Chương I: BIẾN CỐ
VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Bài 1.1:

a) Gọi A là biến cố "xuất hiện mặt sáu chấm khi gieo con xúc xắc".

Số kết cục đồng khả năng n = 6. Số kết cục thuận lợi cho biến cố A là m =1. Vậy:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{6}$$

b) Gọi B là biến cố "mặt có số chẵn chấm xuất hiện".

Số kết cục thuận lợi cho B là n = 3. Vậy:

$$P(B)=\frac{m}{n}=\frac{3}{6}=0.5$$

Bài 1.2:

a) Gọi A là biến cố "lấy ra tấm bìa có xuất hiện chữ số 5". khi đó $\overline{A}$ là biến cố không xuất hiện chữ số 5. Vì số kết cục đồng khả năng là 100, trong khi số kết cục thuận lợi cho A là 19, nên số kết cục thuận lợi cho $\overline{A}$ là 81.

Vậy

$$P(\overline{A})=0.81.$$

b) từ 1 đến 100 có 50 số chẵn nên có 50 số chia hết cho 2.

Có 20 số chia hết cho 5, trong đó 10 số vừa chia hết cho 5 vừa chia hết cho 2. Do vậy số kết cục thuận lợi cho biến cố lấy lên bìa có số hoặc chia hết cho 2, hoặc chia hết cho 5, hoặc chia hết cho cả 2 và 5 là 50 +20-10 = 60.

Vậy $P(A)=\frac{60}{100}=0.6$.

Bài 1.3:

a) A = "quả cầu thứ nhất là trắng"

Số kết cục duy nhất đồng khả năng là tất cả các phương pháp để lấy được 1 quả cầu ra khỏi (a+b) quả cầu. Vậy n = a+b.

Số kết cục thuận lợi lấy ra quả cầu thứ nhất màu trắng là a.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{a}{a+b}$

b) Nếu quả thứ nhất trắng thì chọn quả thứ 2 sẽ còn a+b-1 kết cục đồng khả năng.

Số kết cục thuận lợi để quả thứ 2 màu trắng là a-1

Vậy xác suất $P(B) = \frac{a-1}{a+b-1}$

c) tương tự câu b), vì quả thứ hai là trắng nên số kết cục đồng khả năng khi chọn quả thứ nhất là a+b-1 trong khi số kết quả thuận lợi là a-1.

Vậy $P(C) = \frac{a-1}{a+b-1}$

Bài 1.4.

a) Số kết quả đồng khả năng thực ra hoán vị của a + b quả cầu nên m = (a+b)!

nếu quả cầu thứ 2 là trắng thì số kết quả thuận lợi cho biến cố này là chỉnh hợp chập a+b-1 phần tử của a+b phần tử.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{(a+b)!}{A_{a+b}^{a+b-1}}$.

b) gọi B là biến cố quả cầu cuối cùng là trắng. Khi đó tương tự câu a), ta cũng có xác suất $P(B) = \frac{(a+b)!}{A_{a+b}^{a+b-1}}$

Bài 1.5.

1 \ 2	Sấp (S)	Ngửa (N)
Sấp (S)	SS	SN
Ngửa (N)	NS	NN

a) Dựa vào bảng trên, có thể thấy số kết cục đồng khả năng là 4.

Số kết cục thuận lợi cho biến cố A = "Hai mặt cùng sấp xuất hiện" là 1.

Vậy P (A) = $\frac{1}{4}$ = 0,25

b) Số kết cục thuận lợi cho biến cố B = "Một sấp một ngửa" là 2.

Vậy xác suất P(B) = $\frac{2}{4}$ = 0,5.

c) Số kết cục thuận lợi cho biến cố C = "Có ít nhất 1 mặt sấp" là 3.

Vậy P(C) = 0,75.

Bài 1.6.

Gieo đồng thời 2 con xúc xắc thì số kết cục đồng khả năng là 6.6=36.

a) có 6 kết cục thuận lợi cho biến cố A="hai mặt có tổng số chấm bằng 7" là các cặp 1&6, 2&5, 3&4, 4&3, 5&2, 6&1 nên P(A) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b) B = "hai mặt có tổng số chấm nhỏ hơn 8".

Bi ="hai mặt có số chấm nhỏi hơn i", với i=2,3,…7 (nhỏ nhất là 2)

B2 có 1 kết cục thuận lợi

B3 có 2 kết cục thuận lợi

B4 có 3 kết cục thuận lợi

B5 có 4 kết cục thuận lợi

B6 có 5 kết cục thuận lợi

B7 có 6 kết cục thuận lợi

Vậy số kết cục thuận lợi của biến cố B là 21.

Nên P(B) = $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

c) D = “ hai mặt có ít nhất 1 mặt 6 chấm”

khi đó số kết cục thuận lợi cho D là 11.

Vậy $P(D) = \frac{11}{36}$.

Bài 1.7.

Số cách trả mũ có thể xảy ra là $A_3^3 = 6$.

d) Để cả 3 người cùng được trả đúng mũ thì chỉ có 1 kết cục thuận lợi nên

$P(D) = \frac{1}{6}$

c) Không thể có khả năng chỉ có đúng 2 người được trả đúng mũ, vì chắc chắn người thứ 3 cũng sẽ đúng mũ, nên P(C) = 0

b) số kết cục thuận lợi để có đúng 1 người được trả đúng mũ là 3

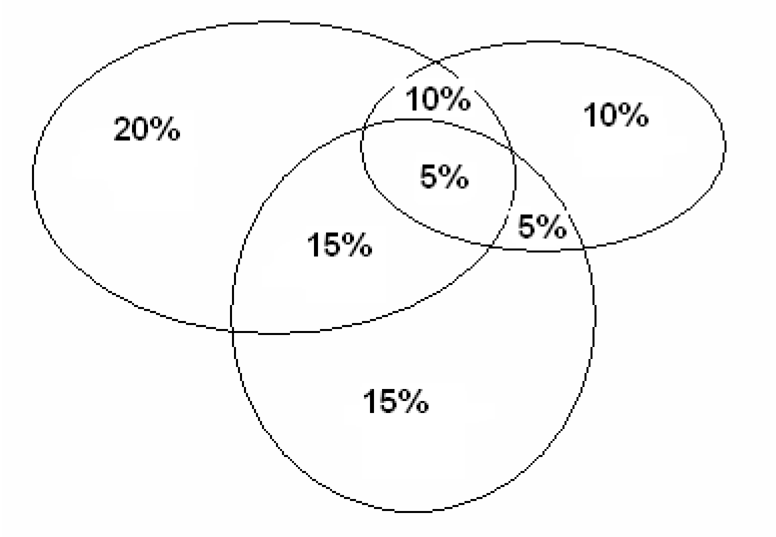
Vậy $P(B) = \frac{3}{6} = 0,5$.

a) xác suất để cả 3 người bị trả sai mũ là:

$P(A) = 1 - \frac{1}{6} - 0,5 = \frac{1}{3}$

Bài 1.8.

Ta có biểu đồ tập hợp như sau:



a) Số học sinh học ít nhất 1 ngoại ngữ trên là 50% + 10% + 15% + 5% = 80%.

Vậy xác suất của biến cố này là P(A) = 0,8.

b) Số học sinh chỉ học tiếng Anh và tiếng Đức là 10%.

Vậy P(B) = 0,1.

c) Số học sinh chỉ học tiếng Pháp là 15%

Vậy xác suất là P(C) = 0,15.

Bài 1.9.

Số kết cục đồng khả năng là chỉnh hợp chập 3 của 10 số tự nhiên, nên m = A_{10}^{3} = 720.

Chỉ có 1 kết cục thuận lợi cho việc gọi điện đúng số điện thoại, vậy xác suất

$P = \frac{1}{720}$

Bài 1.10.

Số kết cục đồng khả năng khi thực hiện phép thử lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm là tổ hợp chập 3 của 15 phần tử, vậy n = $C_{15}^{3} = 455$

a) A = " 3 chi tiết lấy ra đạt tiêu chuẩn" thì số kết cục thuận lợi cho A là

$C_{10}^{3} = 120$

$P(A) = \frac{120}{455} = 0{,}264$

b) B = "chỉ có 2 chi tiết đạt tiêu chuẩn" thì số kết cục thuận lợi cho B là $C_{2}^{10}.5$ = 225.

$P(B) = \frac{225}{455} = 0{,}495$

Bài 1.11:

Số kết quả đồng khả năng: P(6) = 6!

A= "Xếp được chữ NGHÊNH"

Chữ N có 2 cách chọn

Chữ H có 2 cách chọn

Chữ G, Ê, N mỗi chữ có 1 cách chọn

Số kết quả đồng khả năng xảy ra A là: m = 2.2.1.1.1 = 4

$P(A) = \frac{4}{6!} = \frac{1}{120}$

Bài 1.12

a) Mỗi khách đều có khả năng để ra ở 6 tầng còn lại của tòa nhà. Do đó số kết cục đồng khả năng n = 6^3 =216

A = "Tất cả cùng ra ở tầng 4", m=1

$P(A) = \frac{1}{216}$

b) B= "Tất cả cùng ra ở 1 tầng"

Tất cả đều có khả năng để ra ở 6 tầng còn lại của tòa nhà. Do đó:

$P(B) = 6P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{16}$

c) C = "Mỗi người ra ở 1 tầng khác nhau"

$P(C) = \frac{A_6^3}{216} = \frac{5}{9}$

Bài 1.13

Số khả năng có thể xảy ra: P(12) =12!

A = "Các tập được xếp thứ tự từ phải sang trái hặc từ trái sang phải" nên m = 2

$P(A) = \frac{2}{12!}$

Bài 1.14

Số khả năng có thể xảy ra: C_{52}^3 = 22100

a) A= "Lấy được 3 quân át"

m= C_4^3 = 4

$P(A) = \frac{4}{22100} = \frac{1}{5525}$

b) B= "Lấy được 1 quân át"

$P(B) = \frac{C_4^1 C_{48}^2}{C_{52}^3} = \frac{4.1128}{22100} = \frac{1128}{5525}$

Bài 1.15

Chia ngẫu nhiên lô hàng thành 2 phần bằng nhau tức là lấy ngẫu nhiên 5 sản phẩm từ 10 sản phẩm đó. Do đó số khả năng có thể xảy ra là: n = C_{10}^5 = 252

Mỗi phần đều có số chính phẩm như nhau tức là mỗi phần có 3 chính phẩm, 2 phế phẩm. Do đó, m = $C_6^3 C_4^2$ = 120

A = "Mỗi phần có số chính phẩm như nhau"

P(A) = $\frac{120}{252} = \frac{10}{21}$

Bài 1.16

Mỗi vị trí đều có thể nhận giá trị từ 0 đến 10

Số khả năng có thể xảy ra là: n = 10^5

a) A= "Có 5 chữ số khác nhau"

P(A) = $\frac{A_{10}^5}{10^5}$ = 0.3024

b) B= "Có 5 chữ số đều lẻ"

mỗi vị trí đều có thể nhận giá trị 1, 3, 5, 7 ,9. Do đó: m= 5^5

P(B) = $\frac{5^5}{10^5}$ =0.03125

Bài 1.17

Số khả năng có thể xảy ra: P(5) = 120

a) A= "C ngồi chính giữa"

m=1.P(4) = 24

P(A) = $\frac{24}{120}$ = 0.2

b) B= "A và B ngồi ở 2 đầu ghế"

P(B) = $\frac{2.P(3)}{120}$ = 0.1

Bài 1.18

Số khả năng có thể xảy ra: C_n^2

A= "Lấy được 1 quả có số hiệu nhỏ hơn k và 1 quả có số hiệu lớn hơn k"

m= $C_{k-1}^1.C_{n-k}^1$

P(A) = $\frac{C_{k-1}^1.C_{n-k}^1}{C_n^2} = \frac{2(k-1)(n-k)}{n(n-1)}$

bài 1.19

Số kết quả đòng khả năng là:n= 6^n

A = "Tổng số chấm là n+1"

Số kết quả thuận lợi cho A là m=n

P(A) = $\frac{n}{n+1}$

Bài 1.20

f= 0,85

n=200

→ k = f.n = 0,85 . 200 =170

Bài 1.21

Gọi A là biến cố " Sinh được con trai".

Theo bài ra ta được, xác suất sinh được con trai là :

$$P(A) = \frac{45600}{88200} = 0,517$$

Bài 1.23

Gọi A là biến cố sản phẩm chọn ra là chính phẩm.

Gọi A1 và A2 là biến cố sản phẩm bị mất lần lượt là chính phẩm và phế phẩm.

Vậy yêu cầu của bài toán là tính xác suất có điều kiện P(A1/A).

Ta có A1, A2 là hệ đầy đủ và xung khắc với nhau từng đôi một.

Ta có:

$$P(A1) = \frac{a}{a+b}$$

$$P(A2) = \frac{b}{a+b}$$

Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A1/A) = \frac{[P(A1).P(A/A1)]}{P(A)}$$

Với $P(A/A1) = \frac{a-1}{a+b-1}$

$$P(A/A2) = \frac{a}{a+b-1}$$

P(A)= P(A1).P(A/A1) + P(A2).P(A/A2)

$$= \frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)} + \frac{a.b}{(a+b)(a+b-1)}$$

Vậy:

P(A1/A)= (a-1)(a+b-1).

Bài 1.24

Theo bảng số liệu ta có, tổng số nhân viên trong công ty là :

120 + 170 + 260 + 420 + 400 + 230 = 1600 (nhân viên)

Khi lấy ngẫu nhiên một người của công ty thì

a. Xác suất để được một nhân viên từ 40 tuổi trở xuống là :

$$\frac{120+170+260+420}{1600} = 0,61$$

b. Xác suất để được một nam nhân viên trên 40 là :

$$\frac{400}{1600} = 0,25$$

c. Xác suất để được một nữ nhân viên từ 40 tuổi trở xuống là :

$$\frac{170+420}{1600} = 0,37$$

Bài 1.25

Gọi A là biến cố ‘ 3 bóng điện được lấy ra trong hộp có 4 bóng hỏng đều tốt ’’

Số kết hợp đồng khả năng xảy ra là số tổ hợp chập 3 từ 12 phần tử. Như vậy ta có : $n = C_{12}^{3} = 220$

Số kết cục thuận lợi cho A xảy ra bằng số tổ hợp chập 3 (bóng điện tốt) từ 8(trong 1 hộp có 4 bóng điện bị hỏng). Vậy m=$C_{8}^{3} = 56$

Do đó xác suất để một hộp bóng đèn được chấp nhận trong đó có 4 bóng bị hỏng là :

$$P(A) = \frac{56}{220} = 0,254$$

Bài 1.26

Ta có n=8 kết cục khả năng là GGG, GGT, GTG, TTT, TGG, TGT, TTG.

a. Gọi A là biến cố ‘’ Gia đình có hai con gái’’.

Có 3 kết quả thuận lợi cho A nên ta có :

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

b. Gọi B là biến cố ‘’ Gia đình có ít nhất 2 con gái ‘’.

Số kết quả thuận lợi cho B là 4 nên ta có :

$$P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

c. Gọi C là biến cố ‘’ Gia đình có hai con gái biết rằng đứa đầu lòng là con gái’’.

Số kết quả thuận lợi cho C là 2 nên ta có :

$$P(C) = \frac{1}{4}$$

d. Gọi D là biến cố ‘’ Gia đình có ít nhất 2 đứa con gái biết rằng gia đình đó có ít nhất 1 đứa con gái’’.

Nếu gia đình có ít nhất 1 đứa con gái thì số kết cục đồng khả năng là 7.

Số kết cục thuận lợi cho D là 4 nên ta có :

$$P(D) = \frac{4}{7}$$

Bài 1.27

Gọi A là biến cố ‘’ Cả 3 người có ngày sinh nhật trùng nhau’’

Số kết cục đồng khả năng là tổ hợp chập 3 của 30 nên ta có :

$$n = C_{30}^{3} = 4060$$

Số kết cục có lợi cho biến cố A là 30(vì 1 tháng có 30 ngày) nên ta có

$$P(A) = \frac{30}{4060} = 0,008$$

Gọi B là biến cố ‘’ Cả 3 người có ngày sinh nhật khác nhau’’

Do A và B là 2 biến cố đối nhau nên ta có P(B) = 1 – P(A) = 0.992

Bài 1.28

Phân tích từ dữ liệu đề bài ta có :

7 sản phẩm chỉ bị vỡ nắp

4 sản phẩm chỉ bị vỡ vòi

1 sản phẩm chỉ bị mẻ miệng

5 sản phẩm vừa bị mẻ miệng vừa bị vỡ nắp

3 sản phẩm vừa bị sứt vòi vừa mẻ miệng

7 sản phẩm vừa bị sứt vòi vừa bị vỡ nắp

1 sản phẩm có tất cả các khuyết điểm trên

a. Gọi A là biến cố ‘’ sản phẩm có khuyết tật’’

Số sản phẩm bị khuyết tật là : 7+4+1+5+3+7+1=28

Vậy : $P(A) = \frac{28}{100} = 0,28$

b. Gọi B là biến cố ‘’ sản phẩm chỉ bị sứt vòi’’

Số sản phẩm chỉ bị sứt vòi là 4. Như vậy :

$$P(B) = \frac{4}{100} = 0,04$$

c. Gọi C là biến cố ‘’ sản phẩm đó bị sứt vòi biết rằng nó vỡ nắp’’

Gọi D là biến cố ‘’ sản phẩm đó vừa bị sứt vòi vừa bị vỡ nắp’’

Gọi E là biến cố ‘’ sản phẩm đó bị cả 3 khuyết tật’’

Như vậy C=D+E. Do D và E độc lập với nhau nên ta có :

P(C)= P(D) + P(E)

Với P(D)=0,07 và P(E)= 0,01 nên ta được P(C)= 0,08

Bài 1.29

Gọi A là biến cố ‘’ Không có ngày nào có quá 1 vụ tai nạn lao động’’

Số kết cục đồng khả năng là số chỉnh hợp lặp chập 6 từ 92 phần tử

$$n = B_{92}^{6}$$

Số kết cục thuận lợi là số chỉnh hợp chập 6 từ 92 phần tử

$$m = A_{92}^{6}$$

Vậy : P(A) $= \frac{A_{92}^{6}}{B_{92}^{6}} = 0,85$

Bài 1.30

a. Có n người xếp thành hang ngang thì sẽ có n! cách xếp

Gọi A là biến cố m người trùng tên đứng cạnh nhau khi họ xếp hàng ngang.

Nếu coi m người đứng trùng tên cạnh nhau này lag 1 người thì ta có (n – m +1) ! cách xếp. Có m! cách xếp cho m người trùng tên đó.

Vậy xác suất để m người trùng tên đứng cạnh nhau khi họ xếp hàng là:

$$P(A) = \frac{m!(n - m + 1)!}{n!}$$

b. Có n người xếp thành vòng tròn sẽ có (n-1) cách xếp.

Gọi B là biến cố có m người trùng tên đứng cạnh nhau khi họ xếp thành vòng tròn.

Nếu coi m người trùng tên đứng cạnh nhau này là 1 người thì khi xếp n người thành vòng tròn ta có (n-m)! cách xếp.

Số kết quả thuận lợi cho B là m!(n-m)!

Vậy ta có :

$$P(B) = \frac{m!(n - m)!}{(n - 1)!}$$

Bài 1.31:

Ta có 4=4+0+0=3+1+0=2+1+1=2+2+0

a.Gọi M là biến cố chị A đánh vỡ 3 chén và chị B đánh vỡ 1 chén

Số trường hợp duy nhất đồng khả năng:

n=3+ C^2_3.2!.C^3_4+3.C^2_4.2!+C^2_3.C^2_4=81

$P(M)=C^3_4/81=4/81$

b. $P_b=C^2_3.2!.C^3_4=8/27$

c. $P_c=3/81$

<u>Bài 1.32.</u>

Xác suất để số người đến mỗi quầy là như nhau và bằng 1/3

Gọi A là biến cố “có 3 người đến quầy 1”

Lược đồ Becnulli: n=10, k=3

Vậy $P(A) = P_{10}(3) = C_{10.}^{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 . \left(\frac{2}{3}\right)^7 =$

<u>Bài 1.33</u>.

Gọi A là biến cố “chi tiết lấy ra thuộc loại I”

B là biến cố “chi tiết lấy ra thuộc loại II”

C là biến cố “chi tiết lấy ra thuộc loại III”

Ta có :

a. A+B là biến cố “chi tiết lấy ra không thuộc loại III”

b. AB+C là biến cố “chi tiết lấy ra thuộc loại III hoặc là vừa thuộc loại I, vừa thuộc loại II hoặc vừa là loại I, loại II và loại III”

c. $\overline{A+B}$ là biến cố “chi tiết lấy ra là chi tiết loại III nhưng không thuộc loại I hoặc loại II hay thuộc cả loại I và loại II”

d. AC là biến cố “chi tiết lấy ra vừa thuộc loại I vừa thuộc loại III”

<u>Bài 1.34</u>.

Gọi A là biến cố “người thứ k bắn trúng bia” (k=1,2,3)

Ta có:

a. $\overline{A_2 A_3}$ là biến cố “chỉ có người thứ nhất bắn trúng mục tiêu”

b. $C = A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3} + \overline{A_1}..A_2.\overline{A_3} + \overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3$ là biến cố “chỉ có một người bắn trúng mục tiêu”

c. $C = A_1.A_2\overline{A_3} + \overline{A_1}..A_2.A_3 + \overline{A_1}.A_2.A_3$ là biến cố “chỉ có 2 người bắn trúng mục tiêu”

d. $C = \overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}$ là biến cố “có người bắn trúng mục tiêu”

<u>Bài 1.35.</u>

a) $A=A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9A_{10}$

b) $A=A_1+A_2+A_3+A_4+A_5+A_6+A_7+A_8+A_9+A_{10}$

c) $A=\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3\overline{A}_4\overline{A}_5\overline{A}_6A_7A_8A_9A_{10}$

d) $A=A_1\overline{A}_2A_3\overline{A}_4A_5\overline{A}_6A_7\overline{A}_8A_9\overline{A}_{10}$

<u>Bài 1.36</u>.

Gọi A là biến cố "Sinh con gái"

B là biến cố "sinh con có trọng lượng hơn 3kg"

Ta có: A+B = sinh con gái hoặc con nặng hơn 3kg

A.B = Sinh con gái nặng hơn 3kg

<u>Bài 1.37</u>.

A là biến cố công ty thắng thầu dự án thứ nhất

B là biến cố công ty thắng thầu dự án thứ hai

Tổng A+B là biến cố: "công ty thắng thầu ít nhất một trong hai dự án"

Tích A.B là biến cố: "công ty thắng thầu đồng thời cả hai dự án"

<u>Bài 1.38.</u>

Gọi A_1 là biến cố "sản phẩm lấy ra thuộc loại I"

A_2 là biến cố "sản phẩm lấy ra thuộc loại II"

A là biến cố "sản phẩm lấy ra thuộc loại I hoặc loại II" thì $A = A_1 + A_2$

Vì A_1, A_2 xung khắc nên

$P(A) = P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) = 0.4 + 0.5 = 0.9$

<u>Bài 1.39</u>.

Gọi A1,A2,A3 lần lượt là biến cố mà sản phẩm của nhà máy đi qua phòng kiểm tra số 1,2,3 là phế phẩm

A là biến cố sản phẩm nhập kho là phế phẩm

Ta có: P(A1)=1-0.8=0.2

P(A2)=0.1

P(A3)=0.01

Vì 3 phòng kiểm tra hoạt động đọc lập lên A1, A2, A3 là các biến cố độc lập

Ta có

P(A)=P(A1.A2.A3)=P(A1).P(A2).P(A3)=0.1x0.2x0.01=0.0002

<u>Bài 1.40.</u>

Xác suất để khi đo một đại lượng vật lý phạm sai số vượt quá tiêu chuẩn cho phép là 0.4. Thực hiện 3 lần đo độc lập. Tìm xác suất sao cho có đúng một lần đo sai số vượt quá tiêu chuẩn cho phép.

Giải:

Gọi A là biến cố phép đo đại lượng vật lý vượt quá tiêu chuẩn cho phép.

P(A) = 0,4

P($\overline{A}$)= 0.6

Việc thực hiện các lần đo là độc lập

Áp dụng công thức Bernoulli, xác suất để A xuất hiện đúng một lần trong 3 phép thử là: $P_3(1) = C_3^1 \times 0.4^1 \times 0.6^2 = 0.432$

Bài 1.41:

Gọi A là biến cố: " Hai bi lấy ra cùng màu trắng".

B là biến cố: " Hai bi lấy ra cùng màu đỏ".

C là biến cố: " Hai bi lấy ra cùng màu xanh".

Số cách chọn ngẫu nhiên mỗi hộp 1 viên bi là P= $(7+3+15).(10+6+9) = 625$ cách.

Khi đó xác suất để lấy ra 2 bi cùng màu từ 2 hộp khác nhau là:

$$P = P(A)+P(B)+P(C) = \frac{C_3^1.C_{10}^1 + C_7^1.C_6^1 + C_{15}^1.C_9^1}{625} = \frac{207}{625}$$

Vậy **P =** $\frac{207}{625}$

Bài 1.42:

a. Gọi A là biến cố: " Người thứ nhất bắn trúng mục tiêu" $\Rightarrow$ P(A) = 0,8

Gọi B là biến cố: " Người thứ hai bắn trúng mục tiêu" $\Rightarrow$ P(B) = 0,9

Do chỉ có một người bắn trúng mục tiêu. Suy ra nếu A bắn trúng thì B ko bắn trúng và ngược lại

Vậy xác suất để một duy nhất 1 người bắn trúng mục tiêu là:

$P_1 = P(A).P(\overline{B}) + P(\overline{A}).P(B) = 0,8.0,1 + 0,9.0,2 = 0,26.$

Vậy $\mathbf{P_1 = 0,26}$

b. Gọi P_2 là xác suất có người bắn trúng mục tiêu.

Có người bắn trúng mục tiêu khi hoặc người thứ nhất bắn trúng, hoặc người thứ 2 bắn trúng, hoặc cả 2 cùng bắn trúng.

$\Rightarrow P_2 = 0,8.0,1 + 0,9.0,2 + 0,8.0,9 = 0,98$

Vậy $\mathbf{P_2 = 0,98}$

c. Gọi P_3 là xác suất cả 2 cùng bắn trượt.

Cả 2 người cùng bắn trượt khi không có ai bắn trúng.

Suy ra $P_3 = 1 - P_2 = 1 - 0,98 = 0,02$.

Vậy $\mathbf{P_3=0,02}$

Bài 1.43:

Gọi A là biến cố "sau khi gia công xong chi tiết có khuyết tật "

A_i la biến cố "gây ra khuyết tật ở công đoạn thứ i"

$P(A_i)=P_i$ suy ra $P(\overline{A_i}) = 1 - P_i$ (i=1,2,……k)

$A = \sum_{i=0}^{k} A_i$

$P(A) = 1 - P(\overline{A_i}) = 1 - (1-P_i)^k$.

Bài 1.44:

Gọi A_i là biến cố quả bóng thứ i là quả bóng mới.

Sau khi lấy k quả bóng ra chơi và bỏ lại hộp thì trong hộp chỉ còn n-k quả bóng mới.

Lấy lần lượt từng quả.

Quả thứ nhất có n cách lấy nhưng chỉ có n-k cách để lấy ra quả mới hay cách khác số kết cục đồng khả năng của biến cố A_1 là n và số kết cục thuận lợi là n-k, vậy $P(A_1) = \frac{n-k}{n}$

Lấy quả thứ 2 thì số kết cục đồng khả năng là n-1 và số kết cục thuận lợi là n-k-1 nên $P(A_2) = \frac{n-k-1}{n-1}$

Tương tự $P(A_3) = \frac{n-k-2}{n-2}$

…

$P(A_k) = \frac{n-k-k+1}{n-k+1}$

Xác suất để k quả bóng lấy ra chơi đều là mới bằng tích xác suất để quả thứ 1, thứ 2, thứ 3,… thứ k đều là quả mới.

Hay:

$P = P(A_1).P(A_2)\ldots P(A_k)$

$= \frac{n-k}{n} \cdot \frac{n-k-1}{n-1} \cdot \frac{n-k-2}{n-2} \ldots \frac{n-k-k+1}{n-k+1}$

$$= \frac{(n-k).(n-k-1)(n-k-2)\ldots(n-2k+1)}{n.(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}$$

Tử số bằng $\frac{(n-k)!}{(n-2k)!}$

Mẫu số bằng $\frac{n!}{(n-k)!}$

Vậy $P = [(n-k)!]^2 / [n!(n-2k)!]$

Bài 1.45:

a) Gọi A_i là biến cố lần i không thu được tín hiệu thì $P_i = 0{,}6$.

Biến cố nguồn không nhận được thông tin là tích của 3 biến cố độc lập A_1, A_2, A_3.

P(A) = 0,6 . 0,6 .0,6 = 0,216.

Biến cố đối của A là nguồn thu được thông tin có xác suất là:

$P_a = 1 - P(A) = 0{,}784$.

Vậy $P_a = 0{,}784$.

b) Nếu muốn xác suất thu được thông tin lên 0,9 thì biến cố nguồn không thu được tín hiệu phải có xác suất là 0,1.

Số lần phải phát là n sao cho 0,6n = 0,1 => n $=\log_{0,6} 0{,}1 = 4{,}5$.

Vậy phải phát ít nhất 5 lần.

Bài 1.46:

Gọi xác suất bắn trúng đích của người thứ nhất là a.

Theo bài ra ta có:

0,2.a + 0,8.(1-a) = 0,38

$\Rightarrow$ 0,6a = 0,42

$\Rightarrow$ a = 0,7

Vậy xác suất bắn trúng của người thứ nhất là **P = 0,7**.

Bài 1.47:

a. Do lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm trong 10 sản phẩm và có hoàn lại nên ta có 100 cách chọn 2 sản phẩm.

Gọi A là biến cố: "Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất là phế phẩm" $\Rightarrow$ P(A) = $\frac{C_2^1}{100} = 0,02$

Gọi B là biến cố: " Sản phầm lấy ra lần 2 là phế phẩm." $\Rightarrow$ P(B) = $\frac{C_2^1}{100} = 0,02$

$\Rightarrow$ Xác suất để 2 lần lấy ra đều được phế phẩm là P = 0,02 + 0,02 = 0,04

Vậy **P= 0,04**

b. Do lấy ra ngẫu nhiên 2 sản phẩm trong 10 sản phẩm và không hoàn lại nên ta có 10.9 = 90 cách chọn sản phẩm.

Gọi A là biến cố: " Cả 2 sản phẩm đều là phế phẩm." $\Rightarrow$ Ta có $C_2^1.C_1^1 = 2$ cách chọn phế phẩm.

$\Rightarrow$ P(A) = $\frac{2}{90} = 0,022$

Vậy xác suất để cả 2 sản phẩm lấy ra đều là phế phẩm là **P(A) = 0,022**

Bài 1.48:

Gọi A_1 là biến cố van 1 bị hỏng $\Rightarrow$ P_1 = 0,1.

A_2 là biến cố van 2 bị hỏng thì P_2= 0,2.

Biến cố nồi hơi hoạt động mất an toàn là tích của hai biến cố độc lập A_1 và A_2 nên P = 0,1.0,2 = 0,02

Biến cố nồi hơi hoạt động an toàn là P = 1 - 0,02 = 0,98.

Bài 1.49:

Gọi A là biến cố: " Bắn đến viên thứ 6 mới trúng đích."

A_1 là biến cố: "Viên thứ nhất bắn trúng đích."$\Rightarrow$ $P(A_1)$ = 0,2

A_2 là biến cố : "Viên thứ 2 bắn trúng đích."$\Rightarrow$ $P(A_2)$ = 0,2

.....

A_6 là biến cố : "Viên thứ 6 bắn trúng đích. "$\Rightarrow$ $P(A_6)$ = 0,2

Theo đầu bài ra, bắn liên tiếp vào một mục tiêu cho đến khi viên đạn đầu tiên trúng mục tiêu thì dừng. Do đó để bắn đến viên thứ 6 thì 5 viên đầu phải bắn trượt, viên thứ 6 bắn trúng mục tiêu. Mặt khác các lần bắn độc lập nhau nên các biến cố A_1, A_2,A_3,A_4,A_5,A_6 là các biến cố độc lập. Vậy xác suất bắn đến viên thứ 6 mới trúng đích là:

$P(A) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}) . P(\overline{A_3}).P(\overline{A_4}).P(\overline{A_5}).P(A_6)= 0,8^5.0,2=0,065536$

Bài 1.50:

Gọi A_1 là biến cố: "lần thử thứ nhất không mở được cửa kho"

A_2 là biến cố: "lần thử thứ hai không mở được cửa kho"

A_3 là biến cố: "lần thử thứ ba không mở được cửa kho"

A_4 là biến cố: "lần thử thứ tư mở được cửa kho"

A là biến cố: "mở được cửa kho ở lần thứ 4"

Theo đầu bài, thủ kho thử ngẫu nhiên từng chìa một, chiêc nào đã được thử thì không thử lại. Do đó A_1, A_2, A_3, A_4 là biến cố phụ thuộc.

Xét biến cố A_1, chùm chìa khóa có 9 chìa trong đó chỉ một chìa mở được, 8 chìa còn lại không mở được. Lần thử thứ nhất không mở được. Vậy biến cố A_1 có xác suất: $P(A_1)= 8/9$.

Xét biến cố A_2, sau khi thử lần một, còn 8 chiếc chìa khóa trong đó 1 chiếc mở được và 7 chiếc không mở được. Lần thử thứ hai không mở được. Vậy biến cố A_2 có xác suất: $P(A_2/A_1)=7/8$.

Tương tự, xét biến cố A_3, sau khi thử lần hai, còn 7 chiếc chìa khóa trong đó 1 chiếc mở được và 6 chiếc không mở được. Lần thử thứ ba không mở được. Vậy biến cố A_3 có xác suất: $P(A_3/A_1A_2)=6/7$.

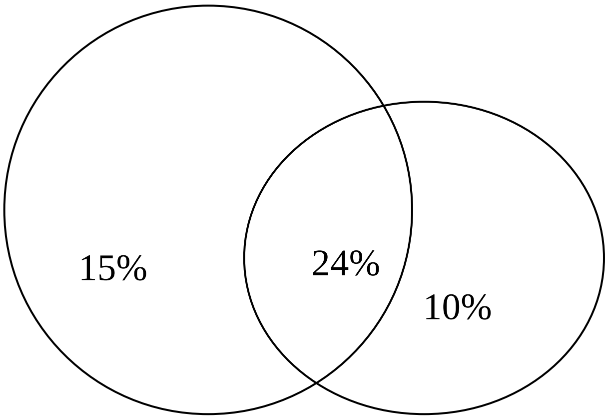
Xét biến cố A_4, sau khi thử lần ba, còn 6 chiếc chìa khóa trong đó 1 chiếc mở được và 5 chiếc không mở được. Lần thử thứ tư mở được. Vậy biến cố A_4 có xác suất: $P(A_4/A_1A_2A_3)=1/6$.

Vậy xác suất để mở được cửa kho ở lần thứ 4 là

$P(A)=P(A_1).P(A_2/A_1).P(A_3/A_1A_2).P(A_4/A_1A_2A_3)=8/9.7/8.6/7.1/6=1/9$

Kết luận xác suất để mở được cửa kho ở lần thứ 4 là 1/9.

Bài 1.51: bằng cách vẽ sơ đồ ven ra, ta có



hình

Vậy xác suất để chọn ngẫu nhiên 1 khách hàng biết thông tin về sản phẩm của công ty là : P=15%+10%+24%=49%

1.50.

Gọi A là biến cố "anh ta mở được khóa ở lần thứ 4"

Gọi A_i là biến cố "anh ta mở được khóa lần thứ i", i = $\overline{1,n}$

Vậy A = $\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}\ A_4$

Theo định lí nhân xác suất đối với 2 biến cố phụ thuộc ta có:

$P(A) = P(\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}\ A_4) = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}/\overline{A_1})P(\overline{A_3}/\overline{A_1}\ \overline{A_2})P(A_4/\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}) = \frac{8}{9}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{9}$

1.51.

Gọi A là biến cố "khách hàng nắm được thông tin qua vô tuyến truyền hình", B là biến cố "nắm được thông tin qua đài phát thanh". Gọi C là biến cố "chọn ngẫu nhiên 1 khách hàng thì người đó nắm được thông tin về sản phẩm của công ty)

Theo bài ra ta có: P(A) = 0.25; P(B) = 0.34; P(AB) = 0.1

⇨ P(C) = P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.25 + 0.34 - 0.1 = 0.49

1.53.

Gọi A là biến cố "mạch không có điện do bóng hỏng". gọi A_1 là biến cố "bóng đèn thứ nhất hỏng"; A_2 là biến cố "bóng đèn thứ 2 hỏng"

a. nếu 2 bóng đèn mắc nối tiếp: để mạch không có điện thì phải có ít nhất 1 bóng hỏng. khi đó $\overline{A}$ là biến cố "không có bóng đèn nào hỏng"

   ta có: $\overline{A} = \overline{A_1}\ .\ \overline{A_2} \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}\ .\ \overline{A_2}) = 0.8\ .\ 0.9 = 0.72$

⇨ $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 0.28$

b. nếu 2 bóng đèn mắc song song: để mạch không có điện thì cả 2 bóng đèn đều hỏng. khi đó ta có: A = $A_1 A_2$

⇨ $P(A) = P(A_1 A_2) = 0.1\ .\ 0.2 = 0.02$

1.54.

Gọi A_i là biến cố "lấy được chính phẩm từ lô i" thì $\overline{A_i}$ là biến cố "lấy được phế phẩm từ lô i", i = 1,2

a.gọi A là biến cố "lấy được 1 chính phẩm"

theo bài ra ta có $P(A_1) = \frac{9}{10}$; $P(A_2) = \frac{4}{5}$; $P(\overline{A_1}) = \frac{1}{10}$; $P(\overline{A_2}) = \frac{1}{5}$

vậy $P(A) = P(A_1)\,P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1})\,P(A_2) = \frac{9}{10}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\cdot\frac{4}{5} = 0.26$

c. gọi B là biến cố "lấy được ít nhất một chính phẩm" thì $\overline{B}$ là biến cố " không lấy được chính phẩm nào"

⇨ $P(\overline{B}) = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}) = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{5} = 0.02$

Vậy $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 0.98$

1.55.

Gọi A_i là biến cố lần thứ i lấy ra 3 sản phẩm mới để kiểm tra. ($i = \overline{1,3}$). Gọi A là biến cố sau 3 lần kiểm tra tất cả các sản phẩm đều được kiểm tra.

$A = A_1 A_2 A_3$

Vì các biến cố là phụ thuộc nên:

$$P(A) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1A_2) = 1\cdot\frac{5}{21}\cdot\frac{1}{84} = \frac{5}{1764}$$

1.56.

Gọi A_i là biến cố " viên đạn thứ i trúng đích", $i = \overline{1,n}$

Gọi A là biến cố "bắn n viên đạn có thể hi vọng rằng không có viên nào trượt"

Ta có: $P(A_1) = P(A_2) = \ldots = P(A_n) = 0.8$

⇨ $P(A) = P(A_1)P(A_2)\ldots P(A_n) = 0.8^n$

Theo giả thiết xác suất của biến cố A nhỏ hơn 0.4 nên ta có bất phương trình sau:

$$0.8^n < 0.4$$
$$\Rightarrow \lg(0.8^n) < \lg 0.4$$
$$\Rightarrow n.\lg 0.8 < \lg 0.4$$
$$\Rightarrow n > \frac{\lg 0.4}{\lg 0.8}$$
$$\Rightarrow n > 4.106$$

Vậy $n \geq 5$

1.57.

Gọi A_i là biến cố "tung lần thứ i được mặt 6 chấm", $i = \overline{1,n}$ và A là biến cố " trong n lần tung thì có ít nhất 1 lần được mặt 6 chấm".Vậy $A = \sum_{i=1}^{i=n} A_i$.

Các biến cố A_i là không xung khắc và độc lập toàn phần với nhau, do đó:

$$P(A) = 1 - \prod_{i=1}^{i=n} P(\overline{A_i})$$

Vì $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \ldots = P(A_n) = \frac{1}{6}$ (xác suất để mỗi lần tung được mặt 6 chấm) do đó:

$$P(\overline{A_1}) = P(\overline{A_2}) = \ldots = P(\overline{A_n}) = \frac{5}{6}$$

Nên ta có:

$P(A) = 1 - (\frac{5}{6})^n$

Theo giả thiết xác suất của biến cố A lớn hơn 0.5 do đó ta thu được bpt sau:

$1 - (\frac{5}{6})^n > 0.5$

$\Rightarrow (\frac{5}{6})^n < 0.5$

$\Rightarrow n > \dfrac{\lg 0.5}{\lg(\frac{5}{6})}$

$\Rightarrow n > 3.802$

1.58.

Coi việc bán hàng ở mỗi nơi của người đó là 1 phép thử thì ta có 10 phép thử độc lập. trong mỗi phép thử chỉ có 2 khả năng đối lập: hoặc bán được hàng, hoặc không bán được hàng. Xác suất bán được hàng mỗi nơi đều bằng 0.2. Vậy bài toán thỏa mãn lược đồ Bernoulli.

a. Theo công thức Bernoulli

$P_{10}(2) = C_{10}^2 . 0.2^2 . 0.8^8 = 0.302$

b. $P_{10}(1) + P_{10}(2) + \ldots + P_{10}(10) = 1 - P_{10}(0) = 1 - C_{10}^0 . 0.2^0 . 0.8^{10} = 0.8926$

1.59.

Coi việc sản xuất ra sản phẩm của máy là 1 phép thử thì ta có 12 phép thử độc lập. trong mỗi phép thử chỉ có 2 khả năng đối lập: hoặc sản xuất ra phế phẩm hoặc sản xuất ra chính phẩm. Xác suất để máy sản xuất ra phế phẩm là 0.05. Vậy bài toán thỏa mãn lược đồ Bernoulli.

a. Theo công thức Bernoulli ta có:

$P_{12}(2) = C_{12}^2 . 0.05^2 . 0.95^8 = 0.109$

b. Gọi A là biến cố "máy đó sản xuất ra có không quá 2 phế phẩm", ta có:

$P(A) = P_{12}(0) + P_{12}(1) + P_{12}(2) = C_{12}^0 . 0.05^0 . 0.95^{12} + C_{12}^1 . 0.05^1 . 0.95^{11} + C_{12}^2 . 0.05^2 . 0.95^{10} = 0.9804$

1.60.

Coi việc trả lời câu hỏi là 1 phép thử thì ta có 10 phép thử độc lập. Trong mỗi phép thử chỉ có 2 khả năng đối lập: hoặc trả lời đúng hoặc trả lời sai. Xác suất để trả lời đúng 1 câu hỏi là $\frac{1}{5}$ (vì mỗi câu có 5 cách trả lời, trong đó chỉ có 1 cách trả lời đúng). Vậy bài toán thỏa mãn lược đồ Bernoulli

Gọi A là biến cố "người đó thi đỗ", ta có:
$P(A) = P_{10}(8) + P_{10}(9) + P_{10}(10)$
$= C_{10}^{8} . (\frac{1}{5})^{8} . (\frac{4}{5})^{2} + C_{10}^{9} . (\frac{1}{5})^{9} . (\frac{4}{5})^{1} + C_{10}^{10} . (\frac{1}{5})^{10} . (\frac{4}{5})^{0} = 0.000078$

Bài 1. 61:
Gọi A là biến cố có chuông kêu khi cháy thì $\overline{A}$ là biến cố không có chuông nào kêu khi cháy.
Gọi H_i (i=$\overline{1,4}$) lần lượt là biến cố chuông thứ i không kêu khi có cháy
Ta có P(H_i)=1-0, 95=0, 05 (i=$\overline{1,4}$)
Ta có $\overline{A} = H_1 H_2 H_3 H_4$
Bốn biến cố này giông như 4 phép thử độc lập. Trong đó mỗi phép thử đều hoặc xảy ra biến cố chuông kêu, hoặc chuông không kêu. Xác suất mỗi lần chuông không kêu là 0, 05. Vậy nó thỏa mãn lược đồ Bernoulli. Xác suất để cả 4 chuông đều không kêu là
$P(\overline{A})=P(H_1 H_2 H_3 H_4)=C_4^4 \cdot 0,05^4 \cdot (1-0,05)^0 = 6,25.10^{-6}$
Vậy P(A)=1-P($\overline{A}$)=0, 999994

Bài 1. 62
Gọi A là biến cố sản phẩm lấy ra là tốt.
Gọi H1 là biến cố sản phẩm lấy ra là của máy I.
Gọi H2 là biến cố sản phẩm lấy ra là của máy II.
Biến cố A có thể xảy ra với 1 trong hai biến cố H1, H2 tạo thành 1 nhóm biến cố đầy đủ. Do đó theo công thức xác suất đầy đủ
P(A)=P(H1). P(A/H1)+P(H2). P(A/H2)=2/3. 0, 97+1/3. 0, 98=0, 9733

Bài 1. 63:
a. Gọi A là biến cố viên đạn trúng đích
Gọi H1 là biến cố xạ thủ được lấy là xạ thủ loại I thì P(H1)=$\frac{C_2^1}{C_{10}^1}$ =1/5
H2 là biến cố xạ thủ được lấy là xạ thủ loại II thì P(H2)=4/5
Ta có A xảy ra đồng thời với 2 biến cố I, II là 2 biến cố lập thành một nhóm biến cố đầy đủ nên theo công thức xác suất đầy đủ ta có:
P(A)= P(H1). P(A/H1)+P(H2). P(A/H2)=1/5. 0, 9+4/5. 0, 8=0, 82
b. Gọi G1 là biến cố người thứ nhất bắn trúng
G2 là biến cố người thứ 2 bắn trúng
B là biến cố cả 2 người bắn trúng
Ta có P(G1)=P(G2)=0, 82 theo câu a
Ta có B=G1. G2 mà 2 biến cố này độc lập nên P(B)=P(G1). P(G2)=0, 82. 0, 82=0, 6724

Bài 1. 64:

Gọi Hi là biến cố lấy dược lô i ($i=\overline{1,2}$)

P(H1)=P(H2)=1/2

Gọi A là biến cố lấy được chính phẩm:

P(A/H1)=1; P(A/H2)=4/5

Biến cố A xảy ra đồng thời với 2 biến cố H1, H2 lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ nên theo công thức xác suất đầy đủ:

P(A)=P(H1). P(A/H1)+P(H2). P(A/H2)=0, 9

Theo công thức Bayes

$P(H1/A)= \dfrac{P(H1).P(A/H1)}{P(H1)P(A/H1)+P(H2)P(A/H2)}$ =5/9

Tương tự P(H2/A)=4/9

Gọi B là biến cố "Sản phẩm lấy ra lần thứ 2 là chính phẩm"

B vẫn có thể xảy ra với một trong 2 biến cố H1, H2. Do đó theo công thức xác suất đầy đủ

P(B)=P(H1/A)P(B/H1A)+P(H2/A)P(B/H2A)=4/45

Bài 1. 65:

Gọi A là biến cố máy bay rơi.

Hi là biến cố bắn trúng i phát ($i=\overline{1,3}$)

Gi là biến cố bắn trúng phát thứ i($i=\overline{1,3}$)

Ta có $H1=G1.\overline{G2}.\overline{G3}+\overline{G1}.G2.\overline{G3}+\overline{G1}.\overline{G2}.G3$ nên P(H1)=0, 33

Tương tự, P(H2)=0, 41; P(H3)=0, 14

A xảy ra đồng thời với 3 biến cố H1, H2, H3 là 1 nhóm biến cố đầy đủ nên theo công thức xác suất đầy đủ ta có :

P(A)=P(H1). P(A/H1)+P(H2). P(A/H2)+P(H3). P(A/H3)=0, 36. 0, 2+0, 41. 0, 6+0, 14. 1=0, 458

Bài 1. 66

Gọi A là biến cố lấy ra được ít nhất 1 chính phẩm thì $\overline{A}$ là biến cố lấy được toàn phế phẩm.

Gọi H1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1

H2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra thuộc lô 2

H3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sp thuộc lô 1, 1 sp thuộc lô 2.

Ta có $P(H1)=\dfrac{C_2^2}{C_5^2}$ =1/10, $P(H2)=\dfrac{C_3^2}{C_5^2}$ =3/10, $P(H3)=\dfrac{C_2^1\cdot C_3^1}{C_5^2}$ =3/5

$\overline{A}$ xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ.

Ta có $P(\overline{A}/H1)=\dfrac{C_3^2}{C_{10}^2}$ =3/45, $P(\overline{A}/H2)=\dfrac{C_2^2}{C_{10}^2}$ =1/45, $P(\overline{A}/H3)=\dfrac{C_3^1}{10}.\dfrac{C_2^1}{10}$ =0, 6

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có

$P(\overline{A})$=P(H1). $P(\overline{A}/H1)$+P(H2). $P(\overline{A}/H2$+P(H3). $P(\overline{A}/H3)$= 37/750

Vậy P(A)=1-P($\overline{A}$)=1-37/750$\approx$ 0, 951

Bài 1. 67:

Gọi A là biến cố lấy được chính phẩm.
H1 là biến cố thành phần của lô thứ nhất không thay đổi
H2 là biến cố ở lô thứ nhất một phế phẩm được thay thế bằng một chính phẩm.
H3 là biến cố ở lô thứ nhất một chính phẩm được thay thế bằng một phế phẩm.
Ta có :
Với H1, do thành phần của lô 1 không đổi tức là từ lô thứ nhất bỏ sang lô thứ 2 là sản phẩm như thế nào thì sản phẩm bỏ trở lại sẽ như thế.

Do đó P(H1)=$\dfrac{C_a^1 \cdot C_{c+1}^1 + C_b^1 \cdot C_{d+1}^1}{C_{a+b}^1 \cdot C_{c+d+1}^1}$

Với H2, ta có ở lô 1 lúc đầu b phế phẩm, chuyển 1 phế phẩm sang lô 2 thì lô 2 có c+d+1 sản phẩm, sau đó từ lô 2 lại chuyển 1 chính phẩm sang lô 1

P(H2)=$\dfrac{C_b^1 \cdot C_c^1}{C_{a+b}^1 \cdot C_{c+d+1}^1}$

Với H3, ta có lúc đầu ở lô 1 có a chính phẩm, chuyển sang lô 2 một phế phẩm thì lô 2 có c+d+1 sản phẩm, sau đó từ lô 2 lại chuyển sang lô 1 một phế phẩm

P(H3)=$\dfrac{C_a^1 \cdot C_d^1}{C_{a+b}^1 \cdot C_{c+d+1}^1}$

Ta có: P(A/H1)=$\dfrac{a}{a+b}$; P(A/H2)=$\dfrac{a+1}{a+b}$; P(A/H3)=$\dfrac{a-1}{a+b}$

Biến cố A xảy ra đồng thời với 3 biến cố H1, H2, H3 là một nhóm biến cố đầy đủ. Theo công thức xác suất đy đủ ta có:
P(A)=P(H1). P(A/H1)+P(H2). P(A/H2)+P(H3).

P(A/H3)=$\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{bc-ad}{(a+b)^2(c+d+1)}$

Bài 1. 68:

a. Gọi A là biến cố tìm được một người viêm họng
H1 là biến cố tìm được người nghiện thuốc
H2 là biến cố tìm được người không nghiện thuốc
 Biến cố A xảy ra đồng thời với 2 biến cố H1, H2 là 1 nhóm biến cố đầy đủ nên theo công thức xác suất đầy đủ ta có:
P(A)=P(H1). P(A/H1)+P(H2). P(A/H2)=0, 3. 0, 6+0, 7. 0, 4=0, 46
Khi đó theo công thức Bayes:

P(H1/A)=$\frac{P(H1).P(A/H1)}{P(A)}$=0, 3913

b. Gọi B là biến cố tìm được người không bị viêm họng thì P(B)=1-P(A)=1-0, 46=0, 54
B vẫn xảy ra với 2 biến cố H1, H2 nên theo công thức Bayes ta có:
P(H2/B)=$\frac{P(H1).P(B/H1)}{P(B)}$=0, 222

Bài 1. 69

Gọi A là biến cố có 2 bộ phận hỏng
H1 là biến cố chỉ có bộ phận 1 và 2 bị hỏng
H2 là biến cố chỉ có bộ phận 1 và 3 bị hỏng
H3 là biến cố chỉ có bộ phận 2 và 3 bị hỏng
Gi (i=$\overline{1,3}$) là biến cố bộ phận thứ i bị hỏng
Ta có H1=G1. G2. $\overline{G3}$ nên P(H1)=0, 056
Tương tự P(H2)=0, 036; P(H3)=0, 096
Ta có A=H1+H2+H3 mà 3 biến cố này xung khắc từng đôi một nên
P(A)=P(H1)+P(H2)+P(H3)=0, 188
Vậy xác suất để 2 bộ phận hỏng đó là 1 và 2 là $\frac{P(H1)}{P(A)}$=0, 298

Bài 1. 70

Gọi G là biến cố tìm được bệnh nhân là kĩ sư
H1 là biến cố bệnh nhân ở tỉnh A.
H2 là biến cố bệnh nhân ở tỉnh B
H3 là biến cố bệnh nhân ở tỉnh C
Ta có G xảy ra đồng thời với 3 biến cố H1, H2, H3 là 1 nhóm biến cố đầy đủ.
Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:
P(G)= P(H1). P(G/H1)+P(H2). P(G/H2)+P(H3). P(G/H3)
=0, 25. 0, 02+0, 35. 0, 03+0, 4. 0, 035=0, 0295

1.71,

A= "chỉ câu được một con cá trong 3 lần câu"
H_i= "người này ngồi ở chỗ thứ i", i = 1,2,3
A có thể xảy ra đồng thời với 1 trong 3 biến cố và tạo nên một nhóm các biến cố đầy đủ. Theo công thức Bayes ta có:

$$P(H_1/A) = \frac{P(H_1).P(A/H_1)}{\sum_{i=1}^{3} P(H_i).P(A/H_i)}$$

Trong đó:
$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = 1/3$
$P(A/H_1) = 0{,}6.0{,}4^2 = 0{,}096$

$P(A/H_2) = 0,7.0,3^2 = 0,063$
$P(A/H_3) = 0,8.0,2^2 = 0,032$

Do đó, ta có:

$$P(H_1/A) = \frac{0,096}{0,096 + 0,063 + 0,032} = \frac{96}{191} \approx 0,5026$$

<u>Đáp án:</u> 0,5026

<u>1.72,</u>

Xác suất của biến cố A là 0,7. Điều đó có nghĩa là tỉ số giữa kết cục thuận lợi cho A và tổng số các kết cục duy nhất đồng khả năng có thể xảy ra khi thực hiện phép thử đó là 0,7

<u>1.73,</u>

A = "có một hộp nào đó có 1 phế phẩm"

Giả sử 3 hộp này phân biệt với nhau

Số kết cục duy nhất đồng khả năng có thể xảy ra khi xếp 30 sản phẩm vào 3 chiếc hộp sao cho mỗi hộp có 10 sản phẩm là: $C_{30}^{10}.C_{20}^{10}.C_{10}^{10}$

Xét biến cố $\overline{A}$ = "cả 3 phế phẩm đều nằm trong một hộp"

+ Nếu cả 3 phế phẩm đều nằm trong hộp 1.

Số kết cục thuận lợi là $C_{27}^{7}.C_{20}^{10}.C_{10}^{10}$

+ Với trường hợp cả 3 phế phẩm cùng nằm trong hộp 2, hoặc 3 đều ó chung một kết quả như trên

Vậy, số kết cục thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là: $3.C_{27}^{7}.C_{20}^{10}.C_{10}^{10}$

Do đó,

$$P(\overline{A}) = \frac{3.C_{27}^{7}}{C_{30}^{10}}$$

Suy ra,

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{3.C_{27}^{7}}{C_{30}^{10}} \approx 0,91133$$

1.74,

a, A= "Mỗi người khách xỏ đúng đôi giày của mình"

Số kết cục thuận lợi đồng khả năng là : $(N!)^2$

(Do có N đôi giày, và số cách đi N đôi giày ấy cho chân trái hay chân phải của N người là N!)

Số kết cục thuận lợi là: 1

Do đó:

$$P(A) = \frac{1}{(N!)^2}$$

b, B= "Mỗi người khách xỏ đúng hai chiếc giày của một đôi giày nào đó"

Số kết cục thuận lợi đồng khả năng là : $(N!)^2$

Số kết cục thuận lợi là N!

Do đó:

$$P(B) = \frac{N!}{(N!)^2} = \frac{1}{N!}$$

1.75,

A= " Sản phẩm sản xuất ra là chính phẩm"

B= " Sản phẩm sản xuất ra là phế phẩm"

H_1= "Sản phẩm được thiết bị kết luận là chính phẩm"

H_2= "Sản phẩm được thiết bị kết luận là phế phẩm"

Ta có:

$P(A) = 0{,}95$

$P(B) = 0{,}05$

$P(H_1/A) = 0{,}04$

$P(H_2/B) = 0{,}01$

a, X = "Sản phẩm được kết luận là chính phẩm nhưng thực ra là phế phẩm"

Ta có: $X = BH_1$

$P(X) = P(B).\ P(H_1/B) = 0{,}05.0{,}01 =$ **0,0005**

Vậy: Tỉ lệ sản phẩm bị kết luận là chính phẩm nhưng thực tế là phế phẩm là **0,05%**

b, Y= "Sản phẩm được kết luận là phế phẩm nhưng thực ra là chính phẩm"

Ta có: $Y = AH_2$

$P(Y) = P(A).P(H_2/A) = 0{,}95.0{,}04 =$ **0,038**

Vậy: Tỉ lệ sản phẩm được kết luận là phế phẩm nhưng thực ra là chính phẩm là **3,8%**

c, Tỉ lệ sản phẩm bị thiết bị kiểm tra đó kết luận nhầm là: **3,85%**

1.76,

a, A= "Lấy được nam sinh viên"

$$P(A) = \frac{400 + 800}{2000} = 0,6$$

b, B= "Lấy được sinh viên học kinh tế"

$$P(B) = \frac{400 + 500}{2000} = 0,45$$

c, C= "Lấy được hoặc nam sinh viên, hoặc học kinh tế"

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A).P(B/A) = 0,6 + 0,45 - 0,6.\frac{400}{400 + 800} = 0,85$$

d, D= "Lấy được nam sinh viên và học kinh tế"

D = AB

$$P(D) = P(AB) = P(A).P(B/A) = 0,6.\frac{400}{400 + 800} = 0,2$$

e, E= "Lấy được là sinh viên kinh tế khi người đó là nam sinh viên"

$$P(E) = P(B/A) = \frac{400}{400 + 800} = \frac{1}{3}$$

1.77,

a, Trước khi mở kiện hàng, xác suất để kiện hàng đó là của xí nghiệp là:

$$P(A) = \frac{60}{100} = 0.6$$

b, X= "Sản phẩm lấy ra là phế phẩm"

H_1 = "Sản phẩm của xí nghiệp A"

H_2 = "Sản phẩm của xí nghiệp B"

Ta có:

$$P(H_1/X) = \frac{P(X/H_1).P(H_1)}{P(X/H_1).P(H_1) + P(X/H_2).P(H_2)}$$

Trong đó:

$P(H_1) = 0,6$; $P(H_2) = 0,4$

$P(X/H_1) = 0,3$; $P(X/H_2) = 0,1$

Do đó:

$$P(H_1/X) = \frac{0,6.0,3}{0,6.0,3 + 0,4.0,1} = \frac{9}{11} \approx 0,81$$

c, Y = "Cả 2 sản phẩm đều ra phế phẩm"

$$P(H_1/Y) = \frac{P(Y/H_1).P(H_1)}{P(Y/H_1).P(H_1) + P(Y/H_2).P(H_2)}$$

Giả sử: Lô hàng kiểm tra có 10N sản phẩm

$$P(Y/H_1) = \frac{C_{3N}^2}{C_{10N}^2};\ P(Y/H_2) = \frac{C_N^2}{C_{10N}^2}$$

Do đó:

$$P(H_1/Y) = \frac{C_{3N}^2}{C_{3N}^2 + C_N^2}$$

<u>1.78,</u>

X= "vợ thường xem chương trình thể thao"
Y= "chồng thường xem chương trình thể thao"
P(X) = 0,3; P(Y) = 0,5; P(Y/X) = 0,6

a,

A = "Cả hai cùng xem chương trình thể thao"
A = XY
P(A) = P(X).P(Y/X) = 0,3.0,6 = 0,18

b,

B = "Có ít nhất một người thường xem"
B = X + Y
P(B) = P(X+Y) = P(X) + P(Y) – P(XY) = 0,3 + 0,5 – 0,18 = 0,62

c,

C = "Không có ai thường xem"
P(C) = 1-P(B) = 0,38

d,

D = "Nếu chồng xem thì vợ xem cùng"

$$P(D) = P(X/Y) = \frac{P(Y/X).P(X)}{P(Y)} = \frac{0,6.0,3}{0,5} = 0,36$$

e,

E = "Nếu chồng không xem thì vợ vẫn xem"

$$P(E) = P(X/\overline{Y}) = \frac{P(\overline{Y}/X).P(X)}{P(\overline{Y})} = \frac{\left[1 - P(Y/X)\right].P(X)}{1 - P(Y)} = \frac{(1-0,6).0,3}{1-0,5} = 0,24$$

<u>1.79,</u>

H_i = " Bán được hàng ở lần thứ i"
Ta có:
$P(H_1) = 0,8$
$P(H_2/H_1) = 0,9$; $P(H_3/H_2) = 0,9$

$$P(H_2/\overline{H}_1) = 0,4;\quad P(H_3/\overline{H}_2) = 0,4$$

a, A= "Cả 3 lần đều bán được hàng"
$P(A) = P(H_1.H_2.H_3) = P(H_1).P(H_2/H_1).P(H_3/H_2.H_1) =$
$= 0,8.0,9.0,9 = 0,648$

b, B = "Có đúng 2 lần bán được hàng"

$$P(B) = P(\overline{H}_1 H_2 H_3 + H_1 \overline{H}_2 H_3 + H_1 H_2 \overline{H}_3)$$
$$= P(\overline{H}_1).P(H_2/\overline{H}_1).P(H_3/H_2\overline{H}_1) + P(H_1).P(\overline{H}_2/H_1).P(H_3/\overline{H}_2 H_1) + P(H_1).P(H_2/H_1).P(\overline{H}_3/H_2 H_1)$$
$$= 0,2.0,4.0,9 + 0,8.0,1.0,4 + 0,8.0,9.0,1 = 0,176$$

1.80,

E_1 = "Cặp sinh đôi đồng trứng"
E_2 = "Cặp sinh đôi khác trứng"
$P(E_1) = P$; $P(E_2) = 1 - P$
A = "Cặp sinh đôi có cùng giới tính"

$$P(E_1/A) = \frac{P(A/E_1).P(E_1)}{P(A/E_1).P(E_1) + P(A/E_2).P(E_2)} = \frac{1.P}{1.P + \frac{1}{2}.(1-P)} = \frac{2P}{P+1}$$

Vậy: Nếu cặp trẻ sinh đôi có cùng giới tính thì xác suất để chúng là cặp sinh đôi cùng giới tính là:

$$\frac{2P}{P+1}$$

1.81.

$\Omega = C_9^3 C_6^3 C_3^3$

a. Gọi A = "Một phần gồm 3 cầu đỏ"

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{1}{C_9^3 C_6^3 C_3^3} = \dfrac{1}{1680}$

b. Gọi B = "Mỗi phần có 1 cầu đỏ"

Như vậy 2 cầu còn lại ở mỗi phần là cầu xanh

$\Rightarrow P(B) = \dfrac{C_3^1 C_6^2 + C_3^2 C_4^2 + C_3^1 C_2^2}{C_9^3 C_6^3 C_3^3} = \dfrac{58}{1680}$

1.82.

a.

A= "Hệ thống phun nước bị hỏng"$\Rightarrow P(A) = 0{,}1$

B= "Hệ thống báo động bị hỏng"$\Rightarrow P(B) = 0{,}2$

C= "Có ít nhất 1 hệ thống hoạt động bình thường"

$\overline{C} = AB$

$\Rightarrow P(\overline{C}) = P(AB) = 0{,}04$

$\Rightarrow P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 0{,}96$

b.

D= "Cả 2 hệ thống hoạt động bình thường"

$\overline{D} = A + B$, A,B không xung khắc $\Rightarrow P(\overline{D}) = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0{,}26$

$\Rightarrow P(D) = 1 - 0{,}26 = 0{,}74$

1.83.

H= "Chai rượu lấy ra thuộc loại A"

A= "3 người kết luận chai rượu thuộc loại A"

B= "1 người kết luận chai rượu thuộc loại B"

$\Rightarrow P(A/H) = C_4^3.0{,}8^3.0{,}2 = 0{,}4096$

$P(B/H) = C_4^1.0{,}2.0{,}8^3 = 0{,}4096$

$P(A/\overline{H}) = C_4^3.0{,}2^3.0{,}8 = 0{,}0256$

$P(B/\overline{H}) = C_4^1.0{,}8.0{,}2^3 = 0.0256$

$$P(H/AB) = \frac{P(H)P(AB/H)}{P(H)P(AB/H) + P(\overline{H})P(AB/\overline{H})} = \frac{\frac{1}{2}(0{,}4096)^2}{\frac{1}{2}(0{,}4096)^2 + \frac{1}{2}(0{,}0256)^2} = 0{,}996$$

1.84.

a.

A= "2 mẫu hàng cùng loại"

A_1= "2 mẫu hàng loại A"

A_2= "2 mẫu hàng loại B"

$P(A_1) = \frac{6}{10} \cdot \frac{3}{10} = 0{,}18$

$P(A_2) = \frac{4}{10} \cdot \frac{7}{10} = 0{,}28$

$A = A_1 + A_2, A_1, A_2$

A_1, A_2 xung khắc

$\Rightarrow P(A) = P(A)_1 + P(A_2) = 0{,}18 + 0{,}28 = 0{,}46$

b.

1. H1= “Mẫu lấy ra ở hộp 1”

H2= “Mẫu lấy ra ở hộp 2”

B= “Mẫu lấy ra thuộc loại B”

P(H1)=0,45

P(H2)=0,55

P(B)=P(H1)P(B/H1)+P(H2)P(B/H2)=0,45.0,4+0,55.0,7=0,565

2. C= “Mẫu lấy ra thuộc loại A”

$\Rightarrow P(H1/A) = \frac{P(H1)P(A/H1)}{P(H1)P(A/H1) + P(H2)P(A/H2)} = \frac{0{,}45 .0{,}6}{0{,}435} = 0{,}62$

$P(H2/A) = \frac{P(H2)P(A/H2)}{P(H2)P(A/H2) + P(H1)P(A/H1)} = \frac{0{,}55 .03}{0{,}435} = 0{,}38$

Vậy mẫu đó nhiều khả năng thuộc H1 hơn

1.85.

H_1= “Chiếc 1 lấy được là của đôi không chiếc nào hỏng”

H_2= “Chiếc 1 lấy được là của đôi có một chiếc hỏng”

H_3= “Chiếc một lấy được là của đôi có hai chiếc hỏng”

$\Rightarrow$ P(H1)=.9, P(H2)=0.08,P(H3)=0.02

A= “Chiếc một lấy ra bị hỏng”

B= “Chiếc hai lấy ra bị hỏng”

P(A)=P(H1)P(A/H1)+P(H2)(A/H2)+P(H3)P(A/H3)=0,9.0+0,08.0,5+0,02.1=0,06

P(B)=P(H3/A)=$\frac{P(H3)P(A/H3)}{P(A)} = \frac{0{,}02}{0{,}06} = \frac{1}{3}$

Bài 1.86:

a. Gọi X là biến cố rút phải đĩa bị lỗi

biến cố X có thể xảy ra với 1 trong 2 giả thuyết :

H_1 đĩa rút ra của cửa hàng A

H_2 đĩa rút ra của cửa hàng B

P(X)=P(H_1).P(X/H_1)+ P(H_2).P(X/H_2)=0,6.0,1+0,4.0,2=0.14

b.P(H_1/X)=P(H_1).P(X/H_1)/P(X)=0,4.0,2/0,14=0,571

Bài 1.87:

a. Gọi A là biến cố 2 sản phẩm lấy ra đều xấu

Ā là biến cố 2 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 sản phẩm tốt

B là biến cố sản phẩm 1 lấy ra là xấu

Biến cố B có thể xảy ra với 1 trong 2 giả thuyết:

H_1: sản phẩm đó là của máy 1
H_2: sản phẩm đó là của máy 2
$P(B)=P(H_1).P(B/H_1)+ P(H_2).P(B/H_2)=0{,}01.0{,}4+0{,}02.0{,}6=0{,}016$
$P(H_1/B)=P(H_1).P(B/H_1)/P(B)=o{,}01.0{,}4/0.016=0{,}25$
$P(H_2/B)=P(H_2).P(B/H_2)/P(B)=0{,}75$
$P(A)=P(H_1/B).P(A/H_1B)+ P(H_2/B).P(A/H_2B)=0{,}25.0{,}01+0{,}75.0{,}02=0{,}0175$
$P(\bar{A})=1-P(A)=$**0,9825**
b.$P(B\square)=1-P(B)=0{,}984$
$P(H_1/B\square)=P(H_1).P(B\square/H_1)/ P(B\square)=0{,}4.0{,}99/0{,}984=0{,}402$
$P(H_2/ B\square)= P(H_2).P(B\square/H_2)/ P(B\square)=0{,}598$
Gọi C là biến cố sản phẩm thứ 2 là tốt
$P(C)= P(H_1/B\square).P(C/ H_1B\square)+ P(H_2/B\square).P(C/$
$H_2B\square)=0{,}402.0{,}99+0{,}598.0{,}98=0{,}98402$
$P(H_1 B\square/C)= P(H_1/B\square).P(C/ H_1B\square)/P(C)=0{,}404$
$P(H_2B\square/C)= P(H_2B\square).P(C/ H_2 B\square)/P(C)=0{,}596$
Gọi D là biến cố sản phẩm thứ 3 là sản phẩm tốt
$P(D)= P(H_1 B\square/C).P(D/ H_1 B\square C)+ P(H_2B\square/C).P(D/ H_2B\square C)$
$=0{,}404.0{,}99+0{,}596.0{,}98=0{,}98404$
$P(H_1 B\square C/D)= P(H_1 B\square/C).P(D/ H_1 B\square C)/P(D)=0{,}406$
$P(H_2 B\square C/D)= P(H_2 B\square/C).P(D/ H_2 B\square C)/P(D)=0{,}594$
Gọi E là biến cố sản phẩm thứ 4 cũng là sản phẩm tốt
$P(E)= P(H_1 B\square C/D).P(E/ H_1 B\square CD) + P(H_2 B\square C/D).P(E/ H_2 B\square CD)$
$=0{,}406.0{,}99+0{,}594.0{,}98=$ **0,98406**

<u>Bài 1.88:</u>
Gọi A là biến cố anh ta về nhà sau 6 giờ
Biến cố A có thể xảy ra với 1 trong 2 giả thuyết:
H_1 : đi theo đường ngầm
H_2 : đi qua cầu
$P(A)=P(H_1).P(A/H_1)+P(H_2).P(A/H_2)=1/3.0{,}25+2/3.0{,}3=17/60$
$P(H_2/A)=P(H_2).P(A/H_2)/P(A)=0.706$

<u>Bài 89:</u>
Gọi A là biến cố trong 8 sp đầu tiên có 2 phế phẩm
H_i (i=1,2,3) là biến cố 8sp đó do người thứ I làm ra
$P(H_i)=1/3$
$P(A/H_1)= P(A/H_2)= C^6{}_8.0{,}9^6.0{,}1^2$
$P(A/H_3)= C^6{}_8.0{,}8^6.0{,}2^2$
$P(A)=P(H_1).P(A/H_1)+ P(H_2).P(A/H_2)+ P(H_3).P(A/H_3)=0{,}2$
$P(H_1/A)= P(H_1).P(A/H_1)/P(A)= 0{,}25$
$P(H_2/A)= P(H_2).P(A/H_2)/P(A)=0{,}25$
$P(H_3/A)= P(H_3).P(A/H_3)/P(A)=0{,}5$
Gọi B là biến cố trong 8 sp sau có 6 chính phẩm
$P(B)= P(H_1/A).P(B/ H_1A)+ P(H_2/A).P(B/ H_2A)+ P(H_3/A).P(B/ H_3A)=0{,}23$

Bài 90:

Gọi A là biến cố lấy được 3 chính phẩm và 1 phế phẩm

B là biến cố lấy được 2 phế phẩm và một chính phẩm

H_i là biến cố trong 8 sp có i chính phẩm

$P(A)= P(H_3).P(A/H_3) + P(H_4).P(A/H_4)+ P(H_5).P(A/H_5)+ P(H_6).P(A/H_6)+ P(H_7).P(A/H_7)$

$=1/9.(1.5/C^4_8+ C^3_4.4/C^4_8+ C^3_5.3/ C^4_8 + C^3_6.2/ C^4_8+ C^3_7.1/ C^4_8)$

$=0,2$

B xảy ra khi i=4,5

$P(H_4/A)= P(H_4).P(A/H_4)/P(A)=0,127$

$P(H_5/A)= P(H_5).P(A/H_5)/P(A)=0.238$

$P(B)= P(H_4/A).P(B/ H_4A)+ P(H_5/A).P(B/ H_5A)$

$=0,127.C^2_3/C^3_4 + 0,238.C^1_2/ C^3_4=0,214$

1.91

Gọi A là biến cố "lấy được sản phẩm tốt"

Hi là biến cố "lúc ban đầu hộp có i sản phẩm tốt" $i = \overline{0,n}$

$$P(Hi) = \frac{i}{n}$$

$$P(A \setminus Hi) = \frac{i+1}{n+1}$$

Vì bỏ vào hộp có n sản phẩm 1 sản phẩm rồi sau đó lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm nên áp dụng công thức xác suất đầy đủ, ta có:

$$P(A) = \sum_{i=0}^{n} P(Hi)P(A \setminus Hi)$$

Ta được $P(A) = \dfrac{n+2}{2(n+1)}$

Đáp số: $\dfrac{n+2}{2(n+1)}$

Bài **1.92**

Gọi A là biến cố k sản phẩm lấy ra đều là chính phẩm.

H_i lần lượt là biến cố trong hộp đó có i chính phẩm, với i=1,2,…6.

Theo công thức Bayes thì:

$$P(H_i/A) = \frac{P(H_i).P(A/H_i)}{P(A)}$$

Vì ta lấy ngẫu nhiên lần lượt k sản phẩm theo phương thức có hoàn lại nên tổng số kết cục đồng khả năng xảy ra đúng bằng số chỉnh hợp lặp chập k của n, tức là bằng n^k.

Mặt khác, nếu hộp đó chứa i chính phẩm, thì có C_n^i cách xảy ra (có C_n^i cách chọn i sản phẩm trong n sản phẩm), với mỗi cách như thế, số cách để lấy được k chính phẩm trong số i chính phẩm theo phương thức có hoàn lại là i^k.

Vậy $P(H_i).P(A/H_i) = \dfrac{C_n^i.i^k}{n^k}$

$P(H_n/A) = \dfrac{C_n^n.n^k}{n^k} = 1.$

$P(A) = P(H_1).P(A/H_1) + P(H_2).P(A/H_2) + \ldots + P(H_n).P(A/H_n)$

$$= \frac{C_n^1.1^k}{n^k} + \frac{C_n^2.2^k}{n^k} + \ldots + \frac{C_n^n.n^k}{n^k}$$

$$=\left(n + \frac{n(n-1)}{2!}2^k + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}3^k + \ldots + n^k\right) / n^k$$

Vậy, $P(H_n/A) = \dfrac{n^k}{n+\dfrac{n(n-1)}{2!}2^k+\dfrac{n(n-1)(n-2)}{3!}3^k+\ldots+n^k}$

Bài **1.93**

Gọi T là biến cố " A thắng trung cuộc trong 2 ván dễ hơn thắng trung cuộc trong 4 ván"

* Gọi C là biến cố " A thắng B chung cuộc trong 2 ván"

$\Rightarrow P(C) = 1 - \overline{P}(C)$

$\overline{P}(C)$ là xác suất xảy ra biến cố "A thua B chung cuộc trong 2 ván"

Gọi D là biến cố "A thua B một ván"

$\Rightarrow P(D) = 1 - P$

Muốn A thua B chung cuộc trong 2 ván thì A phải thua cả 2 ván nên

$\overline{P}(C) = (1 - P)^2$

$\Rightarrow P(C) = 1 - \overline{P}(C) = 1 - (1 - P)^2 = 2P - P^2$

* Gọi E là biến cố " A thắng B chung cuộc trong 4 ván"

$P(E) = 1 - \overline{P}(E)$

$\overline{P}(E)$ là xác suất xảy ra biến cố " A thua B chung cuộc 4 ván"

+ TH1 gọi F là biến cố " A thua B 4 ván"

$\Rightarrow P(F) = (1 - P)^4$

+ TH2: Gọi G là biến cố " A thua B 3 ván"

$\Rightarrow P(G) = 4P(1 - P)^3$

Ta có: $\overline{P}(E) = P(F) + P(G) = (1 - P)^4 + 4P(1 - P)^3$

$\Rightarrow P(E) = 1 - (1 - P)^4 - (1 - P)^3.4P = 6P^2 - 8P^3 + 3P^4$

Vậy P(T) phải thỏa mãn $2P - P^2 \geq 6P^2 - 8P^3 + 3P^4$

$\Leftrightarrow P(T) \leq \frac{2}{3}$

Đáp số $P(T) \leq \frac{2}{3}$

Bài **1.94**

Gọi A là biến cố sản phẩm thứ nhất là phế phẩm

B là biến cố sản phẩm thứ 2 là phế phẩm.

VẬy biến cố trong 2 sản phẩm mua có 1 sản phẩm phế phẩm là biến cố tổng

$A.\overline{B} + \overline{A}.B$

Đây là 2 nhóm biến cố xung khắc nên xác suất tổng bằng tổng các xác suất

Gọi H_1, H_2 là biến cố sản phẩm mua thuộc day chuyền số 1, số 2.

- Ta tính $P(A.\overline{B})$trước.

$P(H_1) = P(H_2) = 0,5$

$P(A) = 0,5.0,2 + 0,5.0,03 = 0,025$

Sau khi A đã xảy ra thì các xác suất của H_1, H_2 thay đổi theo công thức Bayes như sau:

$$P(H_1/A) = \frac{0,5.0,02}{0,025} = \frac{2}{5}$$

$$P(H_2/A) = \frac{0,5.0,03}{0,025} = \frac{3}{5}$$

$$P(\overline{B}/A) = \frac{2}{5}.0,98 + \frac{3}{5}.0,97 = 0,974$$

Vậy $P(A, \overline{B}) = 0,025.0,0974 = 0,02435$.

- Tính $P(\overline{A}, B)$

Tương tự, $P(\overline{A}) = 0,5.0,98 + 0,5.0,97 = 0,975$

$$P(H_1/\overline{A}) = \frac{0,5.0,98}{0,975} = \frac{98}{195}$$

$$P(H_2/\overline{A}) = \frac{0,5.0,97}{0,975} = \frac{97}{195}$$

$$P(B/\overline{A}) = 0,02.\frac{98}{195} + 0,03.\frac{97}{195} = \frac{487}{19500}$$

Vậy $P(\overline{A}, B) = 0,975.\frac{487}{19500} = 0,02435$

Vậy P = 0,02435 + 0,02435 =0,0487

Bài **1.95**

a) số lần ném trúng của người thứ nhất cao hơn người thứ 2 thì các tỉ số có thể xảy ra là 2-0, 1-0, 2-1.,

Các biến cố trên xung khắc từng đôi.

Xác suất để xảy ra tỉ số 2-0 là: 0,6.0,6.0,3.0,3 =0,0324

Xác suất để xảy ra tỉ số 2-1 là: 0,6.0,6.0,7.0,3 .2 =0,1512

Xác suất để xảy ra tỉ số 1-0 là: 0,6.0,4.0,3.0,3 .2 =0,0432

Vậy P_a = 0,0324 + 0,1512 + 0,0432 = 0,2268

b) để số lần ném trúng của 2 người là bằng nhau thì có thể xảy ra cá tỉ số sau: 0-0, 1-1, 2-2

tương tự ta có

P_b = 0,4.0,4.0,3.0,3 +2.0,4.0,6.2,0,3.0,7 + 0,6.0,6.0,7.0,7 = 0,3924

Bài 1.96

giả sử lần rút thứ i người 1 rút được quả trắng.

lần 1: P= a/(a+b)

lần 2: P= b/(a+b). b/(a+b). a/(a+b) = [b/(a+b)]^2 .a/(a+b)

lần 3: P= [b/(a+b)^4 . a/(a+b)

p là xác xuất để người thứ nhất rút được quả trắng trước

P= a/(a+b) + [b/(a+b)] ^2 . a/(a+b) + [b/(a+b)] ^4 . a/(a+b) +............

P= a/(a+b) . { [1 + [b/(a+b)]^2 + [b /(a+b)]^4...........}

đặt [b/(a+b)]^2 = X

ta có ([1 + [b/(a+b)]^2 + [b /(a+b)]^4...........})

= 1 + X + X^2 + X^3 +............. = 1/(1-X)

(dãy cấp số nhân lùi vô hạn: co so la X < 1) =

P= a/(a+b) . 1/ (1 - X) = (a+b) / (a+2b)

1.95
Co cac truong hop xay ra la:
Goi x la so lan nem trung ro cua nguoi 1, y la so lan nem trung ro cua nguoi 2.

a. co cac truong hop thoa man la:

(2,1);(2,0);(1,0)(cac truong hop nay la xung khac), xac suat nem trung cua nguoi 1 va nguoi 2 la hoan toan doc lap.
Theo becnuli va quy tac nhan:
P(a)=C_2^2 (0.6)^2*$C_2^1$0.7*0.3+$C_2^1$0.6*0.4*0,3^2+0,6^2*0,3^2=0,2268
b. tuong tu co cac cap thoa man la`
(2,2),(1,1),(0,0)
P(B)=0,6^2.0,7^2+C_2^1.0,6.0,4. C_2^1.0,7.0,3+0,4^2.0,3^2=0,3924

1.97
Xac suat de m nguoi ngoi dung cho:
P(A)=1/m!
Xax suat de m nguoi ngoi sai cho:
P(B)=[(n-m)!-(C_{n-m}^1 .(n-m-1)!-(C_{n-m}^2 . (n-m-2)!-…….. (C_{n-m}^k .(n-m-k)!-……..-1)))]/(n-m)!
=1-1/1!+1/2!-1/3!+…………+(-1)^(m-n)/m(m-n)!=$\sum_{k=0}^{n-m}\frac{(-1)^k}{k!}$
Vay xac suat cua bai toan la`:
P(A).P(B)= 1/m!. $\sum_{k=0}^{n-m}\frac{(-1)^k}{k!}$

1.98: sgk

1.99
hai nguoi nay choi toi da la m+n-1 van thi moi biet duoc minh thang hay thua.
Xet cac truong hop thang cho nguoi thu nhat:
Ta phan thanh cac truong hop nguoi do phai danh lan luot la :
m, m+1, m+2,….,m+n-1 tran moi biet minh thang(so thu tu cau van thang cuoi cung lan luot la m, m+1, m+2,….,m+n-1). Cac truong hop nay lan luot xung khac.
Ap dung becnuli
P(m)=(1/2)^m
P(m+1)= C_m^{m-1}.(1/2)^(m-1).1/2.1/2=1/2. C_m^1 .(1/2)^m
P(m+2)=C_{m+1}^{m-1}.(1/2)^(m-1).(1/2)^2.1/2=1/2^2.C_{m+1}^2.(1/2)^m
………….

P(m+n-1)= C_{m+n-2}^{m-1} .(1/2)^(m-1).(1/2)^(n-1).1/2=(1/2)^n. C_{m+n-2}^{n} .(1/2)^(n-1)
Nen xac suat nguoi thu nhat:
P(1)= (1/2)^m(1+1/2. C_m^1 +1/2^2. C_{m+1}^2 +….+ (1/2)^(n-1). C_{m+n-2}^{n})

Hoan toan tuong tu cho nguoi thu 2. ti le chia tien la p(1)/p(2)
1.100
Goi A la bien co khong boc trung r lan o bao 2.
Do lan cuoi cung boc trung bao khong(khong mat tinh tong quat gia su la bao 1)
Nen so lan boc phai la: 2n-r+1
Xac suat boc trung 1 trong 2 bao la ½.
Theo becnuli: de trong bao diem kia con lai r que thi xac suat phai la:
C_{2n-r+1}^{r} .(1/2)^r.(1/2)^(2n-2r+1)= C_{2n-r+1}^{r} .(1/2)^(2n-2r+1)

⇨ dpcm

⇨

Bài 1.91)

Gọi A = " lấy được sản phẩm tốt "

H_i là biến cố lúc đầu hộp có I sảng phẩm tốt (i = $\overline{0,n}$)

⇨ $P(H_0) = P(H_1) = \ldots = P(H_n) = \frac{1}{n+1}$

$P(A/H_0) = \frac{C_1^1}{C_{n+1}^1} = \frac{1}{n+1}$

$P(A/H_1) = \frac{C_2^1}{C_{n+1}^1} = \frac{2}{n+1}$

……

$P(A/H_n) = \frac{C_{n+1}^1}{C_{n+1}^1} = \frac{n+1}{n+1}$

Do A có thể xảy ra với 1 trong các biến cố H_i và tạo thành 1 nhóm các biến cố đầy đủ nên:

⇨ $P(A) = P(H_0).P(A/H_0) + P(H_1).P(A/H_1) + \ldots + P(H_n).P(A/H_n)$

$$= \frac{1}{n+1}.\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+1}.\frac{2}{n+1} + \ldots + \frac{1}{n+1}.\frac{n+1}{n+1}$$

$$= \frac{1}{(n+1)^2}.\frac{(n+2)(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n+2}{2(n+1)}$$

1.93

TH1) H_1 = " A thắng chung cuộc trong 2 ván"

$P(H_1) = C_2^1 . p(1-p) + C_2^2 .p^2 = 2p(1-p) + p^2$

TH$_2$) H_2 = "A thắng chung cuộc trong 4 ván"

$$P(H_2) = C_4^2.p^2(1-p)^2 + C_4^3.p^3(1-p) + C_4^4.p^4$$

$$= 6p^2(1-p)^2 + 4p^2(1-p) + p^4$$

Để A thắng chung cuộc trong 2 ván dễ hơn trong 4 ván

⇔ $P(H_1) > P(H_2)$

⇔ $2p(1-p) + p^2 > 6p^2(1-p)^2 + 4p^3(1-p) + p^4$ ($0<p\le 1$)

⇔ $2(1-p) + p > 6p(1-p)^2 + 4p^2(1-p) + p^3$

⇔ $(p-1)^2(p-\frac{2}{3}) < 0$

⇔ $\begin{cases} p-\frac{2}{3}<0 \\ p\neq 1 \end{cases}$

⇔ $\frac{2}{3} > p > 0$

Vậy để A thắng chung cuộc trong 2 ván dễ hơn trong 4 ván thì $\frac{2}{3} > p > 0$

1.94)

Gọi H_1 = " sản phẩm là sản phẩm của dây chuyền 1"

H_2 = " sản phẩm là sản phẩm của dây chuyền 2"

A = " khách hang mua phải 1 phế phẩm"

B = " khách hang mua được 1 chính phẩm"

$P(A/H_1) = 0{,}02$; $P(A/H_2) = 0{,}03$

$P(B/H_1) = 0{,}98$; $P(B/H_2) = 0{,}97$

$P(AB) = P(A/H_1). P(B/H_1) + P(A/H_1). P(B/H_2) + P(A/H_2). P(B/H_1) + P(A/H_2). P(B/H_2)$

$= 0{,}02.0{,}98 + 0{,}02.0{,}97 + 0{,}03.0{,}97 + 0{,}03.0{,}98$

$= 0{,}0975$

Khi ch ọn th ì x ác su ất ch ọn đ ư ợc m ột trong 2 day chuyen la ½ nen ket qua cu ối c ùng c ủa b ài to án l à 0.024375

???????

1.94

Mua cả 2 ở DC1 ko là phế phẩm ¼ x 98% x 98%

Mua cả 2 ở DC2 ko là phế phẩm ¼ x 97% x 97%

Mua 1 ở DC 2 1 ở DC 1 ko là phế phẩm ¼ x 98% x 97%

Lấy 1- đi hy vọng đúng =))

Bài 1.97: Trong rạp có n chỗ được đánh số , n người có vé vào ngồi một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất để có m người ngồi đúng chỗ.

Yêu cầu bài toán là tìm xác suất để m người ngồi đúng chỗ và (n- m) người còn lại ngồi sai chỗ.
A= “m người ngồi đúng chỗ’’.
Số trường hợp đồng khả năng có thể xảy ra khi xếp m người vào n vị trí là A_n^m .
Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là m_A= C_n^m

Vậy P(A) = $\frac{C_n^m}{A_n^m} = \frac{1}{m!}$
B= “n- m người còn lại ngồi sai chỗ”.
C= “Có ít nhất 1 người trong n- m người còn lại ngồi đúng chỗ ở n- m vị trí còn lại”.
Ta có P(B)= P(C)
A_i= “Người thứ i ngồi đúng chỗ”. Với i= $\overline{1, n-m}$.

$P(A_i) = \frac{1}{n-m}$ và C= $\sum_{i=1}^{n-m} A_i$

Vì các biến cố A_i không xung khắc với nhau nên
$P(C) = \sum_i P(A_i) - \sum_{i<j} P(A_i A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \ldots A_{n-m})$

Có n-m chỗ nên $\sum_i P(A_i) = (n-m).\frac{1}{n-m} = 1$
Vì A_i, A_j là các biến cố có điều kiện nên
$P(A_iA_j) = P(A_i)P(A_j/A_i) = \frac{1}{n-m}\frac{1}{n-m-1}$

$\sum_{i<j} P(A_i A_j) = C_{n-m}^2.\frac{1}{n-m}.\frac{1}{n-m-1} = \frac{1}{2!}$

Tương tự $P(A_1A_2 \ldots A_{n-m}) = \frac{1}{(n-m)!}$

$P(C) = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots + (-1)^{n-m}.\frac{1}{(n-m)!} = \sum_{i=1}^{n-m} (-1)^{n-m}.\frac{1}{(n-m)!}$

$P(B) = 1 - P(C) = 1 - \sum_{i=1}^{n-m} (-1)^{n-m}.\frac{1}{(n-m)!} = \sum_{h=0}^{n-m} \frac{(-1)^h}{h!}$

Theo định lí nhân xác suất, vì A, B độc lập

$P(AB) = P(A)P(B) = \frac{1}{m!} \sum_{h=0}^{n-m} \frac{(-1)^h}{h!}$

Bài 1.98: Một hệ thống kĩ thuật gồm n bộ phận với xác suất hoạt động tốt của mỗi bộ phận là p. Hệ thống sẽ ngừng hoạt động khi có ít nhất một bộ phận bị hỏng. Để nâng cao độ tin cậy của hệ thống người ta dự trữ thêm n bộ phận nữa theo 2 phương thức(hình vẽ SBT/T37)

Hỏi phương thức dự trữ nào đem lại độ tin cậy cao hơn cho hệ thống?

Độ tin cậy của hệ thống dự trữ theo phương thức a:
$Pa = [1- (1-p)^2]^n = p^n(2-p)^n$
(Vì: $(1-p)^2$ là xác suất cả 2 bộ phận ở cùng một nhóm bị hỏng, khi đó hệ thống bị hỏng)
Độ tin cậy của hệ thống dự trữ theo phương thức b:
$Pb = 1- (1-p^n)^2 = p^n(2-p^n)$
(Vì $(1-p^n)^2$ là xác suất mà trong cả hai nhánh, mỗi nhánh đều có 1 bộ phận bị hỏng)

Ta cần chứng minh: Pa>Pb hay $(2-p)^n > (2-p^n) \Leftrightarrow (2-p)^n + p^n > 2$
Đặt q = 1-p ta có: $(1+q)^n + (1-q)^n > 2$ (đúng theo khai triển nhị thức Newton)

Vậy: phương thức dự trữ a mang lại độ tin cậy cao hơn cho hệ thống.

Bài 1.99: Bài này nhóm em chưa làm được ạ.

Bài 1.100: Một người bỏ 2 bao diêm vào túi, mỗi bao có n que diêm. Mỗi khi hút thuốc người đó rút ngẫu nhiên một bao và đánh một que. Tìm xác suất để khi người đó phát hiện một bao đã hết diêm thì bao kia còn lại đúng r que diêm.

Người đó phát hiện một bao đã hết và bao còn lại r que diêm nên người đó đã lấy diêm 2n-r+1 lần (vì 1 lần là phát hiện 1 bao hết nên ko lấy được diêm!)
Số các trường hợp đồng khả năng là : 2^{2n-r+1} (vì có 2 bao nên mỗi lần rút diêm có 2 khả năng)
có 1 bao còn lại r que diêm nên trong 2n-r+1 lần lấy diêm phải có r lần không lấy phải bao đó. Số trường hợp để r lần lấy ko vào bao đó: C^r_{2n-r+1}
Vậy xác suất để khi người đó phát hiện một bao đã hết diêm và bao kia còn lại đúng r que diêm là :

$$P = \frac{C^r_{2n-r+1}}{2^{2n-r+1}}$$