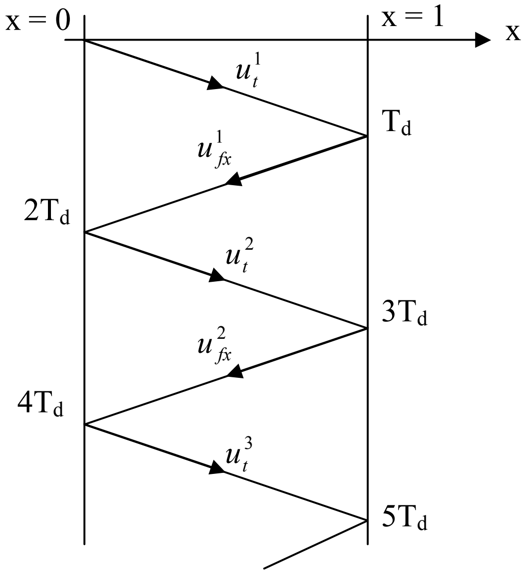
$$\Rightarrow u_{t1}^{2}\left[1 + \frac{R_1}{Z_c}\right] = u_{fx1}^{1}\left[\frac{R_1}{Z_c} - 1\right] + E - u_{t1}^{1}\left[\frac{R_1}{Z_c} + 1\right]$$

Dựa vào (4.35a) ta viết lại:

$$u_{t1}^{2}\left[1 + \frac{R_1}{Z_c}\right] = u_{fx1}^{1}\left[\frac{R_1}{Z_c} - 1\right]; \quad u_{t1}^{1} = u_{fx1}^{1}.n_1 \qquad (4.40)$$

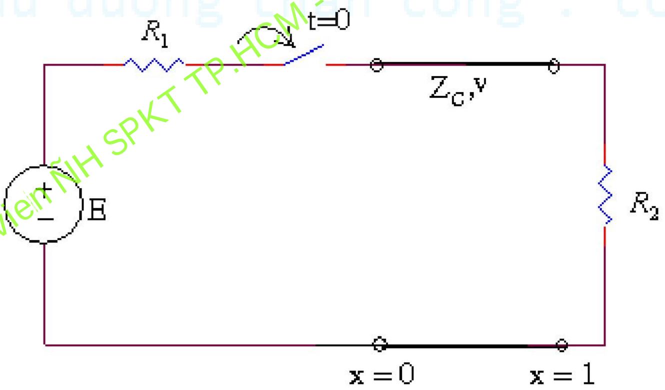
Với: $$n_1 = \frac{R_1 - Z_c}{R_1 + Z_c} \qquad (4.41)$$

Quá trình trên cứ tiếp tục như thế, các giá trị sóng tới và sóng phản xạ được xác định lần lượt như trên hình 4-8:



Hình 4-8: Quá trình xuất hiện sóng tới và phản xạ trên ĐDD

Ví dụ 3: Cho đường dây tải tải điện trở sau:



Với: R_1 = 40Σ, R_2 = 120Σ, Zc = 60Σ, E = 100V. Hãy xây dựng đồ thị Zig – Zac của điện áp và dòng điện?

Lời Giải:

Ta có sóng tới tại đầu đường dây:

$$u_{t1}^1 = 100.\frac{60}{60+40} = 60\text{ V}$$

$$i_{t1}^1 = \frac{60}{60} = 1\text{ A}$$

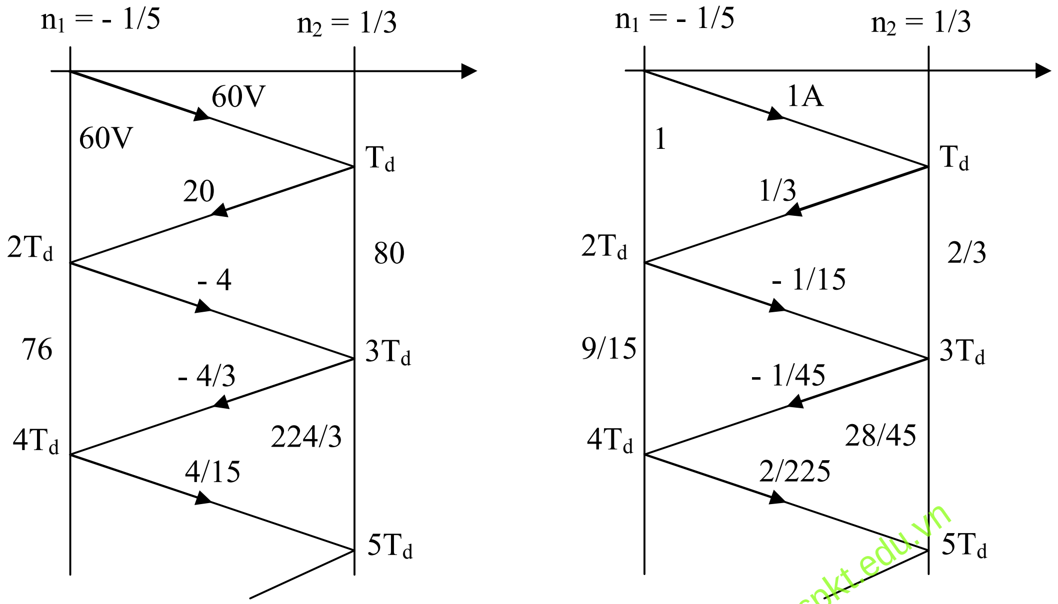
Hệ số phản xạ tải:

$$n_2 = \frac{120-60}{120+60} = \frac{1}{3}$$

Hệ số phản xạ nguồn:

$$n_1 = \frac{40-60}{40+60} = -\frac{1}{5}$$

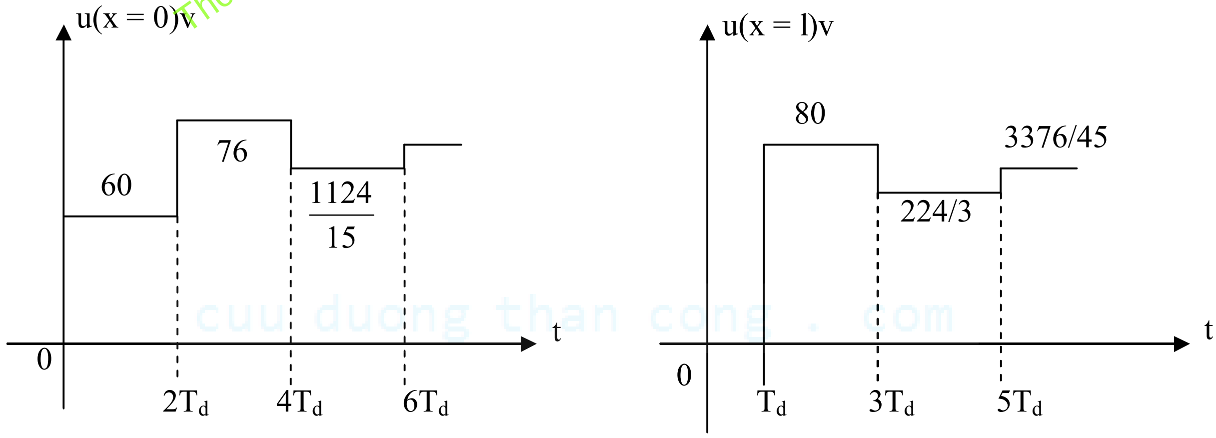
Từ đó ta xây dựng đồ thị Zig – Zac của điện áp và dòng điện như sau:



Các mũi tên trên các đồ thị này biểu diễn hướng truyền của sóng. Từ đồ thị Zig – Zac, ta có thể xác định được hai đồ thị quan trọng sau đây:

a. Đồ thị biểu diễn áp và dòng theo thời gian t

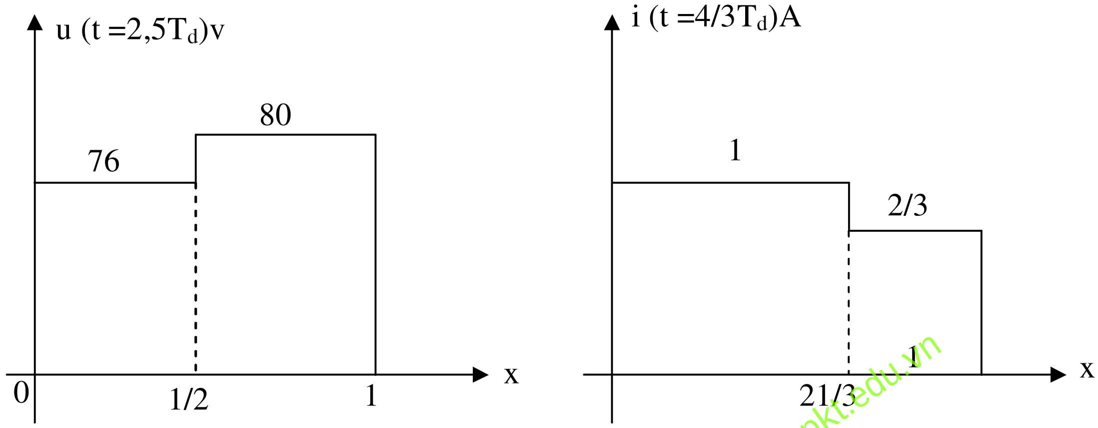
Áp và dòng chính là sự xếp chồng của các sóng tới và sóng phản xạ. Ta kẻ đường thẳng có tọa độ x (tượng trưng cho một điểm đang xét), và cắt đồ thị Zig – Zac tại các điểm, cho biết thời điểm mà điện áp hay dòng điện có sự biến thiên đột ngột do có sự khác nhau về số lượng sóng tới và sóng phản xạ. Hình 4-9 biểu diễn điện áp tại đầu đường dây (x = 0) và tại cuối đường dây (x = l) theo thời gian.



Hình 4-9: Biểu diễn áp tại đầu vào và cuối đường dây theo thời gian.

b. Đồ thị biểu diễn áp và dòng theo khoảng cách x

Từ đồ thị Zig – Zac, ta cũng có thể dựng được các đồ thị biểu diễn sự biến thiên của áp hay dòng trên đường dây theo khoảng cách x tại một thời điểm bất kỳ. Bằng cách kẻ đường thẳng song song với trục x, đi qua trục thời gian tại thời điêm khảo sát. Đường thẳng này cắt đồ thị Zig – Zac tại một điểm có tọa độ x_0 cho ta hai bên đường dây của x_0 có phân bố áp hoặc dòng khác nhau do có sự khác nhau của số sóng tới và sóng phản xạ. Hình 4-10a cho phân bố áp trên đường dây tại thời điểm t = 2,5T_d và hình 4-10b cho ta phân bố dòng trên đường dây tại thời điểm t = 4/3T_d.



a) b)

Hình 4-10: Biểu diễn áp dòng theo khoảng cách

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] PHẠM THỊ CƯ - LÊ MINH CƯỜNG - TRƯƠNG TRỌNG TUẤN MỸ, **Mạch Điện II**, Trường Đại học Bách khoa TP Hồ Chí Minh, 2002.

[2] DAVID E. JOHNSON - JOHNNY R. JOHNSON - JOHN L. HILBURN, **Electric Circuit Analysis,** Prentice Hall, 1989.

[3] DAVID IRWIN J., **Basic Engineering Circuit Analysis,** Prentice Hall, 1996.

[4] JOHN WILEY & SONS, Inc., **Electric Engineering Circuits**, 1963.

[5] NGUYỄN QUÂN., **Lý Thuyết Mạch**, Trường Đại học Bách khoa TP Hồ Chí Minh, 1993.

[6] PHƯƠNG XUÂN NHÀN - HỒ ANH TÚY, **Lý Thuyết Mạch**, NXB Khoa học Kỹ thuật, 1993.

[7] SANDER K.F., **Electric Circuit Analysis**, Addison Wesley, 1992.